

# استراتژی بهینه پیشنهاد قیمت – توان برای واحدهای تولید با لحاظ عدم قطعیت قیمت

رضا خرم نیا<sup>۱</sup> مهدی رئوفت<sup>۲</sup>

۱- دانش آموخته کارشناسی ارشد- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه شیراز - شیراز - ایران

r.khorramnia@gmail.com

۲- استادیار- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه شیراز - شیراز - ایران

Raooft@shirazu.ac.ir

**چکیده:** در سیستم‌های تجدید ساختار شده، شرکت‌های تولید موظف‌اند نمودار پلکانی قیمت-توان تولیدی خود را جهت شرکت در مناقصه‌ی بازار به مدیر بازار ارائه نمایند. پیشنهاد مناسب این منحنی که استراتژی پیشنهاد قیمت نامیده می‌شود، تأثیر بسزایی در میزان سود واحد بویژه در بازارهای پرداخت بر اساس پیشنهاد خواهد داشت از سوی دیگر تعیین بهترین استراتژی پیشنهاد قیمت، به قیمت تسویه بازار وابسته است و این درحالی است که در زمان تهیه این استراتژی از سوی شرکت‌ها، قیمت تسویه بازار نامعلوم است. لذا از جمله موارد بسیار مهم که لازم است مورد نظر شرکت‌های تولید قرار گیرد، عدم قطعیت قیمت تسویه بازار می‌باشد. این مقاله روشی نوین برای استراتژی پیشنهاد قیمت با در نظر گرفتن عدم قطعیت قیمت تسویه بازار به صورت مدل احتمالی پیشنهاد می‌دهد. مثال‌های عددی نشانگر نتایج رضایت بخش بدست آمده در مقایسه با روش‌های پیشین می‌باشد.

**کلمات کلیدی:** مشارکت واحدها مبتنی بر قیمت، اپراتور مستقل شبکه، قیمت تسویه بازار، استراتژی پیشنهاد قیمت، منحنی توزیع احتمال لاگنرمال، بازارهای "پرداخت براساس پیشنهاد".

تاریخ ارسال مقاله : ۱۳۸۸/۶/۱۳

تاریخ پذیرش مقاله : ۱۳۹۰/۲/۱۲

نام نویسنده‌ی مسئول : دکتر مهدی رئوفت

نشانی نویسنده‌ی مسئول : ایران - شیراز - بولوار زند - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر دانشگاه شیراز

ذخیره‌های ۵ مقایسه نموده و با تست روش مذکور بر روی شبکه ۱۱۸ شینه‌ی IEEE مزایا و برتری روش MIP را نسبت به روش LR بیان نموده است. در [۸] نیز مسأله توسط الگوریتم آژ (طمع) ۶ و در دو مرحله حل شده است. در مرحله اول توسط الگوریتم مذکور وضعیت روشن یا خاموش بودن واحد تعیین شده و بعد از آن با استفاده از تابع درجه دوم هزینه تولید، میزان تولید بهینه در یک پله تعیین می‌شود. در عمل، قیمت تسویه بازار بصورت قطعی قابل پیش‌بینی نبوده و متغیری تصادفی با تابع چگالی لاگنرمال می‌باشد که موجب عدم قطعیت قابل توجهی در عملکرد شرکت‌های تولید، منحنی پیشنهادی و به دنبال آن سود مورد انتظار آن‌ها می‌گردد [۳، ۸، ۹].

در [۲] برای حل مسأله BS با نظر به اطلاعات پیشین و احتمال پذیرش قیمت پیشنهادی، ابتدا چند پله‌ی قیمت با احتمالات مختلف انتخاب شده و سپس مقدار بهینه‌ی توان تولیدی برای هر پله تعیین می‌گردد. اشکالات عمده این روش، انتخاب مقادیر غیر بهینه قیمت و همچنین بهینه سازی مستقل توان تولیدی برای پله‌های مختلف است که ممکن است سود کل را بهینه نکند و یا قیود و محدودیت‌های واحد بطور کامل تأمین نگردد.

مرجع [۳] برای پیش‌بینی قیمت بازار از روش سری‌های زمانی استفاده و روش دو پله‌ای را برای استراتژی پیشنهاد قیمت ارائه نموده است. در این مرجع پس از پیش‌بینی قیمت بازار، بر اساس ضرائب اطمینان مورد نظر، حدود بالا و پایین قیمت تعیین شده، مقدار بهینه تولید برای حد پایین قیمت محاسبه شده و بعنوان پله اول توان قرار می‌گیرد. میزان تولید پله دوم نیز برابر حداکثر تولید ممکن خواهد بود. در این روش نیز امید کل سود کسب شده، بهینه نخواهد بود زیرا احتمال و قیمت پله‌ها و همچنین توان پله دوم بصورت بهینه تعیین نشده‌اند.

در [۹] یک زوج توان و قیمت به عنوان مقدار پایه فرض گردیده و مقادیر پیشنهادی، مضرری از مقادیر پایه خواهند بود. همچنین عدم قطعیت قیمت بازار با استفاده از روش مونت کارلو و تابع توزیع لاگنرمال ۷ مدل شده است.

البته روش‌های دیگری همچون تئوری بازی [۱۰] و مدل‌های تعادل [۱۱] نیز برای حل مسأله استراتژی پیشنهاد قیمت مطرح شده‌اند که از جمله نقاط ضعف آنها پیچیدگی بسیار زیاد معادلات و محاسبات، نیاز به اطلاعات خاص و گاهاً محرمانه‌ی دیگر تولیدکنندگان جهت مدل سازی رفتار آنها و نیز عدم لحاظ کلیه قیود همچون نرخ افزایش و کاهش تولید، هزینه خاموش و روشن سازی واحد می‌باشد. در این مقاله مسأله BS، استراتژی پیشنهاد قیمت، برای واحدهای بخار در بازار "پرداخت براساس پیشنهاد" فرمول‌بندی و حل می‌گردد. در فرمول بندی این مسأله فرض شده است که مسأله PBUC قبلاً حل شده و پاسخ آن معلوم است. ویژگی مهم روش پیشنهادی نسبت به اغلب کارهای انجام شده در این است که همزمان قیمت و توان بهینه هر پله و همچنین تعداد پله‌های بهینه تعیین می‌گردد. به منظور

در حالیکه اپراتور مستقل شبکه<sup>۱</sup> مسئول امنیت شبکه است و برنامه‌ریزی تولید را برای شبکه انجام می‌دهد، شرکت‌های تولید اقدام به پیشنهاد منحنی قیمت - توان برای مشارکت در بازار و فروش انرژی با هدف کسب بیشترین سود ممکن می‌نمایند. نحوه‌ی عملکرد و پیشنهاد شرکت‌های تولید بسیار حساس است و تأثیر مستقیم بر سود کسب شده توسط آنها دارد که استراتژی پیشنهاد قیمت نامیده می‌شود. بطور کلی این شرکت‌ها اقدام به حل دو مسأله مهم تحت عنوان برنامه ریزی مشارکت واحدها مبتنی بر قیمت (PBUC) و استراتژی پیشنهاد قیمت (BS) می‌نمایند که سود کسب شده در بازه‌ی زمانی خاص را بیشینه نمایند.

