

کنترل بدون افست سیستم‌های تأخیردار زمانی با لحاظ محدودیت‌های ورودی و حالت: رویکرد مدیریت ورودی مرجع

حمیدرضا احمدزاده^۱ شهرام آقایی^۲ مسعود شفیعی^۳

۱- دانشآموخته کارشناس ارشد- دانشکده مهندسی برق- دانشگاه یزد- یزد- ایران

hr.ahmadzadeh@stu.yazd.ac.ir

۲- استادیار- دانشکده مهندسی برق- دانشگاه یزد- یزد- ایران

aghaei@yazd.ac.ir

۲- دانشکده مهندسی برق- دانشگاه صنعتی امیرکبیر - تهران- ایران

mshafiee@aut.ac.ir

چکیده: در این مقاله، یک راهبرد کنترلی جدید برای رديابی بدون افست سیستم‌های تأخیردار زمانی دارای محدودیت ورودی و حالت با به کارگیری رویکرد مدیریت ورودی مرجع ارائه می‌شود. راهبرد ارائه شده شامل دو حلقه‌ی کنترلی است. ابتدا، مدل افزوده‌شده متناظر با سیستم گستته- زمان تأخیردار پیشنهاد شده و ضمن استخراج شرایط کنترل پذیری مدل افزوده‌شده، شرایط لازم و کافی برای رديابی بدون افست در سیستم‌های دارای تأخیر زمانی بیان می‌شود. در ادامه، بر اساس مدل افزوده‌شده و با صرف نظر کردن از محدودیت‌های موجود، کنترل کننده‌ای مناسب به منظور تشکیل حلقه‌ی داخلی پیشنهاد می‌شود. کنترل کننده‌ی پیشنهادی به نحوی تعیین می‌شود که نخست، تضمین کننده‌ی رديابی بدون افست ورودی‌های مرجع مجاز سیستم باشد و دوم، مدل حلقه‌بسته‌ی حاصل شرایط لازم برای به کارگیری گاورنر مرجع را دارا باشد. حلقه‌ی کنترل نظارتی با افزودن بلوك گاورنر مرجع به سیستم حلقه‌بسته (حلقه داخلی) تشکیل می‌شود. گاورنر مرجع یا همان بخش نظارتی مدیریت کننده ورودی مرجع مبتنی بر ساختار سیستم حلقه‌بسته و محدودیت‌های موجود، با به کارگیری مجموعه‌ی حداکثری مجاز خروجی محاسبه شده، به نحوی به مدیریت ورودی مرجع می‌پردازد که اراضی محدودیت‌ها در فرآیند کنترلی برای سیستم تأخیردار، به صورت فعلی تضمین شود. در انتها، برای ارزیابی عملکرد، نتایج شبیه‌سازی راهبرد پیشنهادی بر روی یک سیستم نمونه تأخیردار ارائه می‌شود.

واژه‌های کلیدی: سیستم تأخیردار خطی؛ گاورنر ورودی مرجع؛ تعقیب بدون افست؛ محدودیت‌های ورودی و حالت.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۸/۰۳/۱۵

تاریخ پذیرش مشروط مقاله: ۱۳۹۸/۰۷/۲۰

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۱۰/۰۵

نام نویسنده‌ی مسئول: دکتر شهرام آقایی

نشانی نویسنده‌ی مسئول: ایران - یزد - صفائیه - چهارراه پژوهش - دانشگاه یزد - دانشکده‌ی مهندسی برق



۱- مقدمه

محاسبات خود در نظر گرفته و از طریق محاسبات برخط عدم تخطی از محدودیت‌ها را تضمین می‌نمایند.

وجود تأخیر زمانی و محدودیت، هر کدام به تنهایی، مسأله‌ی طراحی کنترل کننده را برای نیل به هدف تعقیب بدون افست با پیچیدگی خاص خود مواجه می‌سازند. بنابراین می‌توان گفت که کنترل سیستم‌های تأخیردار دارای محدودیت، هم به لحاظ پژوهشی و هم به لحاظ کاربرد صنعتی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است و تاکنون، بسیاری از محققین بر روی مسائل مربوط به تأخیر زمانی و محدودیت به صورت مجزا متمرکز شده‌اند. این در حالی است که تعداد اندکی از این تحقیقات، دو عامل فوق را هم‌زمان در طراحی کنترل کننده مد نظر قرارداده‌اند که از این میان می‌توان به [۱۱-۱۸] اشاره نمود. در مراجع [۱۱-۱۴]، پایدارسازی محلی یا سراسری بر اساس فیدبک حالت با استفاده از اندازه‌گیری ماتریس، معادلات پیچیده Lyapunov و یا LMI برای سیستم‌های خطی با تأخیر روی حالت و محدودیت اشباع وروودی ارائه شده است. سپس یک رویکرد کنترل بر اساس برآورده‌سازی یک دامنه‌ی جذب رضایت‌بخش توسط مراجع [۱۵-۱۷] ارائه شد. هم‌چنین، برای سیستم‌های تأخیردار خطی با وجود محدودیت بر روی حالت‌ها، می‌توان به [۱۸] ارجاع داد. در تمامی پژوهش‌هایی که به آن‌ها اشاره شد قوانین کنترلی مناسبی ارائه گردیده است اما هیچ کدام از آن‌ها تضمینی برای اراضی محدودیت‌ها به صورت فعل ارائه نداده‌اند و این در حالی است که در این مراجع، صرفاً به مسأله تنظیم پرداخته شده است. به صورت کلی، دو رویکرد برای اراضی محدودیت‌ها به صورت فعل وجود دارد. نخست، کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل است که برای بسیاری از مسائل کنترلی از جمله مسائل مربوط به تأخیر زمانی و محدودیت قابل به کارگیری است که از پژوهش‌های صورت گرفته مرتبط با این رویکرد می‌توان به مراجع [۱۹-۲۰] اشاره کرد. رویکرد دوم، استفاده از گاورنر ورودی مرجع است. گاورنر مرجع بر اساس سازوکاری یک ورودی مرجع دست کاری شده را تولید می‌کند و به جای ورودی مرجع اصلی به سیستم پیش-پایدارساز شده اعمال می‌کند. به کارگیری گاورنر مرجع در مقایسه با کنترل پیش‌بین دارای مزیت‌هایی است مانند: ۱) قابلیت به کارگیری برای سیستم‌هایی که اثر محدودیت در آن‌ها لحاظ نشده است با حفظ ساختار حلقه‌بسته‌ی قبلی ۲) داشتن حجم محاسبات برخط کمتر. شاید بتوان مرجع [۲۱] را به عنوان نزدیک‌ترین پژوهش صورت گرفته به این مقاله به حساب آورد که در آن با استفاده از ایده‌ای متفاوت و با به کارگیری گاورنر مرجع به اراضی محدودیت‌های ورودی و حالت در یک سیستم پیوسته زمان دارای تأخیر در ورودی پرداخته است.

