کاربرد مستقیم روش تعادل نَش[1] در تحلیل بازی راهبردی بازار برق

الهه احسانی[1] محمد مدرس یزدی[2] آرش احسانی[3]

۱- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد- دانشکده مهندسی صنایع- دانشگاه صنعتی شریف- تهران- ایران
e_ehsani@ie.sharif.edu
۲- استاد- دانشکده مهندسی صنایع- دانشگاه صنعتی شریف- تهران- ایران
modarres@sharif.edu
۳- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد- دانشکده مهندسی- دانشگاه آزاد اسلامی واحد شهر ری - تهران- ایران
aehsani@alum.sharif.edu

چکیده: یکی از مهم‌ترین اهداف تجدیدساختار و خصوصی‌سازی صنعت برق، ایجاد رقابت بین بنگاهها به‌منظور افزایش بهره‌وری بوده است. در این محیط رقابتی جدید، فروشندگان برق تلاش می‌کنند تا با اتخاذ بهترین راهبرد ممکن، در تولید انرژی الکتریکی مشارکت نموده، سودآوری خود را به حداکثر برسانند. بر این اساس، بازار رقابتی برق را می‌توان عرصه یک «بازی راهبردی»[2] قلمداد کرد که در آن، شرکت‌های تولید نیرو (نیروگاهها) ـ به‌مثابه بازیگران این بازی ـ برای کسب حداکثر سود با یکدیگر رقابت می‌کنند. در این مقاله تلاش می‌شود تا ضمن ارائه مبانی نظریه بازی[3] و مروری اجمالی بر ویژگی‌های بازار رقابتی برق، نحوه استفاده مستقیم از روش «تعادل نَش» برای تحلیل رفتار راهبردی فروشندگان برق در بازی برتراند به‌صورت یک الگوریتم کاربردی بیان گردد. برای درک بهتر بازی راهبردی نیروگاهها و مطالعه آثار و تبعات تصمیمات آنها، چند سناریوی مختلف روی یک سیستم آزمون معتبر شبیه‌سازی شده، درباره نتایج حاصله به‌تفصیل بحث می‌شود

کلمات کلیدی: بازار برق، بازی، تعادل نش، راهبرد، رقابت

تاریخ ارسال مقاله : ۱۳۸۹/۰۴/۲۲
تاریخ پذیرش مشروط: ۱۳۹۰/۰۴/۱۹
تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۰۶/۲۵/۱۳
نام نویسنده‌ی مسئول: الهه احسانی
نشانی نویسنده‌ی مسئول : ایران – تهران – خیابان آزادی – دانشگاه صنعتی شریف – دانشکده‌ی مهندسی صنایع

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-06-10]

۱- مقدمه

طی سده گذشته، صنعت برق بیشتر کشورها به‌صورت انحصاری در اختیار نهادهای دولتی قرار داشته اما حدود دو دهه است که این ساختار سنتی در حال دگرگونی است. خصوصی‌سازی و تغییر مقررات حاکم بر این صنعت موجب تأکید فزاینده بر بهره‌وری و ظهور بازارهای رقابتی برای خرید و فروش انرژی الکتریکی شده است. در ساختار رقابتی جدید، شرکت‌های تولید نیرو برای فروش برق با یکدیگر رقابت می‌کنند و طبق قواعد بازار آزاد، آنهایی در این رقابت برنده می‌شوند که قیمت‌های پائین‌تری پیشنهاد کنند [۱ تا ۳]. به‌این‌ترتیب، شرکت‌های مذکور درگیر یک بازی اقتصادی هستند که در آن، هر بازیگر در پی کسب حداکثر سود است. در این عرصه، سود و زیان هر بازیگر تنها تابع تصمیمات وی نیست و به راهبردهای اتخاذشده توسط رقبا نیز بستگی دارد. باید توجه داشت که بازار برق مثل بازار بسیاری از کالاها و خدمات، بازاری با رقابت کامل[۴] (که در آن تولیدکنندگان بی‌شماری با هم رقابت کنند) نیست، بلکه دارای رقابت ناقص[۵] است که در آن، راهبرد هر فروشنده برای مشارکت در بازار، برآیند یک بازی است که «بازی انحصار چندجانبه[۶]» گفته می‌شود. در متون تخصصی مرتبط، دو مدل برای این بازی بیان شده که عبارتند از مدل کورنو[۷] (یا بازی مقادیر)، مدل برتراند[۸] (یا بازی قیمت‌ها) [۴ تا ۶] و مدل تعادل تابع عرضه[۹] (SFE). در مدل کورنو، فرض می‌شود که متغیر راهبردی در تابع سود هر بازیگر، مقدار تولید وی می‌باشد و بازیگران تلاش می‌کنند تا تنظیم قابلیت تولید خود و ارائه آن به بازار به حداکثر سود دست یابند، ولی این فرض، با شرایط واقعی اکثر بازارهای برق سازگار نیست زیرا در آنها، تولیدکنندگان به‌طور هم‌زمان ، قیمت فروش خود را به بازار ارائه می‌کنند و میزان تولید آنها ـ با توجه به قیمت ارائه‌شده ـ توسط متولی بازار تعیین می‌شود [۲ و ۷]. به‌عبارت دیگر، متغیر راهبردی در تصمیم‌گیری تولیدکنندگان برق، قیمت فروش است.

تاکنون، مقالات متعددی درباره کاربردهای نظریه بازی در بازار رقابتی برق ارائه شده است [۷ تا ۲۰]. مرجع [۸] به مقایسه رفتار فروشندگان در بازارهای تسویه یکسان و تمایزی پرداخته است. در مرجع [۹]، تعادل نش در بازار برق با «قراردادهای دوجانبه»[۱۰] بین فروشندگان و خریداران مورد مطالعه قرار گفته است. همچنین برخی مقالات به کاربرد روش‌های مختلف بهینه‌سازی در تعیین راهبرد مشارکت تولیدکنندگان در بازار برق توجه کرده‌اند [۱۰ تا ۱۳]. مراجع [۱۴ و ۱۵] برنامه‌ریزی تعمیرات و مراجع [۱۶ تا ۲۰] ریسک و عدم‌قطعیت را در تحلیل رفتار راهبردی بازیگران بازار برق مورد توجه قرار داده‌اند. این مقاله در پی ارائه رویکردی نوین برای تحلیل بازی راهبردی فروشندگان (تولیدکنندگان) برق در بازی برتراند است و در مقایسه با منابع و مآخذ موجود، دارای مزایایی به‌شرح ذیل می‌باشد:

(۱) در رویکرد پیشنهادی، با تشکیل یک فضای جستجوی ماتریسی، نقطه (نقاط) تعادل نش بازار برق، مستقیماً از روش متداول و شناخته‌شده‌ای تعیین می‌گردد که در مباحث کلاسیک نظریه بازی مطرح می‌شود. هر درایه از ماتریس مذکور، یک زوج مرتب است که مقادیر سود حاصل از مشارکت شرکت‌های تولید در بازار انرژی الکتریکی ـ در ازای اتخاذ راهبردهای متناظر با سطر و ستون همان درایه ـ در آن ذخیره می‌شود. لازم به ذکر است که تا پیش از این، تصور رایج در اکثر مراجع و مآخذ این بوده که چون متغیرهای راهبردی فروشندگان برق از نوع پیوسته هستند، لذا استفاده از فضای ماتریسی (که ماهیت گسسته دارد) برای تعیین نقطه تعادل نش بازار برق موضوعیت ندارد و به همین دلیل، راه‌حل‌های پیشنهادی آنها عمدتاً بر اساس برنامه‌ریزی ریاضی یا روش‌های جستجوی مبتنی بر تکرار بوده است که تعیین نقطه (نقاط) تعادل نش را تضمین نمی‌کنند [۲۱]. این در حالی است که با تغییر پله‌ای (گام به گام) مقدار متغیرهای راهبردی پیوسته می‌توان یک فضای جستجوی ماتریسی برای تعیین مطمئن نقطه (نقاط) تعادل نش ایجاد کرد.

(۲) الگوریتم ارائه‌شده برای هر دو روش تسویه متداول در بازارهای برق (تسویه یکنواخت یا تمایزی) قابل استفاده است.

(۳) مدل پیشنهادی روی سیستم آزمون استاندارد و معتبر روی‌بیلینتون $(RBTS)$[۱۱] شبیه‌سازی شده و نتایج حاصله به‌تفصیل مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. لازم به ذکر است که در بسیاری از مقالات مرتبط، از سیستم‌های آزمون بسیار کوچک یا غیراستاندارد برای ارائه مثال‌های عددی استفاده شده است [۲۲].

ساختار مقاله حاضر به‌این ترتیب است: پس از مقدمه، در بخش دوم، مفاهیم نظریه بازی و روش‌شناسی تعیین نقطه تعادل نش ارائه می‌گردد. بخش سوم به معرفی اجمالی بازار رقابتی برق اختصاص دارد. رویکرد پیشنهادی در بخش چهارم و مطالعات موردی در بخش پنجم ارائه می‌شوند. بخش ششم به بحث و نتیجه‌گیری می‌پردازد و در انتها، فهرست مراجع و منابع آورده می‌شود.

Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.12- No.1 Spring & Summer 2015

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-06-10]

۲- نظریه بازی

امروزه، با توجه به گسترش بازارها و اهمیت رقابت در صنایع مختلف، سازمان‌ها نیازمند درکی صحیح از جایگاه نسبی خود در مقایسه با رقبا می‌باشند تا از آن طریق بتوانند راهبردهای مناسبی با در نظر گرفتن تصمیمات رقبا اتخاذ کنند. اگر به زندگی روزمره انسانها دقت کنیم، متوجه خواهیم شد که انسان در هر لحظه در شرایط بازی قرار دارد و از آن جمله می‌توان به بازی فرزندان با والدین، فرد با دوستان و دشمنان و بالاخره کارگر با کارفرما اشاره کرد.

اولین کسی که نظریه بازی را مورد بحث قرار داد، جیمز والدگراو[۱۲] بود که در سال ۱۷۱۳ به این موضوع پرداخت. جان وان نیومن[۱۳] فیزیکدانی بود که با ارائه یک سری از مقالات در سال ۱۹۲۸، نظریه بازی را به عنوان یک شاخه مستقل معرفی کرد. در دهه ۱۹۵۰، جان نش[۱۴] برنده جایزه نوبل اقتصاد، روش موسوم به تعادل نش را برای تحلیل بازی‌ها ارائه کرد که پیشرفتی انقلابی در این حوزه بهشمار می‌رود. توماس شلینگ[۱۵] یک سری از مسائل عرصه سیاست را در قالب مدل بازی نشان داد [۴ تا ۶].