طی حل این دو مسأله، شرکت‌های تولید با لحاظ قیمت پیش‌بینی شده تسویه بازار ۲، برنامه بهینه تولید و منحنی پلکانی بهینه پیشنهاد قیمت - توان هر یک از واحدهای تولیدی را برای دوره‌ی برنامه‌ریزی تعیین می‌کنند. البته روش روشن یا خاموش بودن و تولید نهایی هر واحد نهایتاً توسط مدیر بازار و اپراتور مستقل شبکه و با توجه به میزان توان و قیمت پیشنهادی تمام شرکت‌های تولید در هر ساعت با لحاظ قیود موجود در مسأله تعیین می‌شود [۱]. در عمل منحنی پله‌ای قیمت - توان پیشنهاد شده توسط شرکت‌های تولید، نقش بسیار مهمی در وضعیت واحد تولیدی (وضعیت روشن یا خاموش بودن و میزان تولید واحد) در روز هدف خواهد داشت، لذا شرکت تولید می‌بایست با دید به قیمت بازار و نیز حالت بهینه‌ی تولید متناسب با آن، استراتژی پیشنهاد قیمت خود را تعیین نماید.

در برخی مقالات، مسأله‌ای که تحت عنوان BS مطرح شده، شامل هر دو مسأله فوق یعنی PBUC و استراتژی پیشنهاد قیمت می‌باشد [۹]. در تعدادی دیگر از مراجع معتبر از جمله مقالات [۲، ۳، ۱۵] مسأله BS بدون PBUC حل شده است. همچنین در برخی تحقیقات دیگر این دو مسأله را بصورت متوالی حل کرده‌اند بطوریکه در زمان حل مسأله BS، PBUC معلوم بوده است [۸، ۱۴].

برخی مراجع، مقدار پیش بینی شده قیمت بازار را به عنوان قیمت قطعی بازار در نظر گرفته، با در نظر گرفتن هزینه‌ی تولید واحد و کلیه قیود مسأله، میزان بهینه تولید و وضعیت واحد در هر ساعت از دوره‌ی برنامه‌ریزی را مشخص می‌کنند [۱]. با این فرض، پیشنهاد قیمت معمولاً به صورت تک پله‌ای مطرح می‌شود و مسأله اصلی، روشن و خاموش بودن واحد در هر ساعت یا همان PBUC است و در کنار آن، مقدار بهینه تولید در هر ساعت نیز تعیین می‌شود.

از اولین روش‌های مطرح شده برای حل مسأله فوق، روش LR<sup>۳</sup> می‌باشد که اولین بار در [۴] به کار گرفته شد و مراجع [۵] و [۶] نیز قیدهایی چون نرخ افزایش و کاهش تولید را در آن لحاظ نمودند. [۷] دو روش حل MIP<sup>۴</sup> و LR را برای حل مسأله برنامه ریزی مشارکت واحدها مبتنی بر قیمت در واحدهای حرارتی، سیکل ترکیبی و تلمبه

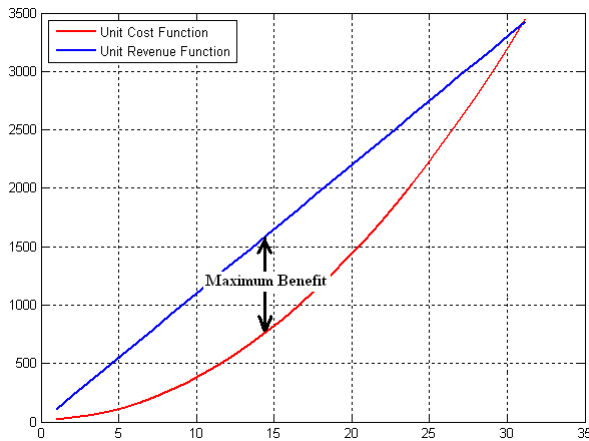


$$\sum_{t=1}^T \left( \frac{p(t) * P(t) - C(P(t)) * I(t)}{S * (1 - I(t))} \right) \quad (1)$$

- $S$ : هزینه خاموش کردن واحد؛
- $I(t)$ : وضعیت واحد در ساعت  $t$ ام؛
- $p(t)$ : قیمت بازار برای ساعت  $t$ ام؛
- $P(t)$ : توان تولیدی واحد در ساعت  $t$ ام؛
- $C(P)$ : تابع هزینه تولید واحد.

در این مسأله با پیش‌بینی قیمت بازار برای ساعت هدف، می‌توان روشن و یا خاموش بودن هر واحد به همراه میزان تولید در هر ساعت را تعیین نمود. نکته‌ی مهم آن است که در این مسأله فرض می‌گردد قیمت بازار با دقت خوبی برابر با  $p$  پیش‌بینی گردیده است.

نمودار درآمد حاصل از فروش انرژی و نیز تابع هزینه تولید واحد نمونه در شکل (۱) رسم گردیده است و از آنجا که سود حاصله برابر با تفاضل درآمد و هزینه تولید می‌باشد، ممکن است بیشترین سود حاصله در تولید ماکزیمم واحد رخ ندهد و یا گاهی خاموش شدن واحد مقرون به صرفه‌تر از تولید انرژی باشد.



شکل (۱): نقطه بهینه تولید انرژی برای یک واحد نمونه

### ۳- عدم قطعیت قیمت و استراتژی پیشنهاد قیمت

در عمل به دلیل تعدد شرکت‌های تولید و در نتیجه پیشنهادهای متفاوت قیمت برای فروش انرژی، در نهایت قیمت تسویه بازار یک متغیر احتمالی است و پیش‌بینی آن همواره با عدم قطعیت همراه است. لذا حل مسأله بدون لحاظ این عدم قطعیت و ارائه‌ی پیشنهاد تک پله‌ای، دارای ریسک بالایی می‌باشد چرا که پذیرش یا عدم پذیرش تک‌پله در هر ساعت، حساسیت بالایی داشته و تأثیر زیادی در سود مورد انتظار خواهد داشت.

از سوی دیگر همانطور که در شکل (۲) مشخص است به ازای قیمت‌های متفاوت، نقطه کار بهینه متفاوت خواهد بود. لذا با توجه به اینکه قیمت پیش‌بینی شده همواره دچار عدم قطعیت بوده و دارای یک بازه‌ی تغییرات می‌باشد، میتوان با مدل نمودن عدم قطعیت قیمت و نهایتاً ارائه‌ی چندین قیمت پلکانی، امید ریاضی کل سود مورد انتظار

ارزیابی روش پیشنهادی، یک مسأله مشخص با روش پیشنهادی این مقاله و روش [۳] که از مراجع معتبر این مبحث می‌باشد، حل شده و سپس با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو، بازار روز هدف شبیه سازی و نتایج مقایسه شده است که نشان‌دهنده برتری روش پیشنهادی می‌باشد.