در این مقاله، گاورنر مرجع برای مدیریت ورودی مرجع با هدف تضمین برقراری محدودیت‌ها در کنترل سیستم‌های تأخیردار زمان-گسسته پیشنهاد می‌شود. از ملزمات این روش محاسبه‌ی یک مجموعه محدودیت تغییرناپذیر بر اساس محدودیت‌های اصلی سیستم می‌باشد. الگوریتم‌های موجود برای محاسبه‌ی این مجموعه‌ی

حضور تأخیر زمانی و محدودیت در بسیاری از سیستم‌های فیزیکی مانند فرآیندهای شیمیایی، راکتورهای هسته‌ای، رباتیک، سیستم‌های چندعاملی و سیستم‌های کنترلی تحت شبکه غیرقابل انکار است [۱-۴]. از طرفی در چند دهه‌ی اخیر به دلیل تشدید فضای رقابتی در صنایع مختلف، انتظارات از سیستم‌های کنترلی با عملکرد و کارایی بالا به شدت رو به افزایش است.

در سیستم‌های تأخیردار زمانی، حالت‌های آینده‌ی سیستم نه تنها به حالت‌ها فعلی بلکه، به حالت‌های گذشته‌ی سیستم نیز بستگی دارد. این ویژگی سیستم‌های تأخیردار، تجزیه و تحلیل آن‌ها را از سیستم‌های بدون تأخیر متمایز می‌کند. معمولاً، این ویژگی آثار منفی بر روی رفتار سیستم می‌گذارد به طوری که در بسیاری از موارد، تأخیر زمانی به عنوان یکی از منبع و منشاء‌های تضعیف عملکرد سیستم شناخته می‌شوند و حتی با ایجاد فاز منفی در سیستم‌ها می‌تواند موجب ناپایداری آن‌ها شود [۱-۳]. از این‌رو، در نظر گرفتن تأخیر زمانی در تحلیل پایداری و طراحی کنترل کننده برای سیستم‌ها امری ضروری است. هم‌چنین، تکنیک‌های موجود در کنترل سیستم‌های بدون تأخیر برای سیستم‌های تأخیردار صادق نیست چراکه این دسته از سیستم‌ها دارای بعد بین‌نهاست و بنابراین تحلیل پایداری و طراحی کنترل کننده برای این دست از سیستم‌ها با پیچیدگی‌هایی فراوانی همراه است [۵]. برخی از موثرترین روش‌های تحلیل پایداری سیستم‌های تأخیردار زمانی در [۱] قابل مشاهده می‌باشند که پایه‌ی بسیار زیادی از آن‌ها بر تئوری کراسوفسکی و رازومخین [۱-۳] و همچنین مدل الحقی [۶] استوار هستند.

از سویی دیگر، بسیاری از سیستم‌های صنعتی به دلایل مختلف دارای محدودیت در بخش ورودی یا حالت و یا ترکیبی از این‌ها می‌باشند. محدودیت‌ها منابع ایجاد مختلفی دارند که از آن میان می‌توان به موارد زیر به عنوان مهم‌ترین آن‌ها اشاره نمود [۲]: ۱) تمیهیدات ایمنی و قابلیت اطمینان [۲-۷]؛ ۲) محدودیت‌های ذاتی اجزای سیستم مانند محدودیت در محرک‌ها [۷]؛ ۳) محدودیت‌های ناشی از اهداف کنترلی مانند حداکثر بالازدگی^۱ پاسخ سیستم [۲-۴]؛ ۴) محدودیت‌های لازم برای اعتباربخشی به روش‌های کنترلی مبتنی بر خطی‌سازی سیستم‌های غیرخطی [۲-۷]. در حالت کلی، این محدودیت‌ها به دو دسته‌ی عمده‌ی محدودیت‌های نرم و محدودیت‌های سخت تقسیم می‌شوند. در برابر محدودیت‌های نرم، محدودیت سخت به آن دسته از محدودیت‌های اطلاق می‌گردد که نقض شدنشان در حین فرآیند کنترل به هیچ وجه مجاز نیست. در این مقاله، منظور از محدودیت، محدودیت نوع سخت است. از بین روش‌های کنترل سیستم‌های دارای محدودیت، روش‌های کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل [۸] و روش‌های موسوم به گاورنر مرجع [۹] یا گاورنر فرمان [۱۰] اقبال بیشتری برای به کارگیری دارند. چرا که محدودیت‌های سیستم را به طور صریح در

$$\begin{cases} x(k+1) = A_0 x(k) + \sum_{i=1}^h A_i x(k-i) + B u(k), \\ y(k) = C_y x(k), \\ c(k) = C_x x(k) + C_u u(k), \end{cases} \quad (1)$$

که دارای تأخیرهای چندگانه^۳ روی حالت‌های خود است را در نظر بگیرید. شرایط اولیه سیستم (۱) به صورت

$$x(\theta), \quad \forall \theta \in [-h, 0] \subset \mathbb{Z}, \quad (2)$$

قابل نمایش است. در رابطه (۲)، h بیان‌گر مقدار بزرگترین تأخیر زمانی است. در این قسمت فرض بر آن است که تأخیر زمانی ثابت و مقدار آن مشخص است. $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^p$ و $y \in \mathbb{R}^p$ به ترتیب مبین برداهای حالت، بردار ورودی کنترلی و بردار خروجی سیستم هستند. سیستم (۱) با ماتریس‌های A_i به ازای $i = 0, 1, \dots, h$ و B تووصیف می‌شود که ثابت و با ابعاد مناسب هستند. $c \in \mathbb{R}^{p_c}$ نیز بردار متغیرهای محدودیت است که طی فرآیند کنترل بایستی تضمین شود که از مجموعه محدودیت خارج ننمی‌شوند یا به عبارتی دیگر:

$$c(k) \in \mathcal{Y}, \quad \forall k \in \mathbb{Z}^+. \quad (3)$$

هدف از طراحی کنترل کننده، تعیین ورودی کنترلی u به نحوی است که با اعمال آن به سیستم (۱)، متغیرهای تحت کنترل یا همان خروجی‌های سیستم y ، ورودی مرجع تکه‌ای ثابت $r(k)$ با دامنه‌ی کراندار را بدون افسوس تعییب کند به طوری که محدودیت (۳) نقض نشود. هم‌چنین، ورودی‌های مرجع غیر مجاز نیز با کمترین خطای ممکن دنبال شوند.