در نظریه بازی به فرد مهارت‌هایی آموخته می‌شود که به وی کمک می‌کند تا در شرایط تعاملی خود با دیگران، تجربه و تخصص خود را ارتقاء بخشیده و به چگونگی رفتار با دیگران واقف شود. امروزه برای موفقیت بیشتر در امر تجارت، روابط بین‌الملل، جنگ و صلح و غیره ناگزیر به فراگیری نظریه بازی می‌باشیم. بازی عبارت است از روابط متقابلی که در آن بین تصمیم دو یا چند بازیگر وابستگی وجود داشته باشد. به بیان دیگر، هرگاه مطلوبیت، سود، درآمد، رفاه و هرآنچه که فرد بازیگر به دنبال آن است، نه تنها متأثر از تصمیم خود او باشد، بلکه تحت تأثیر (مثبت یا منفی) تصمیم رقبا نیز باشد، بازی نامیده می‌شود. هر کدام از تصمیم‌گیران در محیط بازی را بازیگر می‌نامند. در شرایط بازی، بازیگر باید قبل از تصمیم‌گیری، واکنش دیگران را نسبت به تصمیم خود تحلیل کند و سپس، تصمیمی اتخاذ کند که وی را به بهترین نتیجه می‌رساند. در یک بازی، به آنچه که در انتهای یک بازی عاید بازیگران می‌گردد (سود یا زیان)، پیامد[۱۶] بازی گفته می‌شود. راهبرد یک بازیگر نشان‌گر مهارت وی برای خوب بازی کردن است. نظریه بازی علمی است که به مطالعه تصمیم‌گیری بازیگران در شرایط تعامل با دیگران می‌پردازد یعنی در شرایطی که واکنش رقبا هم در انتخاب راهبرد مدنظر قرار می‌گیرد. در اینجا باید به تفاوت نظریه بازی و نظریه تصمیم توجه داشت. نظریه تصمیم به مطالعه حالاتی می‌پردازد که در آنها، تصمیم‌گیری بدون توجه به واکنش رقبا انجام می‌گیرد ولی در نظریه بازی، واکنش رقبا نیز در محاسبات بازیگر لحاظ می‌شود. به‌طور کلی، نظریه بازی کاربرد زیادی در علوم اجتماعی، اقتصاد، علوم سیاسی و روابط بین‌الملل دارد. این نظریه، یکی از حوزه‌های ریاضیات کاربردی است که در بستر علم اقتصاد توسعه یافته است.

بازی‌ها را می‌توان به دو دسته ایستا و پویا تقسیم کرد. در بازی‌های پویا، حرکات بازیگران به‌صورت متوالی است (مثل شطرنج) و بنابراین، بازیگران از تصمیمات رقبا اطلاع می‌یابند. اما در بازی‌های ایستا، حرکات بازیگران به‌صورت هم‌زمان انجام می‌شود و بنابراین، هیچ بازیگری از تصمیم رقبای خود مطلع نیست (مثل مزایده یا مناقصه). البته لازم به ذکر است که هم‌زمانی حرکات بازیگران، شرط لازم برای بازی ایستا نیست اما عدم اطلاع آنها از تصمیمات رقبا الزامی است. از جمله بازی‌های ایستا می‌توان به مزایده اشاره کرد که در آن، مزایده‌گذار می‌خواهد کالایی را به فروش برساند. بنابراین، از داوطلبین خرید دعوت می‌کند که قیمت پیشنهادی خود را در پاکتی مهروموم‌شده به وی تحویل دهند. در اینجا، هیچ بازیگری از قیمت پیشنهادی رقبا اطلاع ندارد و بنابراین، بین آنها یک بازی ایستا در جریان است. به همین ترتیب، مناقصه نیز نوعی بازی ایستا محسوب می‌گردد.

یکی از روش‌های مهم نمایش بازی‌ها، مدل ماتریسی است که در آن، راهبردهای بازیگران و پیامدهای بازی به این‌صورت نشان داده می‌شوند: (۱) ستون‌های ماتریس نشان‌دهنده راهبردهای بازیگر اول هستند، (۲) سطرهای (ردیف‌های) ماتریس نشان‌دهنده راهبردهای بازیگر دوم می‌باشند و (۳) عناصر (درایه‌های) ماتریس بیان‌گر پیامدهای بازی هستند. هر عنصر یک زوج مرتب است یعنی شامل دو عدد است که اولین هر کدام مبین سود یا زیان یکی از بازیگران هستند.

تا کنون روش‌های مختلفی برای تحلیل بازی‌ها ارائه شده‌اند که یکی از مهم‌ترین آنها، روش موسوم به تعادل نش است. در نظریه بازی فرض بر این است که بازیگران رفتار عاقلانه‌ای دارند یعنی راهبرد انتخابی آنها در راستای منافعشان است. اگر امکان هیچ‌گونه تبادل نظری بین بازیگران وجود نداشته باشد، یعنی آنها از راهبردهای یکدیگر بی‌اطلاع باشند، هر بازیگر سعی می‌کند تا بینشی درخصوص تصمیمات احتمالی رقبا به‌دست آورد. «تعادل نش» موقعی است که (۱) هر بازیگر با توجه به بینشی که نسبت به تصمیم حریف دارد، راهبردی را انتخاب کند که مطلوب‌ترین پیامد را عاید وی می‌کند و (۲) بینش بازیگر صحیح باشد، یعنی

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-06-10]

رقیب وی همان راهبردی را انتخاب کند که او پیش‌بینی کرده است. در این‌صورت، راهبردی که بازیگران با این روش انتخاب می‌کنند معرف نقطه تعادل نش است. یک راه ساده تعیین نقطه تعادل نش به این صورت است که ابتدا، هر کدام از راهبردهای یک بازیگر را ثابت در نظر گرفته و بهترین پاسخ حریف را برای آن به‌دست می‌آوریم. سپس، هر کدام از راهبردهای رقیب را ثابت در نظر گرفته و بهترین پاسخ بازیگر را برای آنها پیدا می‌کنیم. نقطه تعادل نش جایی است که بهترین پاسخ متقابل بازیگران را نشان دهد. برای مثال، دو شرکت خودروساز A و B را در نظر بگیرید که برای کسب حداکثر سود با هم رقابت می‌کنند و می‌خواهند در مورد تجهیز یا عدم تجهیز خودروهایشان به سیستم دوگانه‌سوز تصمیم‌گیری کنند. فرض کنید ارقام سود سالیانه حاصل از فروش محصولات این دو شرکت در صورت اتخاذ هر کدام از راهبردها مطابق جدول ۱ قابل پیش‌بینی باشد.

جدول (۱): سود سالیانه $(\$\times 10^5)$ دو شرکت خودروساز رقیب

شرکت A / شرکت B		نصب	عدم نصب
	نصب	۴ و ۴	۳ و ۵
	عدم نصب	۵ و ۳	۲ و ۲

در جدول فوق، اولین عدد از سمت راست میزان فروش خودروهای شرکت A و دومین عدد، میزان فروش شرکت B در سال آینده می‌باشد. برای تعیین نقطه تعادل نش در این بازی به این‌صورت عمل می‌کنیم: اگر شرکت A تصمیم بگیرد که سیستم را نصب کند، آنگاه بهترین پاسخ شرکت B به تصمیم وی، نصب سیستم خواهد بود. زیرا در حالت نصب سیستم، شرکت B سود بیشتری نسبت به عدم نصب سیستم خواهد داشت. حال باید دید که آیا عکس حالت فوق برقرار است یا خیر. اگر شرکت B تصمیم به نصب سیستم بگیرد، بهترین پاسخ شرکت A برای داشتن فروش بیشتر، نصب سیستم خواهد بود. لذا طبق قاعده تعادل نش، گزینه نصب سیستم، بهترین پیامد را برای هر دو شرکت رقیب خواهد داشت و بیان‌گر تعادل نش می‌باشند.

۳- بازار رقابتی برق

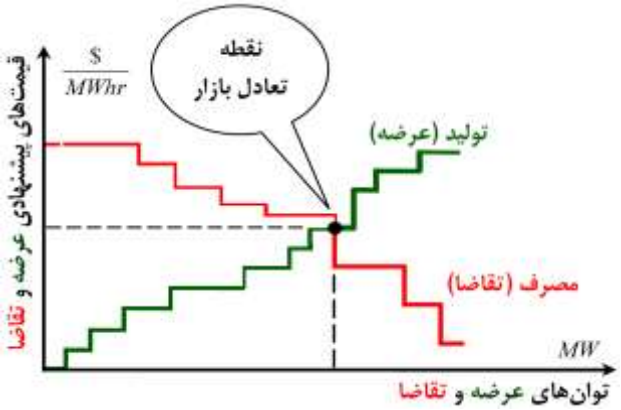
امروزه، یکی از متداول‌ترین مدل‌های بازار رقابتی خرید و فروش انرژی الکتریکی، بازار اشتراکی[17] است که در آن، مرجعی که خود در معاملات بازار برق ذینفع نیست، متولی برپایی بازار می‌شود. تولیدکنندگان (فروشندگان) برق میزان انرژی قابل فروش و نیز قیمت‌های پیشنهادی خود را به این مرجع ارائه می‌کنند. به همین ترتیب، خریداران عمده هم میزان انرژی مورد نیاز و قیمت‌های پیشنهادی خود را اعلام می‌نمایند. خریداران مذکور عبارتند از: (۱) بنگاههای خرده‌فروش برق و (۲) بعضی از مصرف‌کنندگان عمده (مثلاً صنایع بزرگی که ترجیح می‌دهند به‌جای خرید برق از شرکت‌های توزیع یا بنگاههای خرده‌فروش، به‌طور مستقیم در بازار شرکت کنند). حضور و مشارکت تولیدکنندگان برق در بازار ممکن است به‌صورت اختیاری یا اجباری باشد. متولی بازار، پس از بررسی قیمت‌های پیشنهادی و با در نظر گرفتن محدودیت‌های فنی شبکه برق، فهرست فروشندگان و خریداران برنده و بازنده، وضعیت تولید و دریافت انرژی آنها و همین‌طور وضعیت مبادلات مالی بازار را اعلام می‌کند. ساز و کار بازار باید منصفانه و برای همه طرف‌های ذینفع شفاف باشد. این الگو، ابتدا به‌صورت موفقیت‌آمیزی در بریتانیا اجرا گردید و سپس سایر کشورها از آن تبعیت کردند. در این‌جا ذکر این نکته ضروری است که در بازار اشتراکی، معمولاً مبادلات کوتاه‌مدت (ساعت به ساعت) انرژی الکتریکی مورد توجه قرار می‌گیرد [۱ تا ۳].