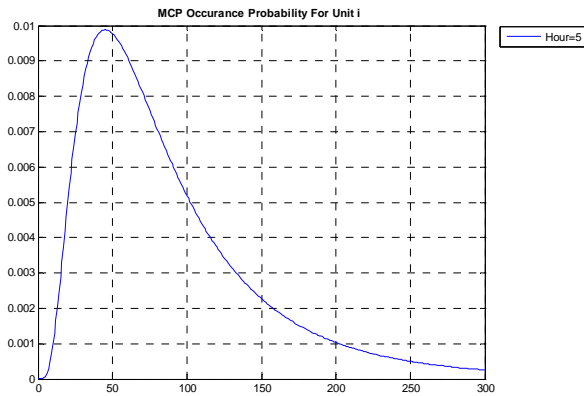
### ۲- برنامه ریزی مشارکت واحدها مبتنی بر قیمت بدون لحاظ عدم قطعیت قیمت

در سیستم‌های سنتی برنامه‌ریزی مشارکت واحدها ( تعیین برنامه بهینه واحدهای نیروگاه از نظر روشن و خاموش بودن در ساعات مختلف) با هدف تأمین بار، حفظ امنیت شبکه و کمترین هزینه‌ی ممکن صورت می‌پذیرفت که در سیستم‌های تجدید ساختار شده نیز همین مسأله با نام مشارکت واحدها با لحاظ قید امنیت شبکه ۱۰ از جانب مدیر بازار انجام می‌پذیرد. در مقایسه با مشارکت واحدها با لحاظ قید امنیت شبکه مسأله‌ی دیگری وجود دارد که توسط شرکت‌های تولید مطرح و حل می‌گردد و خروجی آن برنامه‌ی تولید واحدهای مختلف آن شرکت تولیدی با هدف کسب بیشترین سود بدون توجه به تأمین بار می‌باشد؛ این مسأله به برنامه‌ریزی مشارکت واحدها مبتنی بر قیمت (PBUC) موسوم است. در این مسأله عاملی که تعیین کننده خاموش یا روشن بودن واحد می‌باشد، میزان سود کسب شده توسط واحد بوده که ارتباط تنگاتنگ و مستقیم با قیمت تسویه بازار دارد.

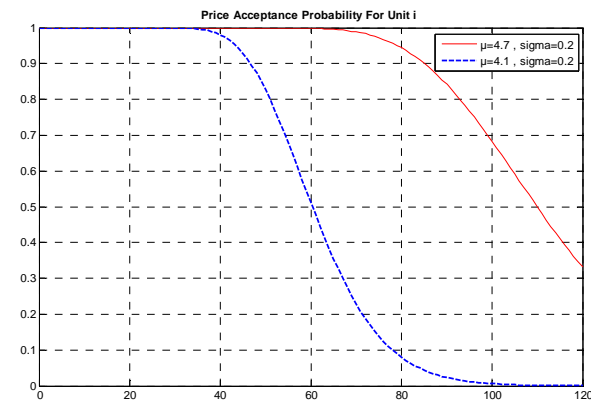
در بازارهای هوشمند، شرکت‌های تولید می‌بایست برنامه‌ی تولید خود شامل زوج قیمت و توان در هر ساعت از روز هدف را به مدیر بازار ارائه دهند. به همین منظور اقدام به حل مسأله برنامه ریزی مشارکت واحدها مبتنی بر قیمت به منظور کسب سود بیشتر می‌نمایند که نتیجه‌ی آن پیشنهاد وضعیت روشن و یا خاموش بودن واحد و نیز میزان توان تولید در هر ساعت از روز هدف و نهایتاً ارائه استراتژی پیشنهاد قیمت می‌باشد. با توجه به قوانین حاکم بر بازار، در برخی از بازارها یک شرکت تولید برای تمامی واحدهای محلی خود، یک منحنی پلکانی قیمت پیشنهاد می‌دهد که در این حالت شرکت تولید می‌بایست مسأله فوق را با دید مدیریت واحدها و تعیین زمان و میزان تولید هر واحد بررسی نماید و سعی در تعیین مشارکت واحدها به بهترین حالت ممکن نماید که معمولاً ارزان‌ترین واحدها اولویت انتخاب و تولید دارند. اما در برخی از بازارهای دیگر یک شرکت تولیدی می‌بایست برای هر یک از واحدهای تحت تملک خود، پیشنهاد توان - قیمت ارائه نماید که در این حالت مسأله برای هر واحد بطور مستقل حل می‌گردد. [۱۲]

اساس حل مسأله بدین صورت است که قیمت تسویه بازار برای ساعات مختلف روز هدف پیش‌بینی شده و با فرض قطعیت پذیرش قیمت، معادله بهینه سازی (۱) که نمایانگر سود واحد می‌باشد، بیشینه می‌گردد.

خواهد شد. لذا احتمال پذیرش قیمت، برابر احتمال آن است که قیمت تسویه بازار بیش از قیمت پله مورد نظر باشد. با فرض اینکه استراتژی پیشنهاد قیمت در  $M$  پله ارائه شود، احتمال آنکه قیمت تسویه بازار برابر قیمت پله  $m$  باشد با  $r(m,t)$  و احتمال آنکه تا پله  $m$  پذیرفته شود با  $R(m,t)$  بیان و در روابط (۳) تا (۵) ارائه شده است. رابطه (۶) و شکل (۵) نیز احتمال پذیرش قیمت را به صورت پیوسته بیان می‌کند.



شکل (۴): منحنی احتمال رخداد قیمت تسویه بازار مطابق پیش‌بینی

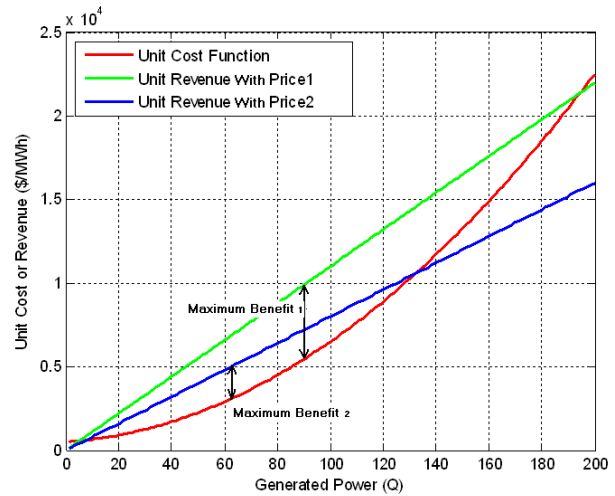


شکل (۵): منحنی تابع توزیع احتمال لاگنرمال (منحنی پذیرش) مربوط به دو ساعت مختلف با دو مقدار متفاوت  $\mu$

$$f(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{(\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi})} \cdot e^{-\frac{-(x-\mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}} \quad (2)$$

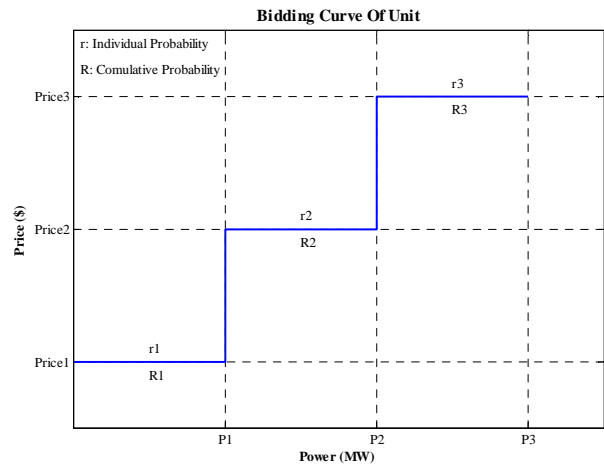
$$\sum_{m=1}^M r(m,t) = 1 \quad ; t = 1, 2, \dots, T \quad (3)$$

و به دنبال آن پله‌های پیشنهاد قیمت را بهینه نمود که در بخش‌های بعدی مقاله مدل‌سازی خواهد شد.