فرضیات مسئله:

فرض ۱: در هر گام زمانی k ، متغیرهای حالت کنونی تا h گام زمانی گذشته در دسترس است یا به عبارتی برای $i = 0, \dots, h$ ، متغیر حالت $(k-i)x$ موجود است.

فرض ۲: مجموعه محدودیت \mathcal{Y} یک مجموعه چندوجهی، فشرده و شامل مبدأ است.

فرض ۳: شرط رتبه‌ی زیر برقرار است:

$$\text{rank} \begin{bmatrix} I_n - \sum_{i=0}^h A_i & -B \\ C_y & 0 \end{bmatrix} = n + p. \quad (4)$$

فرض ۳ به این موضوع اشاره دارد که برای نیل به هدف تعییب بدون افسوس، متغیرهای تحت کنترل باید مستقل بوده و تعداد آن‌ها از تعداد ورودی‌های کنترلی مستقل سیستم تجاوز نکند که در این مقاله برابر (سیستم مربعی) فرض شده‌اند.

فرض ۴: زوج $\left(\sum_{i=0}^h z^{-i} A_i, B \right)$ به ازای تمام مقادیر z

کنترل پذیر است (تنها به ازای تمام مقادیر ویژه ماتریس A_p کافی است).

رویکرد پیشنهادی از دو حلقه‌ی کنترلی زیر تشکیل می‌شود:

تغییرناپذیر بر اساس فرم‌های خاصی از معادلات ارائه شده‌اند که باقیستی در توسعه‌ی معادلات مربوط به کنترل سیستم، آن‌ها را مد نظر قرار گرفته و به قابل دستیابی بودن آن توجه شود. یکی از نوآوری‌های این مقاله در روند توسعه‌ی معادلات کنترل سیستم تأخیردار است به طوری که ساختار معادلات نهایی، محاسبه‌ی مجموعه‌ی تغییرناپذیر لازم و درنهایت به کارگیری گاورنر ورودی مرجع را امکان پذیر سازد. در راهبرد کنترلی پیشنهادی در این مقاله ابتدا با صرف نظر کردن از محدودیت‌ها، با استفاده از روش الحاقی سیستم حلقه‌بسته چنان تشکیل می‌شود که نخست، قابلیت ردیابی هر ورودی مرجع تکه‌پیوسته‌ای کران‌دار را داشته باشد و دوم، شرایط لازم برای به کارگیری گاورنر مرجع را دارا باشد. در نهایت، با افزودن گاورنر مرجع به سیستم حلقه‌بسته، این بخش چه در رفتار گذرا و چه در حالت دائمی، در صورت لزوم و با توجه به ورودی مرجع اصلی، نزدیکترین مقدار به آن را برای اعمال به سیستم حلقه‌بسته، طوری تعیین می‌کند که محدودیت‌های سیستم نقض نشوند. لذا نوآوری‌های این پژوهش را می‌توان می‌توان استخراج شرایط لازم و کافی برای ردیابی بدون افسوس ورودی مرجع تکه‌پیوسته‌ای و برآورده‌سازی همزمان محدودیت‌های ورودی و حالت و هر ترکیب خطی از آن‌ها برای سیستم‌های گسسته‌زمان با تأخیر چندگانه، روند توسعه روش برای امکان محاسبه مجموعه تغییرناپذیر و ایجاد قابلیت پیاده‌سازی گاورنر ورودی مرجع دانست. استفاده از رویکرد ارائه شده، حجم محاسبات بسیار کمتری نسبت به روش کنترل پیش‌بین دارد.

بخش‌های بعدی مقاله به شرح زیر ساماندهی و نوشه شده‌اند. بخش دوم به بیان مسئله و معرفی قسمت‌های مختلف راهبرد پیشنهادی اختصاص می‌یابد. در بخش سوم، شرایط لازم برای کنترل سیستم‌های دارای تأخیر چندگانه استخراج می‌شود و سپس حلقه‌ی کنترلی داخلی به نحوی مناسب بسته می‌شود. در بخش چهارم، حلقه‌ی کنترل نظارتی به منظور ارزایی محدودیت‌ها تشکیل می‌شود. در بخش پنجم به منظور ارزیابی عملکرد رویکرد پیشنهادی، یک نتایج شبیه‌سازی بر روی یک سیستم نمونه ارائه شده است. بخش ششم به جمع‌بندی، نتیجه‌گیری کلی و بیان کارهای آینده اختصاص داده می‌شود.

علام ریاضی. بردار $x \in \mathbb{R}^n$ و ماتریس مربعی $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ را درنظر بگیرید. نماد $\|x\|$ توصیف کننده نرم اقلیدسی^۲ بردار $x \in \mathbb{R}^n$ با استفاده از رابطه $\|x\| = \sqrt{x^T x}$ است. $0 > 0$ به معنای این است که ماتریس A معین مثبت است. ماتریس واحد $I_n \times n$ و ماتریس صفر $0_{m \times n}$ به ترتیب با نمادهای I_n و $0_{m \times n}$ نمایش داده شده‌اند. جمع مینکوفسکی برای دو مجموعه دلخواه داده شده $\mathbb{U} \subset \mathbb{R}^n$ و $\mathbb{V} \subset \mathbb{R}^n$ به صورت $\mathbb{U} \oplus \mathbb{V} = \{u + v \mid u \in \mathbb{U}, v \in \mathbb{V}\}$ نمایش داده می‌شود.

۲- بیان مسئله و فرضیات آن

سیستم خطی گسسته تغییرناپذیر با زمان



$\xi(0) = [x(0)^T, x(-1)^T, \dots, x(-h+1)^T, x(-h)^T]^T$,
 بیان می‌شود. بدینه است که سیستم (۱)، یک زیرسیستم از مدل طراحی (۵) است. از این‌رو، اگر بتوان تعقیب بدون افسوس ورودی مرجع را برای مدل (۵) تعقیب کرد، به طور ضمنی، این مهم برای سیستم (۱) نیز تعقیب خواهد شد.