در بازارهای انرژی الکتریکی، اساساً دو روش برای تنظیم مبادلات مالی (یا اصطلاحاً تسویه بازار) مورد توجه قرار می‌گیرد: (۱) تسویه یکنواخت (بر اساس قیمت تسویه بازار[18]) و (۲) تسویه تمایزی (بر اساس قیمت‌های پیشنهادی فروشندگان[19]). در تسویه یکنواخت، بهای پرداختی به همه تولیدکنندگان و همین‌طور بهای دریافتی از همه مصرف‌کنندگان در هر ساعت بر اساس قیمت یکسانی ($\$/MWhr$) محاسبه می‌شود که برابر با قیمت پیشنهادی گران‌ترین فروشنده یا ارزان‌ترین خریدار پذیرفته شده در معاملات بازار در آن ساعت است. به‌عبارت دیگر، قیمت تسویه بازار در هر ساعت از تلاقی مشخصه‌های عرضه و تقاضا در آن ساعت به‌دست می‌آید و سپس در صورت لزوم (برای انطباق با شرایط فنی سیستم) توسط بهره‌بردار مستقل سیستم تصحیح می‌شود. به این نقطه تلاقی اصطلاحاً «نقطه تعادل بازار» گفته می‌شود (شکل ۱).

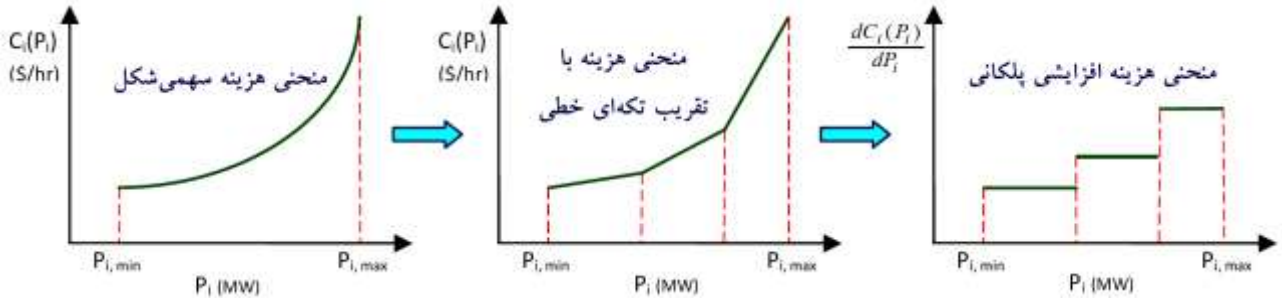
همان‌طور که در شکل ۱ ملاحظه می‌شود، منحنی‌های عرضه و تقاضا به‌صورت پلکانی هستند زیرا در اکثر بازارها، از فروشندگان و خریداران برق خواسته می‌شود که پیشنهادات[20] خود را به‌صورت پلکانی (تعداد پله‌ها به قوانین بازار مربوطه بستگی دارد) در اختیار متولی بازار قرار دهند. بر این اساس، نیروگاهها ابتدا منحنی هزینه سهمی‌شکل خود را به منحنی هزینه افزایشی پلکانی تبدیل کرده (شکل ۲) و سپس با ضرب مقادیر حاصل در

Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.12- No.1 Spring & Summer 2015

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-06-10]



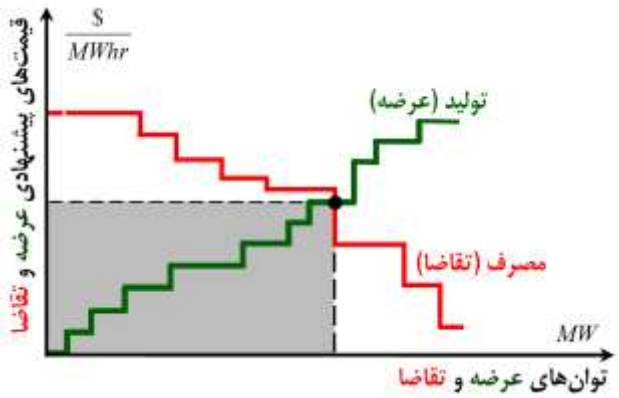
شکل (۱): نقطه‌کار بازار بورس برق (یعنی مقدار و قیمت انرژی تبادلی) از تلاقی منحنی‌های عرضه و تقاضا به‌دست می‌آید. منحنی عرضه به‌صورت صعودی است زیرا هزینه تولید نیروگاههای حرارتی با افزایش توان الکتریکی تولیدی آنها بیشتر می‌شود. منحنی تقاضا به‌صورت نزولی است زیرا با افزایش قیمت انرژی، میزان انرژی مورد تقاضا کاهش می‌یابد.



شکل (۲): مراحل تبدیل منحنی هزینه سهمی‌شکل به منحنی هزینه افزایشی پلکانی برای یک واحد نیروگاهی.

«ضریب راهبرد»، منحنی پلکانی قیمت پیشنهادی خود را تعیین می‌کنند. مقدار ضریب مزبور به راهبرد فروشنده برای شرکت در بازار بستگی دارد و ممکن است ساعت به ساعت تغییر کند. روش تعیین منحنی تقاضا نیز شبیه به منحنی عرضه است با این تفاوت که منحنی تقاضای انرژی هر مصرف‌کننده (عمده) به‌صورت نزولی است. علت این امر، «کشسانی تقاضا»[۲۱] است. طبق مباحث اقتصاد کلان، با گران‌تر شدن بهای یک کالا، میزان تقاضا برای آن کالا کاهش می‌یابد. البته باید توجه داشت که در عمل، کشسانی تقاضای برق بسیار ناچیز است، زیرا زندگی و تولید جوامع شدیداً به تأمین انرژی الکتریکی وابسته بوده و خسارت ناشی از قطع برق بسیار بیشتر از قیمت آن است. بنابراین گران‌تر شدن قیمت برق (در حد متعارف) اثر چندانی بر میزان مصرف آن ندارد.

با توجه به مطالب ذکرشده درباره سازوکار تسویه یکنواخت، مبلغی که از خریداران دریافت و به فروشندگان پرداخت می‌شود برابر است با سطح خاکستری که در شکل ۳ نشان داده شده است.

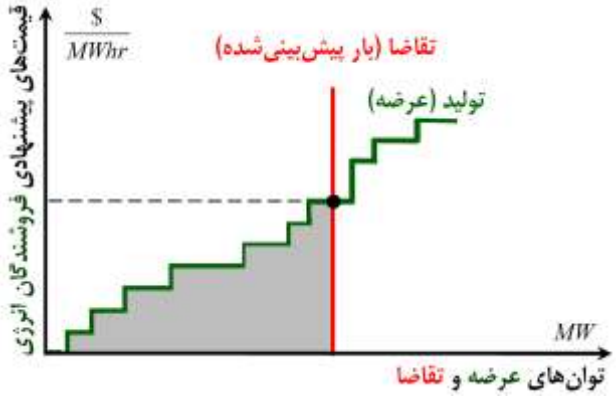


شکل(۳): سطح خاکستری معادل مبلغی است که در تسویه یکنواخت از خریداران دریافت و به فروشندگان پرداخت می‌شود.

ساز و کار تسویه تمایزی در کشورهای معدودی (از جمله ایران) مورد توجه قرار گرفته و مطابق آن، همان مبلغ پیشنهادی فروشندگان انرژی به آنها پرداخت می‌شود. بنابراین در این‌گونه بازارها، قیمت خرید انرژی از فروشندگان با هم متفاوت است. مثلاً در بازار برق ایران، پس از تلاقی دادن منحنی پلکانی عرضه انرژی با خط تقاضا (بار پیش‌بینی‌شده کل سیستم)، سطح زیر

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-06-10]

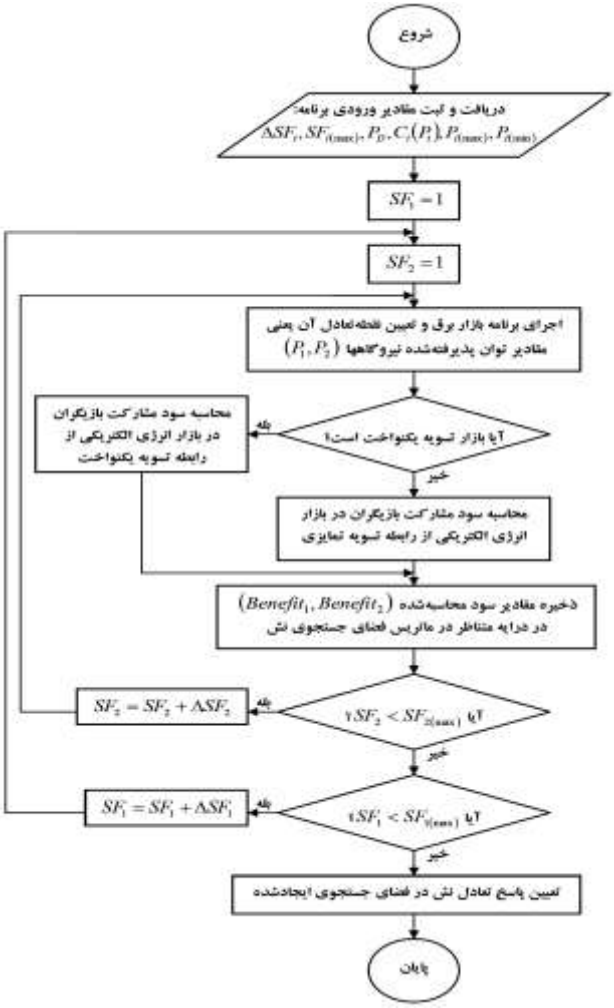
منحنی (بهای انرژی) محاسبه شده و به‌همراه هزینه‌های انتقال و آمادگی واحدها (ظرفیت) از خریداران اخذ می‌گردد (شکل ۴).