شکل (۲): نقطه بهینه تولید انرژی برای واحدهای تولید

طبق قوانین بازار شرکت تولید می‌بایست برای هر ساعت از روز هدف، استراتژی پیشنهاد قیمت واحد را مطابق منحنی شکل (۳) ارائه نماید و البته تعداد پله‌های پیشنهادی مطابق با قوانین بازار متفاوت است. سپس مدیر بازار بر اساس منحنی‌های پیشنهاد شده، قیمت تسویه بازار و برندگان بازار را تعیین خواهد نمود.



شکل (۳): منحنی بهینه پیشنهاد پلکانی برای واحد تولیدی

در عمل قیمت تسویه بازار برای هر ساعت از روز هدف، متغیری احتمالی با تابع چگالی احتمال لاگنرمال مطابق شکل (۴) و رابطه (۲) می‌باشد. البته از آنجا که قوانین بازارهای مختلف متفاوت می‌باشد، گاهی برای حداکثر قیمت‌های پیشنهادی سقفی گذاشته می‌شود. لحاظ این قید، تعداد قیود و به دنبال آن پیچیدگی مسأله که در بخش‌های بعد بیان می‌گردد را بیشتر می‌نماید. قابل ذکر است که در این مقاله نیز سقفی برای حداکثر قیمت پیشنهادی در نظر گرفته شده است.

براساس قوانین بازار چنانچه قیمت پیشنهادی شرکت تولیدی برای هر پله کمتر از قیمت تسویه بازار باشد، پله مورد نظر پذیرفته

#### ۴-۱- تابع هدف

هدف از حل مسأله، استخراج نمودار پلکانی پیشنهاد قیمت با فرض مشخص بودن وضعیت روشن و یا خاموش بودن واحد به گونه‌ای است که امید ریاضی سود حاصله بیشینه گردد.

$$F = \sum_{t=1}^T \left\{ \sum_{m=1}^M r(m,t) * \{ p(m,t) * P(m,t) - C(\sum_{j=1}^M p(j,t)) * I(t) - S * (1 - I(t)) \} \right\} \quad (7)$$

- $p(m, t)$  و  $P(m, t)$ : توان و قیمت پیشنهادی پله  $m$  در ساعت  $t$ .
- تابع هزینه تولید واحد، مطابق رابطه (۸) مدل می‌شود.

$$C(P) = a * P^2 + b * P + c \quad (8)$$

با جایگذاری پارامترهای تابع توزیع احتمال با تابع توزیع تجمعی، خواهیم داشت:

$$F = \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M \{ [R(m,t) * p(m,t) * P(m,t) - r(m,t) * C(P(m,t))] * I(t) - S * (1 - I(t)) \} \quad (9)$$

- $P(m, t)$ : توان تولیدی تجمعی در پله  $m$ ام و ساعت  $t$ ام؛
- $M$ : تعداد پله‌های پیشنهادی؛
- $T$ : تعداد ساعات مورد بررسی در روز هدف.

#### ۴-۲- قیود

قیود تولید واحد:

$$P_{min}(t) \leq \sum_{j=1}^M P(j, t) \leq P_{max}(t) ; t=1,2,\dots,T \quad (10)$$

$$P_{min}(t) \leq P(j, t) \leq P_{max}(t); j=1,2,\dots,M; t=1,2,\dots,T \quad (11)$$

قیود شیب افزایش (UR) و کاهش (DR) تولید واحد:

$$P(M, t) - P(1, t-1) \leq UR ; t=1,2,\dots,T \quad (12)$$

$$P(M, t-1) - P(1, t) \leq DR ; t=1,2,\dots,T \quad (13)$$

$$R(m, t) = \sum_{k=1}^M r(k, t) ; t = 1, 2, \dots, T \quad (4)$$

$$R(m, t) = 1 - \sum_{k=1}^m r(k, t) ; t = 1, 2, \dots, T \quad (5)$$

$$R(x; \mu, \sigma) = 1 - \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(x) - \mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (6)$$

- $R(m, t)$ : احتمال پذیرش قیمت پیشنهادی پله  $m$  در ساعت  $t$ ؛
- $r(m, t)$ : احتمال اینکه قیمت تسویه بازار در ساعت  $t$ ام مساوی قیمت پیشنهادی پله  $m$ ام باشد؛
- $\mu, \delta$ : محتملترین مقدار و انحراف معیار تابع توزیع لاگنرمال قیمت تسویه بازار.

در این مقاله با توجه به موارد مذکور و ایده‌ی مدل نمودن قیمت بازار بصورت تابع احتمال پیوسته، مسأله استراتژی پیشنهاد قیمت که بصورت معادله‌ی غیر خطی مقید مدل شده و به گونه‌ای حل می‌شود که امید ریاضی کل سود بهینه گردد.

#### ۴- فرموله کردن مسأله

در مباحث بازار برق شرکت‌های تولید انرژی در دو گروه به اصطلاح تعقیب کنندگان قیمت ۱۱ و تولیدکنندگان قیمت ۱۲ (تغییر دهندگان قیمت) دسته بندی می‌شوند. در عمل یک واحد تولیدی که میزان تولید آن در مقایسه با کل تولید بازار اندک است تولیدکننده‌ی قیمت نخواهد بود. [۱۳]؛ از طرفی در بسیاری از بازارها همچون بازار برق سنگاپور و ایران، هر واحد تولیدی به طور مستقل برای خود پیشنهاد قیمت ارائه می‌نماید و احتمال پذیرفته شدن قیمت واحدهای مختلف یک نیروگاه در شرایط پیشنهاد قیمت یکسان، برابر است [۹]؛ به بیان بهتر تمامی واحدهای یک نیروگاه دارای شرایط مشابه‌ای در مناقصه‌ی بازار بوده و استراتژی پیشنهاد قیمت برای واحدهای مختلف یک شرکت تولیدی مستقل از یکدیگر می‌باشد. بنابراین استراتژی پیشنهاد قیمت برای هر واحد می‌تواند مستقل از واحدهای دیگر نیروگاه ارائه شود و به منظور مشارکت بهینه یک واحد نیروگاهی کافی است روشن یا خاموش بودن و نیز میزان تولید همان واحد را در ۲۴ ساعت شبانه روز بهینه نمود. در ادامه فرمول‌بندی تابع هدف مسأله به همراه قیود آن آمده است.

## ۵- مثال عددی

پیشنهادی می‌باشد. همانطور که در این نتایج مشاهده می‌گردد، در ساعات پیک همچون ساعت ۱۰، ۱۹، ۲۰ و ۲۱ که به دلیل افزایش بار و میزان تقاضا، قیمت تسویه بازار نیز بالا بوده و نزدیک به سقف قیمت می‌باشد، با توجه به احتمال بالای پذیرش قیمت، قیمت پیشنهادی برابر با قیمت سقف پیشنهاد شده است و همین مطلب موجب پیشنهاد تک پله‌ای گردیده است. البته قابل ذکر است از آنجا که پارامترهای تابع احتمال لاگنرمال در برخی ساعات شبانه روز مشابه در نظر گرفته شده است، احتمال پذیرش قیمت پیشنهادی در این ساعات مشابه بوده و همین مسأله موجب می‌گردد که منحنی پیشنهادی نیز در این ساعات دارای قیمت‌های برابر باشد.