لهم ۱: با توجه به فرض ۴، زوج (A_p, B_p) کنترل‌پذیر است.
 اثبات: با توجه به قضیه هاتوس^۷، زوج (A_p, B_p) کنترل‌پذیر است اگر و فقط اگر شرط رتبه‌ی (۸) برقرار باشد.

$$\text{rank} \begin{bmatrix} zI - A_p & B_p \end{bmatrix} = n(h+1) \quad (8)$$

از طرفی، با بکارگیری اعمال ستونی-مقدماتی، برقراری شرط رتبه‌ی (۸) معادل با برقراری شرط رتبه‌ی (۹) خواهد شد. اعمال ستونی-مقدماتی طی h مرحله‌ی متوالی صورت می‌پذیرد؛ بدین صورت که در هر مرحله‌ی i ام ($i \in \{1, 2, \dots, h\}$)، ابتدا بلوک ستونی i ام در z ضرب شده و سپس با بلوک ستونی $i+1$ ام جمع می‌شود و درنهایت حاصل، در بلوک ستونی $i+1$ ام قرار می‌گیرد. در پایان، با ضرب بلوک ستونی $h+1$ ام ماتریس به دست آمده مرحله‌ی آخر در z^{-h} ،

شرط رتبه به صورت (۹) در خواهد آمد:

$$\text{rank} \begin{bmatrix} zI - A_0 & -A_1 & \dots & -A_{h-1} & zI - \sum_{i=0}^h z^{-i} A_i & B \\ -I & zI & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -I & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -I & 0 & 0 \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{12} \\ \Theta_{21} & \Theta_{22} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

که در آن Θ_{ij} ها برای $i, j = 1, 2$ به صورت (۱۰) خواهند بود:

$$\Theta_{11} = [zI - A_0 \quad -A_1 \quad \dots \quad -A_{h-1}], \quad (10)$$

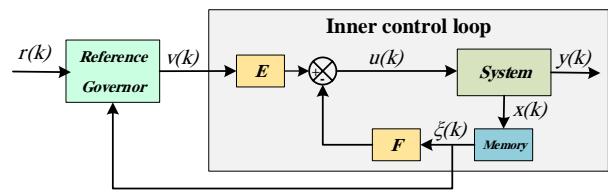
$$\Theta_{12} = \left[zI - \sum_{i=0}^h z^{-i} A_i \quad B \right],$$

$$\Theta_{21} = \begin{bmatrix} -I & zI & \dots & 0 \\ 0 & -I & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -I \end{bmatrix}, \quad \Theta_{22} = 0_{nh \times (n+m)}.$$

با توجه به ساختار ماتریس $[\Theta_{21} \quad \Theta_{22}]$ ، سطرهای آن همواره نسبت به یکدیگر مستقل خطی هستند. از طرفی، با توجه به فرض ۴، بدینه است که سطرهای $[\Theta_{11} \quad \Theta_{12}]$ نیز نسبت به یکدیگر مستقل خطی هستند، شرایط اولیه‌ی مدل (۵) به صورت

۱- حلقه‌ی کنترلی داخلی^۸ شامل کنترل‌کننده‌ای است که برای سیستم با فرض عدم حضور محدودیت به طوری طراحی شده است که اولاً پایداری سیستم حلقه‌بسته تعقیب بدون شود و دوماً هدف تعقیب بدون افسوس برای هر ورودی مرجع مجاز تحقق یابد. از طرفی، حلقه‌ی داخلی باید به گونه‌ای ساخته شود که معادلات سیستم حلقه‌بسته‌ی حاصل، قابل استفاده برای محاسبات برونو خط و برخط گاوارنر مرجع نظارتی باشد.

۲- حلقه‌ی کنترل نظارتی^۹ با الحاق کردن بلوک گاوارنر مرجع به حلقه‌ی کنترل داخلی به منظور برآورده‌سازی محدودیت‌ها تشکیل می‌شود. گاوارنر مرجع، سیگنال ورودی مجاز (k) را به عنوان نزدیک‌ترین مقدار ممکن به (k) r به نحوی محاسبه می‌کند که تعقیب شود محدودیت‌ها برای کلیه‌ی زمان‌ها نقض نمی‌شوند و این ورودی مرجع دست‌کاری شده^{۱۰} را به جای ورودی مرجع اصلی $r(k)$ به حلقه‌ی کنترل داخلی اعمال می‌کند. رویکرد پیشنهادی، در شکل ۱ به صورت بلوک-دیاگرام نشان داده شده است و جزئیات آن در ادامه مطرح خواهد شد.



شکل (۱): بلوک-دیاگرام روش پیشنهادی

۳- کنترل سیستم خطی تاخیردار با رویکرد مدیریت مرجع

۳-۱- مدل طراحی الحاقی

مدل الحاقی بدون تأخیر زمانی برای سیستم تاخیردار (۱) به منظور طراحی کنترل‌کننده به صورت (۵) در نظر گرفته می‌شود^[۶]:

$$\xi(k+1) = A_p \xi(k) + B_p u(k), \quad (5)$$

$$y(k) = C_p \xi(k),$$

که بردار الحاقی $(\xi(k))$ و ماتریس‌های با ابعاد مناسب $C_p \in \mathbb{R}^{p \times n(h+1)}$ و $B_p \in \mathbb{R}^{n(h+1) \times p}$ ، $A_p \in \mathbb{R}^{n(h+1) \times n(h+1)}$ در (۶) معرفی می‌شوند:

$$\xi(k) = [x(k)^T, x(k-1)^T, \dots, x(k-h-1)^T, x(k-h)^T]^T, \quad (6)$$

$$A_p = \begin{bmatrix} A_0 & A_1 & \dots & A_{h-1} & A_h \\ I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I & 0 \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C_p = [C \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0].$$

همچنین، شرایط اولیه‌ی مدل (۵) به صورت

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} (\zeta(k)^T Q_p \zeta(k) + u(k)^T R u(k)), \quad (14)$$

که در آن ماتریس‌های $Q_p > 0$ و $R \in \mathbb{R}^{m \times m}$ به ترتیب ماتریس‌های وزنی مربوط به اهمیت حالتها و ورودی‌های کنترلی هستند دارای حل بهره‌ی استاتیکی F می‌باشد که اولاً مقدار آن از معادلات (۱۲) و (۱۳) به دست می‌آید و ثانیاً بر اساس اصول مسئله‌ی LQR با شرایط مفروض در این قضیه، $u = F \zeta(k)$ یک قانون کنترل پایدارساز مجانبی برای مدل الحاقی (۵) می‌باشد. از آنجا که سیستم (۱)، یک زیرسیستم از مدل الحاقی (۵) محسوب می‌گردد، بنابراین با قانون کنترل حاصل سیستم (۱) نیز پایدار مجانبی خواهد بود.