شکل (۴): ساز و کار برپایی بازار انرژی الکتریکی در ایران.

۴- روش حل مسأله

در شکل ۵ فلوچارتی نشان داده شده که بیان‌گر روش پیشنهادی برای تعیین نقطه (یا نقاط) تعادل نش در بازار رقابتی انرژی الکتریکی است.



شکل (۵): فلوچارت برنامه تعیین نقطه تعادل نش بازار برق

همان‌طور که در این شکل ملاحظه می‌شود، ابتدا ضرایب راهبرد بازیگران (شرکت‌های تولید برق) در کمترین مقدار منطقی و معقول (یعنی یک) تنظیم می‌شود و به‌تدریج، به‌صورت گام به گام افزایش می‌یابد تا به حداکثر ممکن (که توسط کاربر تعیین می‌شود) برسد. با توجه به اعلام سقف قیمت[۲۲] از سوی متولیان بازارهای برق، مقدار حداکثر ضریب راهبرد هر تولیدکننده را می‌توان از رابطه زیر تعیین کرد:

$$SF_{i(\max)} = \rho_{Cap} \Big/ IC_{i(\max)} \qquad (۱)$$

که در رابطه فوق، $SF_{i(\max)}$، حداکثر ضریب راهبرد نیروگاه (شرکت تولید) iام، ρ_{Cap}، سقف قیمت و $IC_{i(\max)}$، بیشینه هزینه افزایشی نیروگاه iام است. بنابراین، بازه تغییرات ضریب راهبرد نیروگاه iام عبارت است از:

$$1 \le SF_i \le \rho_{Cap} \Big/ IC_{i(\max)} \qquad (۲)$$

با تغییر پلکانی ضرایب راهبرد بازیگران در بازه تغییرات مورد نظر، می‌توان فضای جستجوی گسسته‌ای با دقت مطلوب ایجاد کرد. کاربر برنامه می‌تواند دقت محاسبات را با تنظیم مقادیر ΔSF_i به‌میزان دلخواه برساند ولی باید توجه داشت که با افزایش دقت، ابعاد فضای جستجو (یا به‌عبارت دیگر، تعداد درایه‌های ماتریس نش) و در نتیجه زمان اجرای برنامه افزایش می‌یابد. برای تعیین قیمت پیشنهادی نیروگاه (شرکت تولید) iام، ضریب راهبرد SF_i در تمام پله‌های هزینه پلکانی آن نیروگاه (شکل ۲) ضرب می‌شود:

$$\rho_i = SF_i \times IC_i \qquad (۳)$$

که به این ترتیب، نمودار پیشنهاد فروش هر تولیدکننده به‌صورت پلکانی تعیین می‌شود. در ادامه، پیشنهادات فروش پلکانی فروشندگان به‌صورت صعودی مرتب می‌شوند تا مشخصه عرضه تعیین شود. سپس، نقطه تعادل بازار از تلاقی مشخصه‌های عرضه و تقاضا (خط بار سیستم) به‌دست می‌آید (شکل ۱). برای محاسبه سود حاصل از مشارکت تولیدکنندگان در بازار انرژی الکتریکی، باید ساز و کار تسویه بازار (یکنواخت یا تمایزی) توسط کاربر تعیین شود. در ساز و کار تسویه یکنواخت، سود حاصل از مشارکت نیروگاه iام در بازار انرژی الکتریکی عبارت است از:

$$Benefit_i = MCP \times P_i - C_i(P_i) \qquad (۴)$$

که در رابطه فوق، $Benefit_i$ سود نیروگاه iام در نتیجه مشارکت در تأمین انرژی الکتریکی بر حسب دلار، MCP

Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.12- No.1 Spring & Summer 2015

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-06-10]

قیمت تسویه بازار انرژی الکتریکی بر حسب دلار بر مگاوات-ساعت، P_i توان تولیدی (یا پذیرفته‌شده در بازار) نیروگاه iام بر حسب مگاوات و $C_i(P_i)$ تابع هزینه نیروگاه iام بر حسب دلار بر ساعت می‌باشد.

در اینجا یادآور می‌شود که پیشنهادات فروش انرژی نیروگاهها به‌صورت پلکانی است و از این‌رو، P_i عبارت است از مجموع توان تولیدی (پذیرفته‌شده) پله‌های نیروگاه iام. مثلاً با توجه به این-که پیشنهاد فروش انرژی نیروگاه حرارتی ۵پله‌ای است، توان تولیدی آن از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$P_i = P_{i1} + P_{i2} + \ldots + P_{i5} \quad (۵)$$

به‌همین ترتیب، سود حاصل از مشارکت نیروگاه iام در بازار انرژی الکتریکی با تسویه تمایزی عبارت است از:

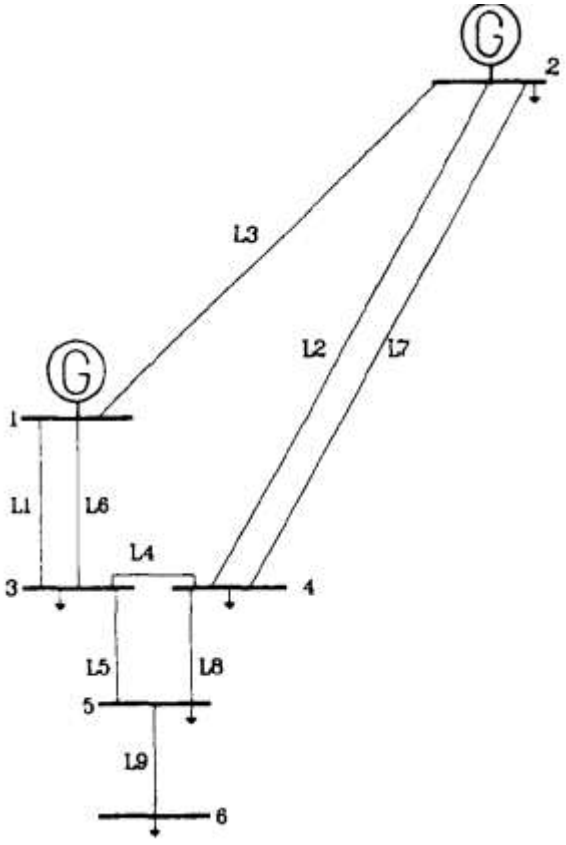
$$Benefit_i = (\rho_{i1}P_{i1} + \rho_{i2}P_{i2} + \cdots) - C_i(P_i) \quad (۶)$$

که در رابطه فوق، $Benefit_i$ سود نیروگاه iام در نتیجه مشارکت در تأمین انرژی الکتریکی بر حسب دلار، ρ_{i1} قیمت پیشنهادی اولین پله پذیرفته شده نیروگاه iام در بازار انرژی الکتریکی بر حسب دلار بر مگاوات‌ساعت، P_{i1} توان تولیدی اولین پله پذیرفته شده نیروگاه iام در بازار انرژی الکتریکی بر حسب مگاوات، $P_i = P_{i1} + P_{i2} + \ldots$ کل توان تولیدی (مجموع توان تمام پله‌های پذیرفته شده) نیروگاه iام در بازار انرژی الکتریکی (مگاوات) و $C_i(P_i)$ تابع هزینه نیروگاه iام بر حسب دلار بر ساعت می‌باشد.

با تعیین مقادیر سود تولیدکنندگان و ذخیره آنها در فضای جستجوی ماتریسی، می‌توان نقطه یا نقاط تعادل نش بازار انرژی الکتریکی را با استفاده از روشی که در بخش دوم مقاله (نظریه بازی) توضیح داده شد، به‌دست آورد.

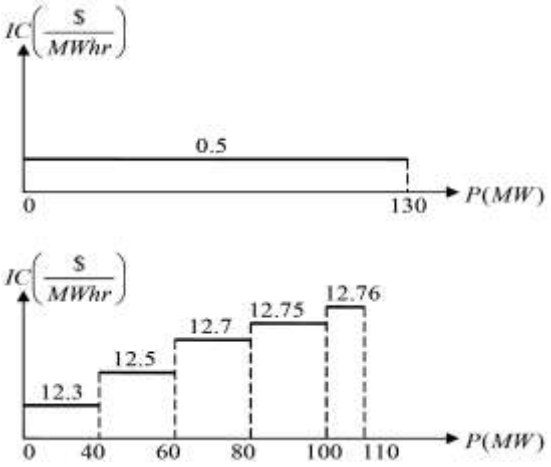
۵- مطالعات موردی

در این بخش، تلاش می‌شود تا با ارائه مثال‌های عددی، نحوه اتخاذ راهبردهای بهینه توسط فروشندگان انرژی الکتریکی در محیط رقابتی بازار برق مورد مطالعه قرار گیرد. در این مثال‌ها: (۱) سناریوهای متفاوتی (ساز و کارهای تسویه یکنواخت و تمایزی و بارهای سبک و سنگین) مورد مطالعه قرار می‌گیرند تا رفتار و نحوه تصمیم‌گیری تولیدکنندگان برق در هر حالت بررسی شود، (۲) از روش تعادل نش برای تعیین راهبردهای بهینه مشارکت بازیگران در بازار رقابتی استفاده می‌شود و (۳) روش مورد استفاده روی «سیستم آزمون روی‌بیلینتون» $(RBTS)$ ـ که یکی از سیستم‌های آزمون معتبر و شناخته‌شده در مطالعات سیستم‌های قدرت الکتریکی است ـ شبیه‌سازی شده است. این سیستم در شکل ۶ نشان داده شده است [۲۲]. همان-طور که در شکل ۶ ملاحظه می‌شود، دو نیروگاه برق‌آبی و حرارتی به‌عنوان فروشندگان انرژی الکتریکی در این سیستم حضور دارند. نیروگاه برق‌آبی (نیروگاه اول) دارای ۷ واحد با مجموع ظرفیت ۱۳۰مگاوات و نیروگاه حرارتی (نیروگاه دوم) دارای ۴ واحد با مجموع ظرفیت ۱۱۰ مگاوات است. به این ترتیب، مجموع ظرفیت تولید سیستم ۲۴۰مگاوات است. همچنین حداکثر بار سیستم معادل ۱۸۵مگاوات می‌باشد. فرض می‌شود که: (۱) فروشندگان برق ـ طبق روال رایج در بازارهای برق سراسر جهان ـ پیشنهادات فروش خود را به‌صورت پلکانی به بازار انرژی الکتریکی ارائه می‌کنند و (۲) هر نیروگاه، ضریب راهبرد یکسانی را به پله‌های مختلف هزینه افزایشی خود اعمال می‌کند. نمودار هزینه افزایشی نیروگاههای ۱ و ۲ در شکل ۷ نشان داده شده است. توابع هزینه تولید واحدهای $RBTS$ در بخش پیوست آورده شده است.