در شکل (۷) منحنی نرمال شده‌ی امید ریاضی سود حاصله در هر ساعت و نیز منحنی پارامتر " $\mu$ " که می‌تواند شاخص خوبی از تابع توزیع احتمال لاگنرمال یا منحنی پذیرش قیمت پیشنهادی باشد (با توجه به اینکه پارامتر " $\mu$ " در تمامی ساعات ثابت و برابر با ۰/۲ می‌باشد)، مشاهده می‌گردد. همانطور که انتظار می‌رود، تشابه رفتاری در دو منحنی فوق مشهود است.

در این مقاله مسأله استراتژی پیشنهاد قیمت برای یک واحد تولیدی و با سه پله پیشنهادی حل گردیده است. همچنین فرض شده است که بر اساس نتیجه حل مسأله PBUc که قبل از این مرحله انجام شده واحد در تمامی ساعات روشن بوده و هدف استخراج منحنی بهینه پیشنهاد می‌باشد. قیمت پذیرش بازار در ساعات مختلف شبانه روز از تابع احتمال لاگنرمال با پارامترهای مطابق جدول (۱) پیروی کند. همچنین مقادیر نمونه جهت ورودی برنامه مربوط به تابع هزینه و قیود واحد مطابق جدول (۲) می‌باشد. در پایان با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو نتایج روش پیشنهادی با روش [۳] مقایسه شده و بهبود پاسخ‌ها نشان داده شده است.

با توجه به مقادیر فوق، روابط ذکر شده در بخش‌های قبل و نیز لحاظ توابع احتمال بدست آمده، معادله بهینه‌سازی نهایی حل می‌گردد و با توجه به قیود تعریف شده در مسأله، می‌توان به حالت بهینه تولید دست یافت. هدف مسأله استراتژی پیشنهاد قیمت در اینجا حداکثر سازی سود مشروط به تمام قیود مسأله است.

جدول (۲): پارامترهای هزینه تولید و قیود واحد مورد بررسی

| c            | b            | a   | تابع هزینه تولید (دلار بر مگاوات)               |
|--------------|--------------|-----|---|
| ۲۰           | ۱            | ۰.۵ |   |
| $\rho_{max}$ | $\rho_{min}$ |     | حداقل و حداکثر قیمت پیشنهادی (دلار)             |
| ۱۱۰          | ۰            |     |   |
| $P_{max}$    | $P_{min}$    |     | حداقل و حداکثر تولید واحد (مگاوات)              |
| ۱۱۰          | ۷۰           |     |   |
| UR           | DR           |     | شیب کاهش و افزایش میزان تولید (مگاوات بر دقیقه) |
| ۵            | ۵            |     |   |

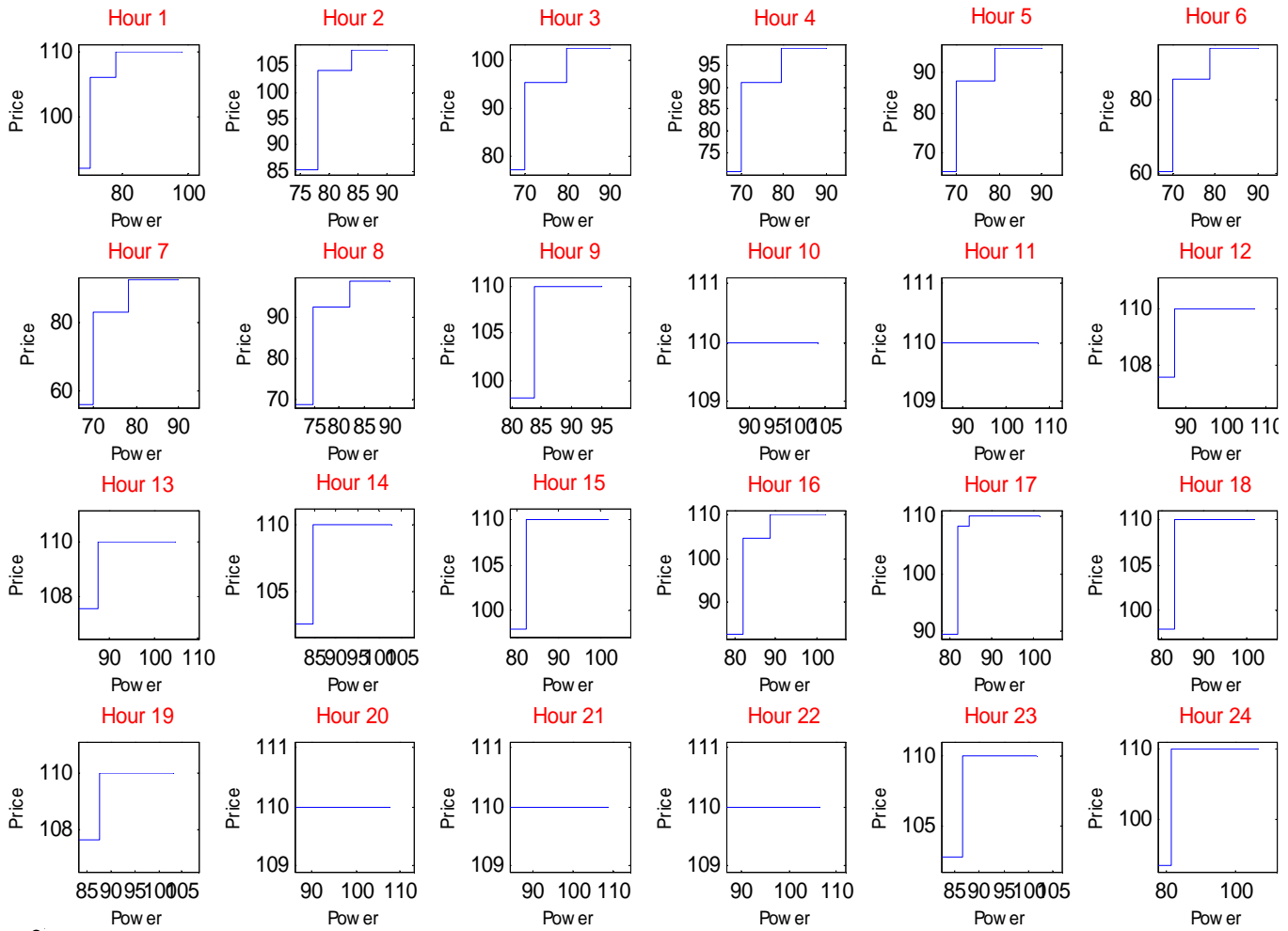
به منظور ارزیابی روش پیشنهادی، مسأله فوق با روش پیشنهادی در [۳] نیز حل شده و در جدول (۴) ارائه شده است. در پایان نیز با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو، بازار روز هدف در ۱۰۰۰ سناریوی مختلف برای قیمت شبیه‌سازی شده و سود حاصل از استراتژی پیشنهاد شده توسط دو روش مقایسه گردیده است.