□

قضیه ۲: قانون کنترل $u = F \zeta(k)$ مفروض است که در آن $F = [F_1 \ F_2 \ \dots \ F_h]$ بهره‌ی فیدبک حالت استاتیکی پایدارساز است که با قضیه ۱ قابل محاسبه می‌باشد. اگر فرض‌های ۱ و ۳ برقرار باشند، بهره‌ی استاتیکی پیش‌خور

$$E = \left(C_y \left[I - \left(\sum_{i=0}^h A_i + B F_i \right) \right]^{-1} B \right)^{-1}, \quad (15)$$

همواره وجود خواهد داشت به طوری که با به کارگیری آن در قانون کنترل (۱۱)، هدف تعقیب ورودی مرجع از نوع تکه-ثابت محقق می‌شود.

اثبات:

(۱) تضمین تعقیب بدون افست

بعد از اعمال قانون کنترل (۱۱) به سیستم (۱)، مدل سیستم حلقه‌بسته به صورت (۱۶) در خواهد آمد:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= (A_0 + B F_0) x(k) \\ &\quad + \sum_{i=1}^h (A_i + B F_i x(k-i)) + E v(k). \end{aligned} \quad (16)$$

از آنجا که بهره‌ی F در قانون کنترل (۱۱) از رابطه‌ی (۱۲) حساب می‌شود، بنابراین در حالت دائمی، تساوی (۱۷) برقرار خواهد بود:

$$x(k+1) = x(k) = \dots = x(k-h) = x^{ss}, \quad (17)$$

که از آن، معادله‌ی

$$x^{ss} = \left(\sum_{i=0}^h A_i + B F_i \right) x^{ss} + B E v, \quad (18)$$

حاصل می‌شود. بنابراین می‌توان معادله‌ی (۱۹) را نتیجه گرفت.

$$x^{ss} = \left[I - \left(\sum_{i=0}^h A_i + B F_i \right) \right]^{-1} B E v \quad (19)$$

با توجه به معادله‌های (۵) و (۱۹)، بردار خروجی‌های سیستم در حالت دائمی، به صورت رابطه‌ی (۲۰) خواهد بود:

$$y^{ss} = C_y \left[I - \left(\sum_{i=0}^h A_i + B F_i \right) \right]^{-1} B E v, \quad (20)$$

و با توجه به معادله‌ی (۲۰)، بدیهی است که برای دستیابی به هدف تعقیب بدون افست، باید بهره‌ی حالت دائمی سیستم از محل خروجی

هستند. همچنین، با توجه به صفر بودن درایه‌های Θ_{22} و برقراری فرض ۴، سطرهای Θ_{11} و Θ_{21} نسبت به سطرهای Θ_{22} مستقل خطی هستند. از این‌رو، می‌توان کنترل پذیر بودن زوج (A_p, B_p) را نتیجه گرفت. □

شایان ذکر است که در مرجع [۶]، یک اثبات برای لم ۱ ارائه شده است اما، اثباتی متفاوت و به مراتب ساده‌تر در اینجا ارائه شد.

۲-۳- حلقه‌ی کنترلی داخلی: کنترل بدون افست

سیستم تأخیردار

در اکثر روش‌های معرفی شده برای کنترل TDS‌های دارای محدودیت، تنها پایدارسازی آن‌ها مورد بررسی قرار گرفته است اما در این پژوهش برای دستیابی به تعقیب بدون افست، ورودی کنترلی به صورت:

$$u(k) = F \zeta(k) + E v(k), \quad (11)$$

در نظر گرفته می‌شود که در آن $v(k)$ همان ورودی مرجع دست‌کاری شده است و توسط حلقه‌ی کنترل نظارتی محاسبه می‌شود و ماتریس‌های F و E به ترتیب بهره‌های فیدبک حالت و پیش‌خور ورودی مرجع هستند. رهیافت کنترلی در نظر گرفته شده در این قسمت، بر پایه‌ی ساختار پیش‌خور استوار است.

بهره‌ی پایدارساز مجانبی F با استفاده از تکنیک‌های رایج قابل طراحی است که در این مقاله از مسئله‌ی تنظیم مربعی خطی (LQR) برای این منظور استفاده شده است و برقراری فرض‌های استاندارد ۱ و ۳ وجود آن تضمین می‌شود.

قضیه ۱: اگرفرض ۴ برقرار باشد و همچنین ماتریس $Q \in \mathbb{R}^{n \times n} \geq 0$

طوری انتخاب گردد که زوج $\left(\sum_{i=0}^h z^{-i} A_i, Q^{\frac{1}{2}} \right)$ به ازای تمام

مقادیر ویژه‌ی روی یا خارج دایره واحد از ماتریس A_p آشکارپذیر باشد، آنگاه ورودی کنترلی $y = F \zeta(k) + E v(k)$ ، سیستم (۱) را به صورت مجانبی پایدار می‌کند که در آن ماتریس بهره‌ی استاتیکی F از رابطه‌ی (۱۲) را دارد.

$$F = -(B_p^T P B_p + R)^{-1} B_p P A_p \quad (12)$$

و ماتریس $P \in \mathbb{R}^{n(h+1) \times n(h+1)} > 0$ با فرض $Q_p = diag \{Q, 0, \dots, 0\}$ از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$P = Q_p + A_p^T \left(P - P B_p (R + B_p^T P B_p)^{-1} B_p P \right) A_p. \quad (13)$$

اثبات:

مشابه با لم ۱ می‌توان نشان داد که اگر زوج $\left(\sum_{i=0}^h z^{-i} A_i, Q^{\frac{1}{2}} \right)$ به ازای تمام مقادیر ویژه‌ی روی یا خارج دایره واحد از ماتریس A_p

آشکارپذیر باشد، آنگاه زوج $(A_p, Q_p^{\frac{1}{2}})$ آشکارپذیر خواهد بود. از طرفی در لم ۱ نشان داده شد که با توجه به فرض ۴، زوج (A_p, B_p) کنترل پذیر است. بنابراین، مسئله‌ی LQR باتابع هزینه