شکل (۶): سیستم آزمون روی‌بیلینتون $(RBTS)$

Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers Vol12- No.1 Spring & Summer 2015
[Downloaded from jiaeee.com on 2026-06-10]



شکل (۷): نمودار هزینه افزایشی نیروگاه‌ها (بالا) نیروگاه برق‌آبی و (پایین) نیروگاه حرارتی

۵-۱- بازار تسویه یکنواخت با بار سبک (۱۳۰مگاوات)

در این مثال، با این فرض که بار سیستم معادل ظرفیت نیروگاه آبی یعنی ۱۳۰ مگاوات باشد، راهبرد تولیدکنندگان برق برای مشارکت در بازار انرژی الکتریکی را با استفاده از روش نقطه تعادل نش تعیین خواهیم کرد. در اینجا باید توجه داشت که: (۱) هزینه افزایشی تمامی واحدهای نیروگاه آبی یکسان و معادل ۰/۵ دلار بر مگاوات‌ساعت است که بسیار کمتر از هزینه‌های مشابه نیروگاه حرارتی می‌باشد، (۲) کمترین هزینه افزایشی نیروگاه حرارتی (مربوط به اولین پله پیشنهاد فروش واحد ۴۰ مگاواتی) معادل ۱۲/۳ دلار بر مگاوات‌ساعت است و (۳) ظرفیت نیروگاه آبی معادل بار سیستم است یعنی این نیروگاه قادر است به‌تنهایی همه نیاز مصرف را تأمین کند. با توجه به موارد مذکور، منطقی به‌نظر می‌رسد که با توجه به این‌که هزینه افزایشی نیروگاه آبی بسیار کمتر از نیروگاه حرارتی است: (۱) نیروگاه آبی ضریب راهبرد خود را به مقدار $12.3/0.5 = 24.6$ نزدیک کند (اندکی کمتر از این مقدار اختیار کند) تا ضمن کسب حداکثر سود، رقیب را از میدان به‌در کند و (۲) نیروگاه حرارتی ضریب راهبرد خود را کمترین حد ممکن (یعنی یک) نزدیک کند تا شاید برای فروش انرژی شانسی داشته باشد. در این مطالعه می‌خواهیم تا با حل مسأله به‌کمک روش تعادل نش، صحت و سقم فرضیات فوق را آزمایش کنیم. برای این منظور، فضای جستجو با استفاده از تغییر گام به گام ضرایب راهبرد نیروگاهها در بازه تغییرات آنها ایجاد می‌گردد. لازم به ذکر است که در این مثال، بازه تغییرات ضرایب راهبرد نیروگاههای آبی و حرارتی به‌ترتیب $1 \le SF_1 \le 30$ و $1 \le SF_2 \le 3$ در نظر گرفته شده و فرض می‌شود که واحدهای حرارتی یکسان (واحدهای ۴۰مگاواتی) به‌میزان برابر در بازار برنده می‌شوند. سود حاصل از مشارکت نیروگاه‌ها در بازار انرژی الکتریکی با استفاده از رابطه ۴ تعیین می‌شود. به‌عنوان مثال، اگر ضرایب راهبرد نیروگاهها $SF_1 = SF_2 = 1$ باشد، آنگاه قیمت تسویه بازار $MCP = 0.5 \$/MWhr$ و توان پذیرفته شده نیروگاههای آبی و حرارتی در بازار انرژی الکتریکی به‌ترتیب $P_2 = 0, P_1 = 130MW$ خواهد شد که در نتیجه، سودی عاید هیچ‌یک از نیروگاهها نمی‌شود. به همین ترتیب می‌توان مقادیر سود نیروگاههای آبی و حرارتی را در ازای اتخاذ ضرایب راهبرد مختلف توسط آنها تعیین کرد و فضای جستجوی نش را تعیین کرد. این فضای جستجو برای گام‌های تغییر ضرایب راهبرد به‌صورت $\Delta SF_1 = \Delta SF_2 = 0.5$ در جدول ۲ نشان داده شده است.

جدول (۲): فضای جستجوی مثال ۵-۱ به‌ازای $\Delta SF_1 = \Delta SF_2 = 0.5$

SF_2 \ SF_1	۱	۱/۵	۲	۲/۵	...	۲۴/۵	۲۵	...	۳۰
۱	(۰و۰)	(۰و۳۲/۵)	(۰و۶۵)	(۰و۹۷/۵)	...	(۰و۱۵۲۷/۵)	(۰و۹۳۶)	...	(۱۹۶و۲۹۰)
۱/۵	(۰و۰)	(۰و۳۲/۵)	(۰و۶۵)	(۰و۹۷/۵)	...	(۰و۱۵۲۷/۵)	(۰و۱۵۶۰)	...	(۰و۱۸۸۵)
۲	(۰و۰)	(۰و۳۲/۵)	(۰و۶۵)	(۰و۹۷/۵)	...	(۰و۱۵۲۷/۵)	(۰و۱۵۶۰)	...	(۰و۱۸۸۵)
۲/۵	(۰و۰)	(۰و۳۲/۵)	(۰و۶۵)	(۰و۹۷/۵)	...	(۰و۱۵۲۷/۵)	(۰و۱۵۶۰)	...	(۰و۱۸۸۵)
۳	(۰و۰)	(۰و۳۲/۵)	(۰و۶۵)	(۰و۹۷/۵)	...	(۰و۱۵۲۷/۵)	(۰و۱۵۶۰)	...	(۰و۱۸۸۵)

با توجه به جدول فوق می‌توان دریافت که در صورت اتخاذ ضریب راهبرد $SF_2 = 1$ از سوی نیروگاه حرارتی، بهترین پاسخ نیروگاه آبی عبارت است از اتخاذ ضریب $SF_1 = 24.5$ زیرا سود نیروگاه آبی (نیروگاه اول) از $SF_1 = 1$ تا $SF_1 = 24.5$ در حال افزایش است و در نقطه $SF_1 = 24.5$ به حداکثر مقدار خود می‌رسد. حال اگر $SF_1 = 24.5$ باشد، آنگاه انتخاب ضرایب راهبرد مختلف (SF_2) برای نیروی حرارتی (نیروگاه دوم) هیچ تفاوتی ندارد زیرا در تمامی این حالات، سود وی معادل صفر است. به‌این‌ترتیب، نقطه $SF_2 = 1, SF_1 = 24.5$ یک پاسخ تعادل نش است. حال اگر $SF_2 = 1.5$ باشد، بهترین پاسخ نیروگاه اول، انتخاب $SF_1 = 30$ است زیرا همان‌طور که در سطر دوم جدول هم ملاحظه می‌شود، با افزایش ضریب راهبرد نیروگاه اول سود

Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.12- No.1 Spring & Summer 2015

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-06-10]

وی افزایش می‌یابد. حال اگر $SF_1 = 30$ توسط نیروگاه اول انتخاب شود، بهترین پاسخ نیروگاه دوم $SF_2 = 1$ است، زیرا در این حالت سود وی نسبت به بقیه حالات بیشتر است (ستون آخر جدول) و بنابراین، پاسخ تعادل نش جدیدی حاصل نمی‌شود. با انجام یک بررسی ساده و ارائه استدلال مشابه می‌توان نشان داد که برای مقادیر $SF_2 > 1.5$ نیز پاسخ تعادل نش وجود ندارد و بنابراین، تنها نقطه تعادل نش این بازی همان $SF_2 = 1, SF_1 = 24.5$ است که فرضیه اولیه ما مبنی بر اتخاذ ضرایب راهبرد $SF_2 = 1, SF_1 \to 24.6$ توسط نیروگاهها را تأیید می‌کند. به همین ترتیب، اگر ΔSF_1 را از ۰/۵ به ۰/۰۱ کاهش دهیم تا دقت برنامه افزایش یابد، با استدلالی مشابه، نقطه $SF_2 = 1, SF_1 = 24.59$ را به‌عنوان تنها پاسخ تعادل نش به‌دست خواهیم آورد که باز هم فرضیه اولیه ما را تأیید می‌کند.

۵-۲- بازار تسویه یکنواخت با بارسنگین (۱۸۵مگاوات)

در این مثال، فرض می‌کنیم که بار سیستم به حداکثر آن یعنی ۱۸۵مگاوات افزایش یابد. در اینجا فرض می‌کنیم که سقف قیمت انرژی الکتریکی به‌میزان ۶۳/۸ دلار بر مگاوات‌ساعت تعیین شده باشد. با توجه به اینکه هزینه افزایشی تمامی واحدهای نیروگاه آبی معادل ۰/۵ دلار بر مگاوات‌ساعت و هزینه افزایشی گران‌ترین واحد نیروگاه حرارتی (واحد ۱۰ مگاواتی) معادل ۱۲/۷۶ دلار بر مگاوات‌ساعت است، در نتیجه با توجه به رابطه ۲، ضرایب راهبرد نیروگاههای آبی و حرارتی به‌ترتیب در بازه‌های $1 \le SF_1 \le 127.6$ و $1 \le SF_2 \le 5$ قابل تغییر است. از آنجا که بار سیستم (۱۸۵مگاوات) از ظرفیت هر یک از نیروگاهها بیشتر است (ظرفیت نیروگاه‌های آبی و حرارتی به‌ترتیب ۱۳۰ و ۱۱۰ مگاوات است)، لذا هیچ‌کدام از نیروگاهها نمی‌توانند به‌تنهایی نیاز بار سیستم را برآورده کنند و مشارکت هر دو رقیب در تأمین بار الزامی است. به‌این‌ترتیب، تغییر ضرایب راهبرد نیروگاهها فقط در میزان توان پذیرفته‌شده آنها مؤثر است و منجر به حذف هیچ‌یک از آنها نمی‌شود. با توجه به مطالب ذکرشده و بر اساس تحلیل ذهنی از رفتار عاقلانه بازیگران، می‌توان پیش‌بینی کرد که دست‌کم یکی از نیروگاهها، قیمت پیشنهادی خود را در سقف ممکن ارائه نماید و قیمت تسویه بازار را به مقدار حداکثر $MCP = \rho_{Cap}$ برساند. بدیهی است که در صورت بروز چنین حالتی، با توجه به ساز و کار تسویه یکنواخت، هر دو بازیگر رقیب از قیمت بالای برق سود خواهند برد. حال با حل مسأله به‌کمک روش تعادل نش، صحت و سقم این فرضیه را آزمایش می‌کنیم. فضای جستجو با استفاده از تغییرات گام به گام با $\Delta SF_1 = 0.6$ و $\Delta SF_2 = 0.4$ در ضرایب راهبرد نیروگاهها ایجاد شده است. همانند مثال قبل، فرض می‌شود که واحدهای حرارتی یکسان (واحدهای ۴۰مگاواتی) به‌میزان برابر در بازار برنده می‌شوند. در این‌جا هم برای محاسبه سود نیروگاهها به‌ازای اتخاذ ضرایب راهبرد گوناگون، از رابطه ۴ استفاده می‌شود. مثلاً با فرض $SF_1 = 1$ و $SF_2 = 1.4$، مقادیر $P_1 = 130MW$ و $P_2 = 55MW$ و $MCP = 17.5 \$/MWh$ حاصل می‌شود که در نتیجه:

$$Benefit_1 = 130 \times 17.5 - 130 \times 0.5 = 2210\$$$

$$Benefit_2 = 55 \times 17.5 - 2 \times \left(0.01 \times 27.5^2 + 12 \times 27.5 + 26\right) = 235.375\$$$