جدول (۱): پارامترهای تابع احتمال لاگنرمال برای مدل نمودن قیمت تسویه بازار

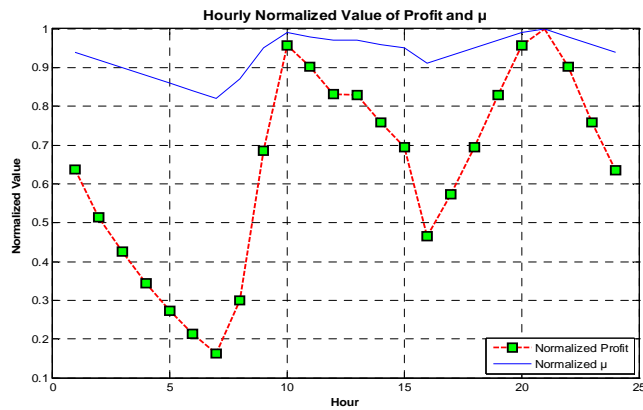
| ساعت | $\sigma$ | $\mu$ | ساعت | $\sigma$ | $\mu$ |
|------|----------|-------|------|----------|-------|
| ۱    | ۴.۷      | ۰.۲   | ۱۳   | ۴.۹      | ۰.۲   |
| ۲    | ۴.۶      | ۰.۲   | ۱۴   | ۴.۸      | ۰.۲   |
| ۳    | ۴.۵      | ۰.۲   | ۱۵   | ۴.۷۵     | ۰.۲   |
| ۴    | ۴.۴      | ۰.۲   | ۱۶   | ۴.۵۵     | ۰.۲   |
| ۵    | ۴.۳      | ۰.۲   | ۱۷   | ۴.۶۵     | ۰.۲   |
| ۶    | ۴.۲      | ۰.۲   | ۱۸   | ۴.۸      | ۰.۲   |
| ۷    | ۴.۱      | ۰.۲   | ۱۹   | ۴.۹      | ۰.۲   |
| ۸    | ۴.۳۵     | ۰.۲   | ۲۰   | ۴.۹۵     | ۰.۲   |
| ۹    | ۴.۷۵     | ۰.۲   | ۲۱   | ۵        | ۰.۲   |
| ۱۰   | ۴.۹۵     | ۰.۲   | ۲۲   | ۴.۹      | ۰.۲   |
| ۱۱   | ۴.۹      | ۰.۲   | ۲۳   | ۴.۸      | ۰.۲   |
| ۱۲   | ۴.۸۵     | ۰.۲   | ۲۴   | ۴.۷      | ۰.۲   |

نتایج خروجی در شکل (۶) و جدول (۳) مشاهده می‌گردد. محور افقی و عمودی در شکل (۶) به ترتیب بیانگر میزان توان و مقدار قیمت





شکل (۶): منحنی برنامه‌ریزی بهینه‌ی تولید انرژی واحد



شکل (۷): منحنی نرمالیزه شده‌ی امید ریاضی سود واحد و پارامتر " $\mu$ " از تابع توزیع احتمال لاگ‌نرمال در ۲۴ ساعت

جدول (۳): برنامه ریزی بهینه تولید و فروش انرژی واحد

| امید ریاضی سود<br>در هر ساعت | احتمال تجمعی پذیرش پله پیشنهادی |         |         | توان پیشنهادی |         |         | قیمت پیشنهادی |         |         | ساعت |
|------------------------------|---------------------------------|---------|---------|---------------|---------|---------|---------------|---------|---------|------|
|                              | پله سوم                         | پله دوم | پله اول | پله سوم       | پله دوم | پله اول | پله سوم       | پله دوم | پله اول |      |
| ۳۵۱۱.۶۳                      | ۰.۵                             | ۰.۵۷    | ۰.۸۱    | ۹۸,۱          | ۷۷,۷    | ۷۰      | ۱۱۰           | ۱۰۵,۹   | ۹۲,۰۲   | ۱    |
| ۲۸۳۰.۷۵                      | ۰.۳۴                            | ۰.۴۱    | ۰.۷۸    | ۹۰            | ۸۴      | ۷۸,۱    | ۱۰۸,۰۵        | ۱۰۴,۰۳  | ۸۵,۲۳   | ۲    |
| ۰۲۳۴۴.۸۸                     | ۰.۲۶                            | ۰.۳۹    | ۰.۷۸    | ۹۰            | ۷۹,۸    | ۷۰      | ۱۰۲,۳۴        | ۹۵,۲۴   | ۷۷,۰۸   | ۳    |
| ۱۹۰۰.۴۶                      | ۰.۱۷                            | ۰.۲۹    | ۰.۷۶    | ۹۰            | ۷۹,۵    | ۷۰      | ۹۸,۹۳         | ۹۱,۱۳   | ۷۰,۷۷   | ۴    |
| ۱۵۰۷.۲۹                      | ۰.۰۹                            | ۰.۱۹    | ۰.۷۳    | ۹۰            | ۷۹,۱    | ۷۰      | ۹۶,۲۷         | ۸۷,۸۷   | ۶۵,۱۶   | ۵    |
| ۱۱۸۵.۳۴                      | ۰.۰۴                            | ۰.۱۱    | ۰.۷۰    | ۹۰            | ۷۸,۷    | ۷۰      | ۹۴,۱۹         | ۸۵,۳۲   | ۶۰,۲    | ۶    |
| ۸۹۶.۶۷                       | ۰.۰۲                            | ۰.۰۵    | ۰.۶۵    | ۹۰            | ۷۸,۳    | ۷۰      | ۹۲,۵۷         | ۸۳,۳۳   | ۵۵,۸۸   | ۷    |
| ۱۶۶۶.۸۸                      | ۰.۱۱                            | ۰.۱۹    | ۰.۷۳    | ۹۰            | ۸۲,۱    | ۷۵      | ۹۸,۶۸         | ۹۲,۴۳   | ۶۸,۷۱   | ۸    |
| ۳۷۶۵.۱۶                      | ۰.۶                             | ۰.۶     | ۰.۷۹    | ۹۵            | ۸۵,۲    | ۸۳,۹    | ۱۱۰           | ۱۱۰     | ۹۸,۰۳   | ۹    |
| ۵۲۶۸.۸۰                      | ۰.۸۹                            | ۰.۸۹    | ۰.۸۹    | ۱۱۰           | ۹۳,۲    | ۸۹,۸    | ۱۱۰           | ۱۱۰     | ۱۱۰     | ۱۰   |
| ۴۹۷۲.۸۰                      | ۰.۸۴                            | ۰.۸۴    | ۰.۸۴    | ۱۱۰           | ۹۴,۶    | ۸۹,۴    | ۱۱۰           | ۱۱۰     | ۱۱۰     | ۱۱   |
| ۴۵۶۳.۱۸                      | ۰.۷۷                            | ۰.۷۷    | ۰.۸     | ۱۱۰           | ۹۳,۳    | ۸۷,۵    | ۱۱۰           | ۱۱۰     | ۱۰۷,۶۳  | ۱۲   |
| ۴۵۶۱.۹۱                      | ۰.۷۷                            | ۰.۷۷    | ۰.۸     | ۱۱۰           | ۹۱,۹    | ۸۷,۴    | ۱۱۰           | ۱۱۰     | ۱۰۷,۶۱  | ۱۳   |
| ۴۲۰۱.۱۵                      | ۰.۶۹                            | ۰.۶۹    | ۰.۸     | ۱۱۰           | ۸۹,۲    | ۸۴,۸    | ۱۱۰           | ۱۱۰     | ۱۰۲,۵۹  | ۱۴   |
| ۳۸۴۸.۹۴                      | ۰.۶                             | ۰.۶     | ۰.۸     | ۱۰۱,۸         | ۸۴      | ۸۲,۶    | ۱۱۰           | ۱۱۰     | ۹۷,۸۶   | ۱۵   |
| ۲۵۷۲.۴۸                      | ۰.۲۳                            | ۰.۳۱    | ۰.۷۶    | ۱۰۲           | ۸۸,۸    | ۸۱,۸    | ۱۱۰           | ۱۰۴,۶۳  | ۸۲,۲۲   | ۱۶   |
| ۳۱۶۲.۳۸                      | ۰.۴                             | ۰.۴۳    | ۰.۷۸    | ۱۰۱,۸         | ۸۷,۸    | ۸۲      | ۱۱۰           | ۱۰۸,۱۹  | ۸۹,۵۷   | ۱۷   |
| ۳۸۶۶.۸۲                      | ۰.۶                             | ۰.۶     | ۰.۸     | ۱۱۰           | ۸۴,۳    | ۸۳,۲    | ۱۱۰           | ۱۱۰     | ۹۷,۹۴   | ۱۸   |
| ۴۵۶۳.۷۶                      | ۰.۷۷                            | ۰.۷۷    | ۰.۸     | ۱۱۰           | ۹۱,۲    | ۸۷,۶    | ۱۱۰           | ۱۱۰     | ۱۰۷,۶۴  | ۱۹   |
| ۵۲۶۸.۸۰                      | ۰.۸۹                            | ۰.۸۹    | ۰.۸۹    | ۱۱۰           | ۹۵,۵    | ۹۰,۶    | ۱۱۰           | ۱۱۰     | ۱۱۰     | ۲۰   |
| ۵۵۰۶.۰۷                      | ۰.۹۳                            | ۰.۹۳    | ۰.۹۳    | ۱۰۹           | ۹۵,۲    | ۸۸,۳    | ۱۱۰           | ۱۱۰     | ۱۱۰     | ۲۱   |
| ۴۹۷۲.۸۰                      | ۰.۸۴                            | ۰.۸۴    | ۰.۸۴    | ۱۱۰           | ۹۵      | ۹۱,۳    | ۱۱۰           | ۱۱۰     | ۱۱۰     | ۲۲   |
| ۴۲۱۱.۲۶                      | ۰.۶۹                            | ۰.۶۹    | ۰.۸     | ۱۱۰           | ۸۹,۶    | ۸۶,۵    | ۱۱۰           | ۱۱۰     | ۱۰۲,۸۲  | ۲۳   |
| ۳۵۰۳.۹۰                      | ۰.۵                             | ۰.۵     | ۰.۷۹    | ۱۰۶,۵         | ۸۳,۳    | ۸۱,۷    | ۱۱۰           | ۱۱۰     | ۹۳,۵۲   | ۲۴   |