۳-۲- حلقه‌ی کنترل نظارتی: تضمین محدودیت با مدیریت ورودی مرجع

در این قسمت، گاورنر مرجع تحت عنوان کنترل کننده‌ی نظارتی به منظور برآورده‌سازی محدودیت‌ها به سیستم حلقه‌بسته‌ی داخلی الحق می‌شود. در این شرایط، مدل طراحی حلقه‌بسته و بردار محدودیت‌ها به ترتیب به صورت (۲۵-آ) و (۲۵-ب) قابل نمایش هستند:

$$\zeta(k+1) = \bar{A}\zeta(k) + \bar{B}v(k), \quad (25-\text{آ})$$

$$c(k) = L_{\zeta}\zeta(k) + L_vv(k) \in \mathcal{Y}. \quad (25-\text{ب})$$

در معادلات (۲۵)، ماتریس‌های سیستم حلقه‌بسته به صورت $\bar{A} = A_p + B_pF$, $\bar{B} = B_pE$ ، هستند. همچنین، ماتریس‌های توصیف کننده‌ی بردار محدودیت‌ها در رابطه (۲۷) نمایش داده شده‌اند.

$$L_{\zeta} = \bar{C}_x + C_uF, \quad L_v = C_uE, \quad (27)$$

$$\bar{C}_x = [C_x \quad 0 \quad \dots \quad 0].$$

همان‌طور که در شکل ۱ مشخص است، گاورنر مرجع بر اساس مقدار کنونی ورودی‌های مرجع اصلی و حالت‌های سیستم حلقه‌بسته (۲۵-آ) نزدیک‌ترین ورودی مرجع دست‌کاری شده به ورودی مرجع اصلی را به صورت برخط به نحوی تولید می‌کند که محدودیت (۲۵-ب) برای تمامی زمان‌ها حفظ شود. در واقع گاورنر ورودی مرجع با کمینه کردن تابع هزینه‌ی (۲۸-آ) در هر گام زمانی $k \in \mathbb{Z}^+$ از طریق یک برنامه بهینه‌سازی برخط، ورودی مرجع دست‌کاری شده $v(k)$ را به نحوی تولید می‌کند که کمترین فاصله را با ورودی مرجع اصلی $r(k)$ داشته باشد و همچنین شرط (۲۸-ب) را برآورده سازد.

$$v(k) = \arg \min_v \|r(k) - v\|_Q^2 \quad (28-\text{آ})$$

$$= \arg \min_v (r(k) - v)^T Q (r(k) - v), \quad (28-\text{ب})$$

subject to $(\zeta(k), v(k)) \in \mathcal{O}_{\infty}$.

که در آن $\mathcal{O}_{\infty} \subset \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^{n(h+1)}$ ، مجموعه‌ی حداکثری خروجی مجاز (MOAS) نامیده می‌شود. در ادامه، ویژگی‌ها و نحوه تعیین MOAS برای سیستم حلقه‌بسته (۲۵-آ) و در حضور محدودیت (۲۵-ب) بیان می‌شود.

۳-۳-۱- مجموعه‌ی حداکثری مجاز خروجی برای سیستم حلقه‌بسته

برای سیستم حلقه‌بسته (۲۵)، مجموعه‌ی شامل تمام زوج‌های شرایط اولیه‌های (k) و ورودی‌های مرجع مجاز و ثابت \bar{v} است که در هر گام زمانی، اگر سیستم پیش‌پایدار شده‌ی (۲۵) با شرایط اولیه‌ی (0) که از مجموعه‌ی \mathcal{O}_{∞} انتخاب می‌شود اجرا شود و فرض شود، ورودی مرجع متناظر با این شرایط اولیه، برای تمامی زمان‌های آینده ثابت نگه داشته شود یعنی $v(k) = v \quad \forall k \geq 0$. تضمین خواهد شد که پاسخ‌های سیستم برای تمامی زمان‌ها، محدودیت (۲۵-ب) را نقض نخواهند کرد. با توجه به فرض

به ورودی مرجع آن برابر واحد گردد. برای این منظور، رابطه‌ی (۲۱) را برای بهره‌ی استاتیکی E می‌توان متصور بود:

$$E = \left(C_y \left[I - \left(\sum_{i=0}^h A_i + BF_i \right) \right]^{-1} B \right)^{-1}. \quad (21)$$

معادله‌ی (۲۱)، تنها نحوه‌ی محاسبه‌ی E را در صورت وجود ارائه می‌دهد در حالی که، امکان دارد چنین بهره‌ای عملاً وجود نداشته باشد. بنابراین، بررسی وجود بهره‌ی E امری ضروری است که باید به آن توجه شود. در ادامه، وجود بهره‌ی E مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۲- وجود بهره‌ی E

با توجه به فرض ۴، وجود بهره‌ی E تضمین می‌شود اگر داشته باشیم:

$$\det(C_y \left[I - \left(\sum_{i=0}^h A_i + BF_i \right) \right]^{-1} B) \neq 0. \quad (22)$$

با توجه به لم معکوس گیری ماتریس‌ها می‌توان گفت با حفظ شرط (۲۲)، شرط (۲۳) نیز برقرار خواهد شد.

$$\det \begin{bmatrix} I - (\sum_{i=0}^h A_i + BF_i) & -B \\ C_y & 0 \end{bmatrix} \neq 0 \quad (23)$$

اکنون با توجه به تساوی

$$\begin{bmatrix} I - \sum_{i=0}^h (A_i + BF_i) & -B \\ C_y & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} I - \sum_{i=0}^h A_i & -B \\ C_y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ \sum_{i=0}^h F_i & I \end{bmatrix},$$

$$\det \begin{bmatrix} I & 0 \\ \sum_{i=0}^h F_i & I \end{bmatrix} = 1 \quad \text{و با توجه به این که،}$$

برقراری فرض ۳، تضمین وجود بهره‌ی استاتیکی E بدیهی خواهد بود. □

نکته ۱: می‌توان گفت که با اعمال ورودی کنترلی (۱۱) به سیستم الحاقی (۵) که در آن بهره‌های استاتیکی F و E به ترتیب از قضایای ۱ و ۲ به دست می‌آیند، سیستم حلقه‌بسته حاصل به نحوی پایدار شده است که خروجی‌های سیستم، قادر به تعقیب بدون افست ورودی‌های مرجع اعمال شده به آن، باشند. همچنین، ساختار سیستم حلقه‌بسته‌ی حاصل به فرم مناسب برای انجام محاسبات مجموعه‌های تغییرناپذیر در حلقه‌ی کنترل نظارتی که در ادامه به آن پرداخته خواهد شد، درآمده است. شایان ذکر است، منظور از فرم مطلوب ساختار سیستم حلقه‌بسته، همان فرم مورد نیاز در مرجع [۲۳] برای به کارگیری الگوریتم‌های محاسباتی مجموعه‌های تغییرناپذیر است که در زیربخش بعد به صورت مختصر به آن اشاره خواهد شد.