فضای جستجوی مسأله (مقادیر سود بازیگران به‌ازای اتخاذ راهبردهای مختلف) در جدول ۳ نشان داده شده است.

جدول (۳): فضای جستجوی مثال ۵-۲

SF_2 \ SF_1	۱	۱/۶	...	۲۴/۴	۲۵	۲۵/۶	...	۱۲۷	۱۲۷/۶
۱	(۰و۱۵۶۰)	(۰و۱۵۶۰)	...	(۰و۱۵۶۰)	(۰و۱۵۰۷/۲)	(۰و۹۲۲/۵)	...	(۵۵۳۱و۴۷۲۵)	(۵۵۶۴و۴۷۴۷/۵)
۱/۴	(۲۳۵/۴و۲۲۱۰)	(۲۳۵/۴و۲۲۱۰)	...	(۲۳۵/۴و۲۲۱۰)	(۲۳۵/۴و۲۲۱۰)	(۲۳۵/۴و۲۲۱۰)	...	(۵۵۳۱و۴۷۲۵)	(۵۵۶۴و۴۷۴۷/۵)
۱/۸	(۵۱۰/۴و۲۸۶۰)	(۵۱۰/۴و۲۸۶۰)	...	(۵۱۰/۴و۲۸۶۰)	(۵۱۰/۴و۲۸۶۰)	(۵۱۰/۴و۲۸۶۰)	...	(۵۵۳۱و۴۷۲۵)	(۵۵۶۴و۴۷۴۷/۵)
۲/۲	(۷۸۵/۴و۳۵۱۰)	(۷۸۵/۴و۳۵۱۰)	...	(۷۸۵/۴و۳۵۱۰)	(۷۸۵/۴و۳۵۱۰)	(۷۸۵/۴و۳۵۱۰)	...	(۵۵۳۱و۴۷۲۵)	(۵۵۶۴و۴۷۴۷/۵)
۲/۶	(۱۰۶۰/۴و۴۱۶۰)	(۱۰۶۰/۴و۴۱۶۰)	...	(۱۰۶۰/۴و۴۱۶۰)	(۱۰۶۰/۴و۴۱۶۰)	(۱۰۶۰/۴و۴۱۶۰)	...	(۵۵۳۱و۴۷۲۵)	(۵۵۶۴و۴۷۴۷/۵)
۳	(۱۳۳۵/۴و۴۸۱۰)	(۱۳۳۵/۴و۴۸۱۰)	...	(۱۳۳۵/۴و۴۸۱۰)	(۱۳۳۵/۴و۴۸۱۰)	(۱۳۳۵/۴و۴۸۱۰)	...	(۵۵۳۱و۴۷۲۵)	(۵۵۶۴و۴۷۴۷/۵)
۳/۴	(۱۶۱۰/۴و۵۴۶۰)	(۱۶۱۰/۴و۵۴۶۰)	...	(۱۶۱۰/۴و۵۴۶۰)	(۱۶۱۰/۴و۵۴۶۰)	(۱۶۱۰/۴و۵۴۶۰)	...	(۵۵۳۱و۴۷۲۵)	(۵۵۶۴و۴۷۴۷/۵)
۳/۸	(۱۸۸۵/۴و۶۱۱۰)	(۱۸۸۵/۴و۶۱۱۰)	...	(۱۸۸۵/۴و۶۱۱۰)	(۱۸۸۵/۴و۶۱۱۰)	(۱۸۸۵/۴و۶۱۱۰)	...	(۵۵۳۱و۴۷۲۵)	(۵۵۶۴و۴۷۴۷/۵)
۴/۲	(۲۱۶۰/۴و۶۶۷۰)	(۲۱۶۰/۴و۶۶۷۰)	...	(۲۱۶۰/۴و۶۶۷۰)	(۲۱۶۰/۴و۶۶۷۰)	(۲۱۶۰/۴و۶۶۷۰)	...	(۵۵۳۱و۴۷۲۵)	(۵۵۶۴و۴۷۴۷/۵)
۴/۶	(۲۴۳۵/۴و۷۲۳۰)	(۲۴۳۵/۴و۷۲۳۰)	...	(۲۴۳۵/۴و۷۲۳۰)	(۲۴۳۵/۴و۷۲۳۰)	(۲۴۳۵/۴و۷۲۳۰)	...	(۵۵۳۱و۴۷۲۵)	(۵۵۶۴و۴۷۴۷/۵)
۵	(۲۷۱۰/۴و۷۷۹۰)	(۲۷۱۰/۴و۷۷۹۰)	...	(۲۷۱۰/۴و۷۷۹۰)	(۲۷۱۰/۴و۷۷۹۰)	(۲۷۱۰/۴و۷۷۹۰)	...	(۳۸۶۳/۵و۶۸۲۹/۲)	(۵۳۶۳/۶و۴۹۹۶/۲)

Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers Vol12- No.1 Spring & Summer 2015
[Downloaded from jiaeee.com on 2026-06-10]

همانطور که در جدول ۳ ملاحظه می‌شود، اگر نیروگاه ۱ ضریب راهبرد ۱۲۷/۶ را اتخاذ کند، آنگاه برای نیروگاه ۲ انتخاب ضرایب راهبرد $SF_2 = 1,1.4,\ldots,4.6$ هیچ تفاوتی ندارد، زیرا در تمام این حالات سود نیروگاه ۲ برابر با ۵۵۶۴ دلار می‌باشد. حال اگر نیروگاه ۲ ضریب راهبرد ۱ را اتخاذ کند، بهترین پاسخ نیروگاه ۱، انتخاب ضریب راهبرد ۱۲۷/۶ خواهد بود، زیرا همانطور که در سطر اول مشاهده می‌شود، بیشترین سود نیروگاه ۱ با اتخاذ این ضریب راهبرد حاصل می‌گردد. لذا $SF_1 = 127.6$ و $SF_2 = 1$ یک پاسخ تعادل نش می‌باشد. با استدلالی مشابه می‌توان نشان داد که سایر نقاط تعادل نش این مسأله عبارتند از $SF_1 = 127.6$ و $SF_2 = 1.4,1.8,2.2,2.6$ و دسته دیگری از پاسخ‌های تعادل نش به صورت $SF_1 = 1,1.6,\ldots,74.8$ و $SF_2 = 5$ می‌باشند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در مجموعه اول نقاط تعادل نش، ضریب راهبرد نیروگاه آبی و در مجموعه دوم پاسخ‌ها، ضریب راهبرد نیروگاه حرارتی به حداکثر ممکن رسیده است، طوری که قیمت تسویه بازار تا سقف ممکن افزایش یافته است. بدین‌ترتیب، صحت فرضیه اولیه ما درباره راهبردهای این دو نیروگاه نشان داده شد.

۵-۳- بازار تسویه تمایزی با بار سبک (۱۳۰مگاوات)

در این قسمت نیز مفروضات مثال ۵-۱ را در نظر گرفته و فرض می‌کنیم تسویه قیمت به صورت تمایزی باشد. همانند مثال ۵-۱، پیش‌بینی ما به این صورت است که نیروگاه‌های برق‌آبی و حرارتی (بازیگران ۱ و ۲) ضریب راهبرد خود را به‌ترتیب به مقادیر ۲۴/۵ و ۱ برسانند. حال با استفاده از روش تعادل نش به بررسی این موضوع می‌پردازیم. جدول ۴ مقادیر سود حاصل از مشارکت بازیگران در بازار را در حالت‌های مختلف نشان می‌دهد که با استفاده از رابطه ۶ محاسبه شده‌اند. اگر بازیگر ۱ (نیروگاه برق‌آبی) ضریب راهبرد ۲۴/۵ را اتخاذ کند، آنگاه اتخاذ ضرایب راهبرد ۱ تا ۳ برای بازیگر ۲ (نیروگاه حرارتی) هیچ تفاوتی با یکدیگر نداشته و در تمامی این حالات سود وی برابر با صفر است. اما اگر بازیگر ۲ ضریب راهبرد ۱ را انتخاب کند، با توجه به محاسبات به‌عمل آمده در سطر اول جدول ۴، سود بازیگر ۱ تا ضریب راهبرد ۲۴/۵ در حال افزایش است و در این نقطه به بیشترین مقدار خود می‌رسد. لذا انتخاب ضریب راهبرد ۲۴/۵ برای بازیگر ۱ بهترین تصمیم می‌باشد و $SF_1 = 24.5$ و $SF_2 = 1$ پاسخ تعادل نش می‌باشد. بررسی سایر نقاط جدول نشان می‌دهد که در این مثال، هیچ پاسخ تعادل نش دیگری وجود ندارد.

۵-۴- بازار تسویه تمایزی با بار سنگین (۱۸۵مگاوات)

در این مثال، باز هم فرض می‌کنیم که بازار انرژی الکتریکی به‌صورت تمایزی تسویه شود و مجدداً با استفاده از رابطه ۶، مقادیر سود بازیگران را به‌ازای اتخاذ ضرایب راهبرد مختلف محاسبه کرده و آنها را در جدول ۵ مرتب می‌کنیم.