جدول (۴) برنامه ریزی بهینه پیشنهادی واحد به روش [۳]

| توان  |       | قیمت  |       | ساعت | توان  |       | قیمت  |       | ساعت | توان  |       | قیمت  |       | ساعت |
|-------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|------|
| پله ۱ | پله ۲ | پله ۱ | پله ۲ |      | پله ۱ | پله ۲ | پله ۱ | پله ۲ |      | پله ۱ | پله ۲ | پله ۱ | پله ۲ |      |
| ۱۱۰   | ۸۹,۷  | ۹۱,۳  | ۹۰,۲  | ۱۷   | ۱۱۰   | ۹۸,۹  | ۱۰۰,۴ | ۹۹,۴  | ۹    | ۱۱۰   | ۹۴,۲  | ۹۵,۷  | ۹۴,۷  | ۱    |
| ۱۱۰   | ۱۰۳,۸ | ۱۰۵,۳ | ۱۰۴,۳ | ۱۸   | ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۱۰   | ۱۱۰   | ۸۵,۴  | ۸۶,۹  | ۸۵,۹  | ۲    |
| ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۱۹   | ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۱۱   | ۱۱۰   | ۷۷,۵  | ۷۹    | ۷۸    | ۳    |
| ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۲۰   | ۱۱۰   | ۱۰۹   | ۱۱۰   | ۱۰۹,۵ | ۱۲   | ۱۱۰   | ۷۰,۲  | ۷۱,۸  | ۷۰,۷  | ۴    |
| ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۲۱   | ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۱۳   | ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۶۵,۲  | ۶۵,۲  | ۵    |
| ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۲۲   | ۱۱۰   | ۱۰۳,۸ | ۱۰۵,۳ | ۱۰۴,۳ | ۱۴   | ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۵۹,۳  | ۵۹,۳  | ۶    |
| ۱۱۰   | ۱۰۳,۸ | ۱۰۵,۳ | ۱۰۴,۳ | ۲۳   | ۱۱۰   | ۹۸,۹  | ۱۰۰,۴ | ۹۹,۴  | ۱۵   | ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۵۳,۹  | ۵۳,۹  | ۷    |
| ۱۱۰   | ۹۴,۲  | ۹۵,۷  | ۹۴,۷  | ۲۴   | ۱۱۰   | ۸۱,۳  | ۸۲,۹  | ۸۱,۸  | ۱۶   | ۱۱۰   | ۱۱۰   | ۶۸,۴  | ۶۸,۴  | ۸    |



- [2] Tang, J., Lin, J., Ding, Q., and Zheng, Y., "A new optimal bidding strategy in power market," 2005 IEEE/PES Transmission and Distribution Conference & Exhibition: Asia and Pacific Dalian, China.
- [3] Conejo, A. J., Nogales, F. J., and Arroyo, J. M., "Price-Taker Bidding Strategy Under Price Uncertainty," IEEE Trans. Power Syst., vol. 17, no. 4, Nov 2002.
- [4] Muckstadt, J. A., and Koenig, S. A., "An application of Lagrangian relaxation to scheduling in power-generation systems," Oper. Res., vol. 25, pp. 387-403, May-Jun. 1977.
- [5] Bard, J. F., "Short-term scheduling of thermal-electric generators using Lagrangian relaxation," Oper. Res., vol. 36, pp. 756-766, Sep.-Oct. 1988.
- [6] Wang, C.; Shahidehpour, M. "Optimal generation scheduling with ramping costs," IEEE Trans. Power Syst., vol. 10, no. 1, pp. 60-67, Feb. 1995.
- [7] Li, T., and Shahidehpour, M., "Price-Based Unit Commitment: A Case of Lagrangian Relaxation Versus Mixed Integer Programming" IEEE Trans. Power Syst., vol. 20, no. 4, Nov 2005.
- [8] Leou, R., and Chang, Y., "A Price-Based Unit Commitment Model Considering Uncertainties".
- [9] Shrestha, G.B., Pokharel, B.K., Lie, T.T., and Fleten, S.-E., "Price-based unit commitment for bidding under price uncertainty", IET Gener. Transm. Distrib., 2007, 1, (4), pp. 663-669.
- [10] Li, T., and Shahidehpour, M., "Strategic Bidding of Transmission-Constrained GENCOs with Incomplete Information," IEEE Transaction on Power Systems, Vol. 20, No. 1, pp. 437-447, February 2005.
- [11] Song, H., Liu, C.C., and Lawarree, J., "Nash equilibrium bidding strategies in a bilateral electricity market", IEEE Trans. Power Syst., 2002.
- [12] Pokharel, B.K., Shrestha, G.B., Lie, T.T., and Fleten, S.-E., "Profit Based Unit Commitment in Competitive Markets", International Conference on Power System Technology (POWERCON), 2004 (accepted).
- [13] Pokharel, B.K., Shrestha, G. B., and Lie, T.T., and Fleten, S.-E., "Price Based Unit Commitment for Gencos in Deregulated Markets", IEEE 2005.
- [14] Mashhour, E. and Moghaddas Tafreshi, S. M., "Bidding Strategy of Virtual Power Plant for Participating in Energy and Spinning Reserve Markets—Part I: Problem Formulation", IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS, 2010.
- [15] Rodriguez, C. P. and Anders, G. J., "Bidding Strategy Design for Different Types of Electric Power Market Participants", IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS, VOL. 19, NO. 2, MAY 2004.