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} \mathcal{A}_1 & 0 \\ \mathcal{A}_2 & \mathcal{A}_3 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{B} = \begin{bmatrix} \mathcal{B}_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (33)$$

که در آن زوج $(\mathcal{A}_1, \mathcal{B}_1)$ مشاهده‌پذیر است. در این شرایط، رابطه‌ی $\mathcal{O}_{\infty}(\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{Y}) = \mathcal{O}_{\infty}(\mathcal{A}_1, \mathcal{B}_1, \mathcal{Y}) \times \mathbb{R}^{n \times n_1}$ برقرار خواهد بود. بنابراین، مجموعه‌ی \mathcal{O}_{∞} مجموعه‌ی استوانه‌ای خواهد بود که تعیین و محاسبه‌ی آن به $\mathcal{A}_1 \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_1}$, $\mathcal{B}_1 \in \mathbb{R}^{c \times n_1}$ و $\mathcal{Y} \in \mathbb{R}^{c \times n_1}$ بستگی دارد. برقراری شرط $(L_{\xi}(I - \bar{A})^{-1}\bar{B} + L_r)v \in \mathcal{Y}$ در رابطه‌ی (۳۲)، به این موضوع اشاره دارد که ورودی مرجع $v(k)$ به عنوان یک ورودی مرجع قابل اعمال که توسط بخش مدیریت مرجع محاسبه می‌شود، بتواند برقراری رابطه‌ی (۳۴) را تضمین نماید:

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \mathcal{C}^{\mathcal{A}^j} \begin{bmatrix} \xi(k) \\ v \end{bmatrix} \in \mathcal{Y}. \quad (34)$$

در این صورت در هر زمان نمونه برداری بر اساس شرایط اندازه‌گیری شده $v(k), \xi(k)$ که به ازای آن‌ها رابطه‌ی $\mathcal{O}_{\sigma}(\xi(k), v(k)) \in \mathcal{O}_{\sigma}$ برقرار باشد، ارضای محدودیت‌ها تضمین خواهد شد. لذا برنامه بهینه‌سازی برخط (۲۸) به عنوان مدیریت کننده ورودی مرجع، مقداری را برای $v(k)$ انتخاب می‌کند که نزدیک‌ترین به ورودی مرجع اصلی r باشد. اگر r یک ورودی مرجع مجاز برای حالت دائمی باشد و به عبارت دیگر

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \mathcal{C}^{\mathcal{A}^j} \begin{bmatrix} \xi(k) \\ r \end{bmatrix} \in \mathcal{Y}. \quad (35)$$

برقرار باشد آنگاه $v(k)$ در نهایت به مقدار r هم‌گرا شده و در غیر این صورت به نزدیک‌ترین مقدار ممکن به آن که نقض محدودیت‌ها را به همراه نداشته باشد؛ هم‌گرا خواهد شد.

۴- مطالعه موردی

در این قسمت، یک مثال عددی برای مشخص شدن صحت و قابلیت راهبرد کنترلی پیشنهاد شده شبیه‌سازی خواهد شد. همچنین، به منظور نشان دادن برتری راهبرد پیشنهادی نسبت به رویکرد به کارگیری محدود‌کننده^{۱۳} در ارضای محدودیت‌ها، در سه حالت مختلف برای محدودیت‌ها شبیه‌سازی صورت خواهد گرفت. سیستم مورد مطالعه یک سیستم گستته-زمان است که با اندکی تغییر در مرجع [۱] از آن برای اهداف مختلف استفاده شده است. این سیستم به ترتیب دارای دو ورودی کنترلی، حالت و خروجی است و دارای تأخیر زمانی ثابت به اندازه‌ی $h = 2$ است. در روش حل این مدل سیستم همانند (۱) در نظر گرفته شده است که ماتریس‌های آن به شرح زیر است:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -0.6 \\ 0.4 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad A_d = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0.6 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad (36)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

مجموعه‌ی \mathcal{O}_{∞} به صورت یک مجموعه‌ی پلی‌هدون^{۱۴} ظاهر می‌شود که با تعداد محدودی نامساوی به صورت (۲۹) قابل نمایش است:

$$\mathcal{O}_{\infty} = \{(\xi, v) : M\xi + Nv \leq s\}. \quad (29)$$

با توجه به الگوریتم پیشنهادشده در مرجع [۲۳] برای محاسبه‌ی مجموعه‌ی \mathcal{O}_{∞} و با نگاه به معادلات (۲۵)، تشکیل سیستم الحاقی خودگردان^{۱۵}

$$\psi(k+1) = \mathcal{A}\psi(k) \\ \psi = \begin{bmatrix} \xi \\ v \end{bmatrix}, \quad \mathcal{A} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ 0 & I \end{bmatrix}, \quad (30)$$

ضروری خواهد بود. در این شرایط، بردار محدودیت‌ها به صورت (۳۱) نمایش داده می‌شود:

$$c(k) = \mathcal{B}\psi(k) \in \mathcal{Y}, \quad \forall k \geq 0, \quad (31)$$

$$\mathcal{B} = [L_{\xi} \quad L_v].$$

فرض ۵: زوج $(\mathcal{A}, \mathcal{B})$ مشاهده‌پذیر است.

قضیه ۳ [۲۳]: با برقراری فرض‌های ۲، ۴ و ۵ برای سیستم (۱) و مدل (۳۰) و مجموعه محدودیت (۳۱) یک تقریب داخلی مناسب مانند \mathcal{O}_{σ} از مجموعه‌ی \mathcal{O}_{∞} به صورت مجموعه‌ی کراندار و با تعداد محدودی نامساوی به صورت یک مجموعه چندوجهی تغییرناپذیر با زمان:

$$\mathcal{O}_{\sigma} := \left\{ \psi = \begin{bmatrix} \xi(k) \\ v \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n(h+1)+p_c} \mid \mathcal{B}\mathcal{A}^i\psi \in \mathcal{Y}, \quad \forall k \geq 0, \text{ and } (L_{\xi}(I_n - \bar{A})^{-1}\bar{B} + L_r)v \in \mathcal{Y} \right\}, \quad (32)$$

قابل محاسبه است و در آن \mathcal{Y} ، یک مجموعه‌ی بسته و فشرده است که در رابطه‌ی $\mathcal{B}^n(0) \subseteq \mathcal{Y} \oplus \mathbb{B}_{\sigma}^n(0)$ صدق می‌کند. همچنین، σ یک عدد دلخواه کوچک است و $\mathbb{B}_{\sigma}^n(0)$ یک زیرمجموعه‌ی کروی از فضای \mathbb{R}^n به مرکز مبدأ و شعاع σ است.