جدول (۴): فضای جستجوی مثال ۵-۳

SF_2 \ SF_1	۱	۱/۵	۲	۲/۵	...	۲۴/۵	۲۵	...	۳۰
۱	(۰و۰)	(۰و۳۲/۵)	(۰و۶۵)	(۰و۹۷/۵)	...	(۰و۱۵۲۷/۵)	(۰و۹۳۶)	...	(۰و۲۹۰)
۱/۵	(۰و۰)	(۰و۳۲/۵)	(۰و۶۵)	(۰و۹۷/۵)	...	(۰و۱۵۲۷/۵)	(۰و۱۵۶۰)	...	(۰و۱۸۸۵)
۲	(۰و۰)	(۰و۳۲/۵)	(۰و۶۵)	(۰و۹۷/۵)	...	(۰و۱۵۲۷/۵)	(۰و۱۵۶۰)	...	(۰و۱۸۸۵)
۲/۵	(۰و۰)	(۰و۳۲/۵)	(۰و۶۵)	(۰و۹۷/۵)	...	(۰و۱۵۲۷/۵)	(۰و۱۵۶۰)	...	(۰و۱۸۸۵)
۳	(۰و۰)	(۰و۳۲/۵)	(۰و۶۵)	(۰و۹۷/۵)	...	(۰و۱۵۲۷/۵)	(۰و۱۵۶۰)	...	(۰و۱۸۸۵)

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-06-10]

جدول (۵): فضای جستجوی مثال ۵-۴

SF_2 \ SF_1	۱	...	۲۴/۴	۲۵	...	۱۲۶/۴	۱۲۷	۱۲۷/۶
۱	(۰و۰)	...	(۰و۱۵۲۱)	(۰و۱۵۰۷/۲)	...	(۰و۴۷۰۲/۵)	(۰و۴۷۲۵)	(۰و۴۷۴۷/۵)
۱/۴	(۲۲۴/۱و۰)	...	(۲۲۴/۱و۱۵۲۱)	(۲۲۴/۱و۱۵۶۰)	...	(۴۷۶و۴۷۰۲/۵)	(۴۷۶و۴۷۲۵)	(۴۷۶و۴۷۴۷/۵)
۱/۸	(۴۹۵/۹و۰)	...	(۴۹۵/۹و۱۵۲۱)	(۴۹۵/۹و۱۵۶۰)	...	(۱۰۲۷/۵و۴۷۰۲/۵)	(۱۰۲۷/۵و۴۷۲۵)	(۱۰۲۷/۵و۴۷۴۷/۵)
۲/۲	(۷۶۷/۷و۰)	...	(۷۶۷/۷و۱۵۲۱)	(۷۶۷/۷و۱۵۶۰)	...	(۱۵۷۸/۹و۴۷۰۲/۵)	(۱۵۷۸/۹و۴۷۲۵)	(۱۵۷۸/۹و۴۷۴۷/۵)
۲/۶	(۱۰۳۹/۵و۰)	...	(۱۰۳۹/۵و۱۵۲۱)	(۱۰۳۹/۵و۱۵۶۰)	...	(۲۱۳۰/۳و۴۷۰۲/۵)	(۲۱۳۰/۳و۴۷۲۵)	(۲۱۳۰/۳و۴۷۴۷/۵)
۳	(۱۳۱۱/۳و۰)	...	(۱۳۱۱/۳و۱۵۲۱)	(۱۳۱۱/۳و۱۵۶۰)	...	(۲۶۸۱/۸و۴۷۰۲/۵)	(۲۶۸۱/۸و۴۷۲۵)	(۲۶۸۱/۸و۴۷۴۷/۵)
۳/۴	(۱۵۸۳/۱و۰)	...	(۱۵۸۳/۱و۱۵۲۱)	(۱۵۸۳/۱و۱۵۶۰)	...	(۳۲۳۳/۲و۴۷۰۲/۵)	(۳۲۳۳/۲و۴۷۲۵)	(۳۲۳۳/۲و۴۷۴۷/۵)
۳/۸	(۱۸۵۴/۹و۰)	...	(۱۸۵۴/۹و۱۵۲۱)	(۱۸۵۴/۹و۱۵۶۰)	...	(۳۷۸۴/۶و۴۷۰۲/۵)	(۳۷۸۴/۶و۴۷۲۵)	(۳۷۸۴/۶و۴۷۴۷/۵)
۴/۲	(۲۱۲۶/۷و۰)	...	(۲۱۲۶/۷و۱۵۲۱)	(۲۱۲۶/۷و۱۵۶۰)	...	(۴۳۳۶/۱و۴۷۰۲/۵)	(۴۳۳۶/۱و۴۷۲۵)	(۴۳۳۶/۱و۴۷۴۷/۵)
۴/۶	(۲۳۹۸/۵و۰)	...	(۲۳۹۸/۵و۱۵۲۱)	(۲۳۹۸/۵و۱۵۶۰)	...	(۴۸۸۷/۵و۴۷۰۲/۵)	(۴۸۸۷/۵و۴۷۲۵)	(۴۸۸۷/۵و۴۷۴۷/۵)
۵	(۲۶۷۰/۳و۰)	...	(۲۶۷۰/۳و۱۵۲۱)	(۲۶۷۰/۳و۱۵۶۰)	...	(۲۹۲۰و۷۸۳۷/۵)	(۳۷۶۳/۵و۶۸۲۹/۲)	(۵۲۳۸/۶و۴۹۹۶/۲)

با در نظرگرفتن مفروضات مثال ۵-۲ و بر اساس تحلیل ذهنی از رفتار عاقلانه بازیگران، شاید این‌طور پیش‌بینی شود که در این حالت، هر دو نیروگاه به طور هم‌زمان، قیمت پیشنهادی خود را در سقف ممکن ارائه خواهند کرد زیرا در ساز و کار تسویه تمایزی، به هر کدام از بازیگران پذیرفته‌شده در بازار، سطح زیر پله‌های نمودار پیشنهاد فروش همان بازیگر پرداخت می‌گردد (سطح زیر هر پله عبارت است از حاصل‌ضرب قیمت در توان پذیرفته‌شده آن پله). در این‌جا نیز با حل مسأله به‌کمک روش تعادل نش، صحت و سقم این فرضیه را آزمایش می‌کنیم. به عنوان مثال اگر $SF_1 = 1$ و $SF_2 = 1.4$ باشند، توان پذیرفته‌شده نیروگاهها در بازار انرژی الکتریکی $P_2 = 55MW, P_1 = 130MW$ خواهد بود که در نتیجه مقادیر سود نیروگاهها به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$Benefit_1 = 130 \times 0.5 - 130 \times 0.5 = 0$$

$$Benefit_2 = 2 \times (20 \times 17.22 + 7.5 \times 17.5) - 2 \times \left(0.01 \times 27.5^2 + 12 \times 27.5 + 26\right) = 224.1\$$$

همانطور که در ستون آخر (سمت راست) جدول ۵ مشاهده می‌شود، اگر نیروگاه ۱ ضریب راهبرد ۱۲۷/۶ را اتخاذ کند، آنگاه برای نیروگاه ۲، انتخاب ضریب راهبرد ۵ بهترین تصمیم خواهد بود، زیرا در این حالت، سود وی از سایر حالات بیشتر می‌شود. حال اگر نیروگاه ۲ ضریب راهبرد ۵ را اتخاذ کند (پایین‌ترین سطر جدول)، آنگاه بهترین راهبرد نیروگاه ۱ انتخاب ضریب راهبرد ۱۲۷/۶ نخواهد بود، زیرا اگر وی ضریب راهبرد ۱۲۶/۴ را اتخاذ کند، سود بیشتری عاید وی می‌گردد. در نتیجه، بر خلاف تصور اولیه، نقطه $SF_1 = 127.6$ و $SF_2 = 5$ پاسخ تعادل نش نخواهد بود. مشابه روش ذکرشده و با بررسی سایر حالات جدول می‌توان نشان داد که هیچ‌کدام از نقاط این جدول، شرایط تعادل نش را احراز نمی‌کنند. به‌عبارت دیگر، بازی این دو نیروگاه در بازار تسویه تمایزی و در شرایط بار سنگین به یک تعادل پایدار و ماندگار نمی‌رسد.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، روش کلاسیک تعیین نقطه تعادل نش برای تحلیل بازی راهبردی شرکت‌های تولید برق در محیط رقابتی بازار انرژی الکتریکی مورد استفاده قرار گرفت. الگوریتم پیشنهادی دارای چند ویژگی مهم بود: (۱) با تغییر پله‌ای ضرایب راهبرد بازیگران، فضای گسسته مورد نیاز برای استفاده مستقیم از روش ماتریسی نش را فراهم می‌کرد، (۲) به کاربر امکان می‌داد تا دقت محاسبات را در حد مطلوب تنظیم کند و (۳) انعطاف‌پذیری لازم برای انطباق با هر کدام از ساز و کارهای تسویه بازار برق (یکنواخت یا تمایزی) را داشت. برای بررسی کارآمدی روش پیشنهادی، از شبیه‌سازی رایانه‌ای روی یک سیستم آزمون معتبر $(RBTS)$ استفاده شد و با تعریف چند سناریوی مختلف، نتایج اجرای برنامه با پیش‌فرض‌های حاصل از تحلیل ذهنی رفتار عاقلانه بازیگران مقایسه شد. مطالعات موردی انجام‌گرفته نشان داد که در صورت استفاده از ساز و کار تسویه یکنواخت، بازی راهبردی فروشندگان برق هم در شرایط بار سبک (۱۳۰مگاوات)

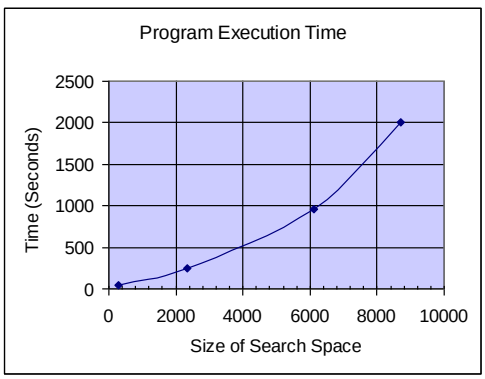
[Downloaded from jiaeee.com on 2026-06-10]

و هم در بار سنگین (۱۸۵مگاوات) به تعادل نش می‌رسد ولی اگر مبادلات مالی بر اساس تسویه تمایزی باشد، بازار برق در بار سنگین فاقد نقطه تعادل نش است. همچنین، نتایج اجرای برنامه، مؤید پیش‌فرض‌های قبلی بود که در خصوص رفتار بازیگران در مثال‌های ۵-۱ تا ۵-۳ مطرح شد. لازم به ذکر است که برنامه مورد نظر برای حل مسأله با استفاده از نرم‌افزار $Matlab(R2006a)$ نوشته شده و زمان اجرای برنامه روی رایانه‌ای با سرعت پردازش $2GHz$ و $3GB$ حافظه دسترسی تصادفی (RAM) مورد ارزیابی قرار گرفته که نتایج حاصله برای مثال ۵-۱ در سه حالت مختلف در جدول ۶ خلاصه شده است.