## زیر نویس ها

- 1 Independent System Operator (ISO)
- 2 Market Clearing Price(MCP)
- 3 Lagrangian Relaxation
- 4 Mixed Integer Programming
- 5 Pumped-Storage
- 6 Greedy Algorithm
- 7 Lognormal
- 8 Game Theory
- 9 Equilibrium Model

در جدول (۵) میزان سود کسب شده در هر ساعت به روش پیشنهادی و روش مرجع [۳] محاسبه شده و سود کلی واحد تولیدی نیز در جدول (۶) آمده است. نتایج نشان می‌دهد که سود حاصله در روش پیشنهادی بیشتر از سود محاسبه شده در روش مرجع [۳] می‌باشد.

جدول (۵): نتایج شبیه سازی مونت کارلو با ۱۰۰۰ سناریوی قیمت

| سود  | سود     | سود     | سود  | سود     | سود     |
|------|---------|---------|------|---------|---------|
| ساعت | روش [۳] | سود     | ساعت | روش [۳] | سود     |
| ۱    | ۴۲۴۸,۹۳ | ۵۷۱۱,۱۱ | ۱۳   | ۴۴۷۶,۷۱ | ۵۹۲۰    |
| ۲    | ۳۲۹۵,۴۴ | ۵۲۹۱,۶۳ | ۱۴   | ۳۶۵۸,۰۴ | ۵۲۹۹,۴  |
| ۳    | ۲۴۲۹,۱۳ | ۴۸۸۲,۱۴ | ۱۵   | ۳۰۵۳,۰۷ | ۴۷۶۱,۰۷ |
| ۴    | ۱۶۴۲,۳۵ | ۳۴۱۱,۹۶ | ۱۶   | ۲۵۲۰,۲۷ | ۲۵۸۱,۹۳ |
| ۵    | ۹۹۴,۲   | ۴۱۰۷,۰۶ | ۱۷   | ۲۰۷۳,۰۸ | ۳۷۶۰,۷۴ |
| ۶    | ۳۳۹,۷   | ۴۹۱۶,۶۱ | ۱۸   | ۱۶۹۹,۵۹ | ۵۲۹۹,۴  |
| ۷    | -۲۵۴,۳  | ۵۷۱۳,۲۶ | ۱۹   | ۱۳۷۹,۳۴ | ۵۹۲۰    |
| ۸    | ۱۳۴۶,۲  | ۵۹۲۰    | ۲۰   | ۲۲۹۱,۶۴ | ۵۹۲۰    |
| ۹    | ۴۷۶۱,۰۷ | ۵۹۲۰,۵  | ۲۱   | ۴۸۱۰,۶۲ | ۵۹۲۰    |
| ۱۰   | ۵۹۲۰    | ۵۹۲۰    | ۲۲   | ۵۹۲۰    | ۵۹۲۰    |
| ۱۱   | ۵۹۲۰    | ۵۲۹۸,۹۳ | ۲۳   | ۵۹۲۰    | ۵۲۹۹,۴  |
| ۱۲   | ۵۸۶۳,۳۴ | ۴۴۹۷,۷۹ | ۲۴   | ۵۷۱۲,۶۳ | ۴۲۴۸,۹۳ |

جدول (۶): سود کل حاصل از شبیه سازی مونت کارلو با ۱۰۰۰ سناریو

| شرح           | روش پیشنهادی | روش [۳]  |
|---------------|--------------|----------|
| کل سود روزانه | ۱۰۵۱۰۵,۹۹    | ۹۶۶۲۶,۹۱ |

## ۶- نتیجه گیری

در سیستم‌های تجدید ساختار یافته، استراتژی پیشنهاد قیمت از اهمیت ویژه ای برای تولید کنندگان برخوردار است و تأثیر زیادی بر میزان سود این نهادها دارد. از جمله موارد بسیار مهم در تعیین استراتژی قیمت، عدم قطعیت قیمت تسویه بازار می‌باشد. این مقاله روشی نوین برای استراتژی پیشنهاد قیمت با در نظر گرفتن عدم قطعیت قیمت تسویه بازار به صورت مدل احتمالی پیشنهاد می‌دهد.

به منظور اعتبار بخشی، روش پیشنهادی این مقاله با روش مرجع [۳] که از مراجع معتبر در این زمینه است مقایسه شده است. نتایج عددی نشان می‌دهد در اغلب ساعات و همچنین در کل روز، روش پیشنهادی به سود بیشتری منجر شده است. این افزایش سود به این دلیل است که در روش [۳] پله‌ها با قیمت و احتمال مشخص انتخاب شده و تنها میزان توان پیشنهادی بهینه شده است در حالیکه در روش این مقاله، قیمت و توان پیشنهادی هر پله همزمان بهینه شده است.

## مراجع

- [1] Shahidehpour, M., Yamin, H., and Li, Z., "Market Operations in Electric Power Systems: Forecasting, Scheduling, and Risk Management," 2002 John Wiley & Sons, Inc.



---

10 Security Constrained Unit Commitment (SCUC)  
11 Price Taker  
12 Price Maker

# Optimal Bidding Strategy for Generation Units Considering Price Uncertainty

R. Khorram Nia<sup>1</sup>,

M. Raoofat<sup>2</sup>

<sup>1</sup>MSc, Dept. of Power and Control Eng., Shiraz University, Shiraz, Iran  
[reza\\_khorramii@yahoo.com](mailto:reza_khorramii@yahoo.com)

<sup>2</sup>PhD, Dept. of Power and Control Eng., Shiraz University, Shiraz, Iran  
Raoofat@shirazu.ac.ir

## Abstract:

In restructured power systems, generation companies should offer a power - price curve to the market operator to participate the auction. The proposed bidding curve has a considerable impact on the unit profit, especially in pay as bid markets.

The optimal bidding curve depends on the final market clearing price which is uncertain in the stage of bidding. This paper proposes a novel approach for optimal bidding strategy considering the probabilistic nature of forecasted market clearing price. Numerical examples show satisfactory results in comparison with previous approaches.

**Keywords:** Price Based Unit Commitment (PBUC), Independent System Operator (ISO), Market Clearing Price (MCP), Bidding Strategy (BS), Lognormal Probability Distribution Function, Pay As Bid (PAB) Markets.

---

**Submission date:** 04 Sep., 2009

**Acceptance date:** 02 May, 2011

**Corresponding author:** M. Raoofat

**Corresponding author's address:** Dept. of Power and Control Eng., Shiraz University, Shiraz, Iran.