جدول (۶): فضای جستجو و زمان اجرای برنامه برای مثال ۵-۱

حالت	گام‌های تغییرات		تعداد نقاط فضای جستجو	زمان اجرای برنامه
	ΔSF_1	ΔSF_2		
۱	۰/۵	۰/۵	۲۹۵	۴۱ثانیه
۲	۰/۱	۰/۱	۶۱۱۱	۱۶دقیقه و ۵ثانیه
۳	۰/۰۱	۱	۸۷۰۳	۳۳دقیقه و ۲۳ثانیه

همچنین در مثال ۵-۲، با فرض $\Delta SF_1 = 0.6$ و $\Delta SF_2 = 0.4$، فضای جستجو شامل ۲۳۳۲ نقطه و زمان اجرای برنامه ۴ دقیقه و ۱۲ ثانیه می‌باشد. بر اساس اطلاعات حاصل از اجرای برنامه در مثال‌های ۵-۱ و ۵-۲، تغییرات زمان اجرای برنامه با افزایش ابعاد فضای جستجوی مسأله در شکل ۸ نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل ملاحظه می‌شود، با بزرگتر شدن ابعاد مسأله و حجم فضای جستجو، زمان اجرای برنامه هم به‌طور فزاینده‌ای بیشتر می‌شود به‌طوری که با رشد ابعاد فضای جستجو به‌میزان ۲۹/۵ برابر، زمان اجرای برنامه ۴۸/۸ برابر طولانی‌تر می‌شود. البته باید توجه داشت که چنین برنامه‌ای، معمولاً برای مطالعات منفصل $(Off-line)$ رفتار بازیگران بازار برق مورد استفاده قرار می‌گیرد و بنابراین، طولانی شدن زمان اجرای آن در قیاس با برنامه‌های لحظه‌ای $(On-line)$، اهمیت کمتری دارد.



شکل ۸: تغییرات زمان اجرای برنامه با بزرگتر شدن فضای جستجو

لازم به ذکر است که در سرتاسر این مقاله، بازی‌های غیرهمکارانه با اطلاعات کامل مورد توجه قرار گرفته‌اند. فرض بازی غیرهمکارانه با شرایط واقعی بسیاری از بازارهای رقابتی انطباق دارد ولی بازی با اطلاعات کامل ـ دست‌کم در بازار برق ـ مصداق ندارد، زیرا طبق مقررات بازار، بازیگران به اطلاعات حساس یکدیگر دسترسی ندارند و فقط از نتایج خروجی بازار مطلع می‌شوند. بر این اساس، باید توجه داشت که مدل ارائه شده در این مقاله، عمدتاً برای تحلیل رفتار آینده بازیگران توسط «بهره‌بردار بازار» کاربرد دارد (زیرا وی به همه اطلاعات مورد نیاز برنامه دسترسی دارد) و تنها در صورتی می‌تواند توسط خود بازیگران مورد استفاده قرار گیرد که از روش‌های مناسب برای تخمین اطلاعات رقبا (مورد نیاز در برنامه) استفاده کنند.

پیوست

جدول (پ-۱): هزینهٔ افزایشی واحدهای تولید *RBTS*

Unit *(MW)*	Type	Incremental cost *($/MWhr)*
5	Hydro	$0.50 \;;\; 0 \le P \le 5$
20	Hydro	$0.50 \;;\; 0 \le P \le 20$
40	Hydro	$0.50 \;;\; 0 \le P \le 40$
10	Thermal	$12.76 \;;\; 3 \le P \le 10$
20	Thermal	$12.75 \;;\; 5 \le P \le 20$
40	Thermal	$12.30 \;;\; 10 \le P < 20$
		$12.50 \;;\; 20 \le P < 30$
		$12.70 \;;\; 30 \le P \le 40$

مراجع

[۱] والنبرگ، بروس و وود، آلن جی، تولید، بهره‌برداری و کنترل در سیستم‌های قدرت، ترجمه سیفی، حسین، انتشارات دانشگاه تربیت مدرس، چاپ اول، ۱۳۷۱.

[۲] کرشن، دانیل و استربک، گوران، مبانی اقتصادی سیستم‌های قدرت، ترجمه یوسفی، غلامحسین و اخوین، علی، انتشارات مرجان علم، چاپ اول، ۱۳۸۶.

[۳] شاهیده‌پور، محمد، یمین، حاتم و لی، زوان، عملیات بازار در سیستم‌های الکتریکی قدرت: پیش‌بینی، برنامه‌ریزی و مدیریت ریسک، ترجمه ح. سیفی، غ. یوسفی و م. پدرام، انتشارات دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۸۴.

[۴] عبدلی، ق.، نظریه بازی‌ها و کاربردهای آن: بازی‌های ایستا و پویا با اطلاعات کامل، انتشارات جهاد دانشگاهی دانشکده اقتصاد دانشگاه تهران، چاپ دوم، ۱۳۸۶.

[۵] هاشمی‌پرست، س. م.، نظریه بازی‌ها و کاربرد آن، انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی،چاپ اول، ۱۳۸۵.

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-06-10]

[6] Ferguson, T. S., Game Theory, University of California at Los Angeles.
[7] Singh, H., "Introduction to Game Theory and Its Application in Electric Power Markets", IEEE Computer Applications in Power, pp.18-22.
[8] Seok Son, Y., Baldick, R., Lee, K-Ho and Siddiqi, S., "Short-Term Electricity Market Auction Game Analysis: Uniform and Pay-as-Bid Pricing", IEEE Transactions on Power Sysyems, Vol. 19, No. 4, pp. 1990-1997, Nov. 2004.
[9] Y. S. Son, R. Baldick and S. Siddiqi, "Reanalysis of Nash Equilibrium Bidding Strategies in a Bilateral Electricity Market", IEEE Transactions On Power Systems, Vol. 19, No. 2,pp. 1243-1244, May 2004.
[10] Zhang, D., Wang, Y. and Luh, P. B., "Optimization Based Bidding Strategies in the Deregulated Market", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 15, No. 3, pp. 981-986, Aug. 2000.
[11] Xiong, G., Hashiyama, T. and Okuma, S., "An Evolutionary Computation for Supplier Bidding Strategy in Electricity Auction Market", Proceedings of the IEEE Conferences, pp. 83-88, 2002.
[12] Wen, F. and Kumar David, A., "A Genetic Algorithm Based Method for Bidding Strategy Coordination in Energy and Spinning Reserve Markets", Artificial Intelligence in Engineering, Vol. 15, pp. 71-79, Jan. 2001.
[13] Soleymani, S., Ranjbar, A. M., Shirani, A. R. and Marami, M., "Application of Simulated Annealing Method in Strategic Bidding of Gencos", Proceedings of the 21th International Power System Conference, pp.1588-1595, 2006.
[14] Kim, J. H., "A New Game-Theoretic Framework for Maintenance Strategy Analysis", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 18, No. 2, pp. 698-705, May 2003.
[15] Chattopadhyay, D., "A Game Theoretic Model for Strategic Maintenance and Dispatch Decisions", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 19, No. 4, pp. 2014-2021, Nov. 2004.
[16] Li, T., Shahidehpour, M. and Li, Z., "Risk-Constrained Bidding Strategy with Stochastic Unit Commitment", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 22, No. 1, pp. 449-458, Feb. 2007.
[17] Ni, E., Luh, P. B. and Rourke, S., "Optimal Integrated Generation Bidding and Scheduling with Risk Management under a Deregulated Power Market", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 19, No. 1, pp. 600-609, Feb. 2004.
[18] Conejo, A. J., Nogales, F. J. and Arroyo, J. M., "Price-Taker Bidding Strategy under Price Uncertainty", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 17, No. 4, pp. 1081-1088, Nov. 2002.
[19] Yamin, H. Y., El-Dwairi, Q. and Shahidehpour, S. M., "A New Approach for Gencos Profit Based Unit Commitment in Day-ahead Competitive Electricity Markets Considering Reserve Uncertainty", Electrical Power and Energy Systems, Vol. 29, pp. 609-616, 2007.
[20] Rajaraman, R. and Alvarado, F., Optimal Bidding Strategy in Electricity Markets under Uncertain Energy and Reserve Prices, Power Systems Engineering Research Center, PSERC Publication 03-05, Apr. 2003.
[21] K. Lee and R. Baldick, Solving Three-Player Games by the Matrix Approach with Application to an Electric Power Market, IEEE Trans. Power Systems, Vol. 18, No, 4, Nov. 2003.
[22] Billinton, R., Kumar, S., Chowdhury, N., Chu, K., Debnath, K., Goel, L., Khan, E., Kos, P., Nourbakhsh, G. and Oteng-Adjei, J., "A Reliability Test System for Educational Purposes – Basic Data", IEEE Trans. Power Systems, Vol. 4, No. 3, pp. 1238-1244, Aug. 1989.

زیرنویس‌ها

[1] Nash equilibrium
[2] Strategic game
[3] Game theory
[4] Perfect competition
[5] Imperfect competition
[6] Oligopoly
[7] Cournot
[8] Bertrand
[9] Supply Function Equilibrium (SFE)
[10] Bilateral contracts
[11] Roy Billinton Test System (RBTS)
[12] James Waldegrave
[13] John von Neumann
[14] John Nash
[15] Thomas Schelling
[16] Payoff
[17] Power-pool
[18] Market clearing price (MCP)
[19] Pay as bid
[20] Bids
[21] Demand elasticity
[22] Price cap

Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers Vol12- No.1 Spring & Summer 2015
[Downloaded from jiaeee.com on 2026-06-10]