با توجه به لم ۲ و شرایط استاندارد مدل (۳۰) و (۳۱)، \mathcal{O}_{σ} با الگوریتم ارائه شده در مرجع [۲۳] به عنوان تقریب مناسبی از \mathcal{O}_{∞} محاسبه می‌شود. یکی از نوآوری‌های اصلی این مقاله در واقع، ارائه‌ی ساختار و مدل‌هایی بود که شرایط اعمال الگوریتم مذکور در قضیه ۳ را داشته باشد و محاسبه مجموعه را ممکن^{۱۶} سازد.

نکته ۲: به کارگیری قضیه ۳ و محاسبه مجموعه‌ی \mathcal{O}_{σ} ، مستلزم مشاهده‌پذیری مدل افزوده شده‌ی (۳۰) می‌باشد که در فرض ۵ بدان اشاره شد. چنان‌چه، فرض ۵ برقرار نباشد خلی در به کارگیری قضیه ۳ به وجود نمی‌آید. در این شرایط می‌توان با انتخاب یک تبدیل همانندی مناسب، به فرم زیر برای مدل الحاقی خودگردان (۳۰) دست یافت [۲۴] که در آن دینامیک‌های مشاهده‌پذیر در خروجی دارای محدودیت (دینامیک‌های دارای محدودیت) و مشاهده‌ناپذیر در خروجی دارای محدودیت (دینامیک‌های بدون محدودیت) از یکدیگر تفکیک شده‌اند:



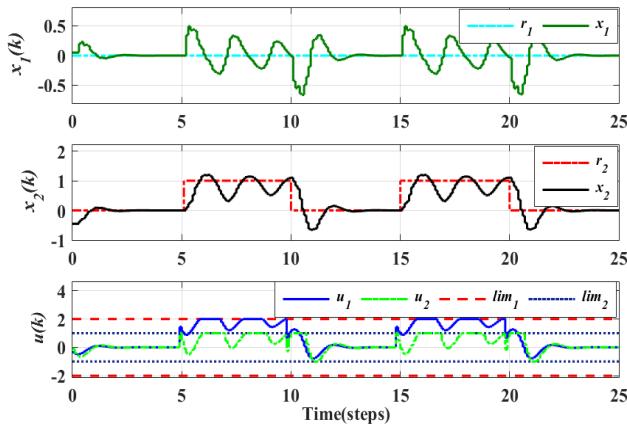
برای ارضی محدودیت‌ها استفاده شده است، عملکرد حلقه بسته رضایت‌بخش نبوده و هدف تعقیب ورودی‌های مرجع توسط خروجی محقق نمی‌گردد. در این حالت اگر ماتریس جریمه ورودی R مقدار کمتری انتخای گردد می‌تواند باعث ناپایداری سیستم حلقه بسته گردد. اما در حالتی که بر اساس روش پیشنهادی از گاونر مرجع به عنوان حلقه ناظری و برای تضمین محدودیت‌ها استفاده شده است، نه تنها عملکرد حلقه بسته کاملاً مطلوب بوده، بلکه خروجی‌های سیستم به خوبی توانسته‌اند ورودی‌های مرجع متناظر را بدون خطأ تعقیب کنند که این موضوع در شکل (۴) کاملاً مشخص است.

سناریو سوم: محدودیت حالت به صورت (۴۰) وجود داشته باشد:

$$x_1 \leq 0.5. \quad (40)$$

توجه شود که در حالت پنجم، با توجه به محدودیت تعریف شده، ورودی مرجع $r(k)$ برای سیستم مورد مطالعه یک ورودی مرجع غیرمجاز محسوب می‌شود.

در این سناریو، استفاده از محدود کننده سیگنال کنترل مفهوم نداشته و ارضی محدودیت‌های سیستم تنها، با به کارگیری راهبرد پیشنهاد شده در این مقاله امکان‌پذیر است. نتایج شبیه‌سازی مربوط به این قسمت در شکل (۵) آورده شده است. همان‌طور که مشخص است، حلقه ناظری روش پیشنهاد شده با مدیریت مناسب ورودی مرجع و محاسبه مقدار مناسبی برای ورودی مرجع اعمالی، توانسته اولاً هم در رفتار گنرا و هم در رفتار حالت دائمی برقراری محدودیت را تضمین نموده و در حالت دائمی با تعیین نزدیکترین مقدار مجذب به ورودی مرجع اصلی غیرمجاز (خارج از محدودیت) به عنوان ورودی مرجع اعمالی، هدف تعقیب را با کمترین خطأ ممکن می‌سازد.



شکل (۳): تعقیب بدون افست به همراه ارضی محدودیت‌های ورودی با استفاده از محدود کننده (سناریو دوم)

شرایط اولیه‌ی سیستم مورد مطالعه به صورت رابطه‌ی (۳۷) در نظر گرفته می‌شود:

$$x(\theta) = [0.25 \quad -0.5]^T, \theta \in [-h, 0]. \quad (37)$$

هدف در این شبیه‌سازی آن است که خروجی‌های سیستم، ورودی مرجع

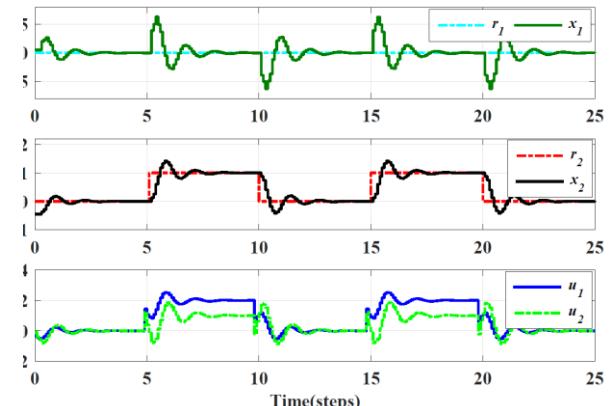
$$r(k) = \begin{cases} [0 \quad 1]^T & (5 < kT_s \leq 10) \\ [0 \quad -1]^T & (10 < kT_s \leq 15) \\ [0 \quad 1]^T & (15 < kT_s \leq 20) \\ [0 \quad -1]^T & (20 < kT_s \leq 25), \end{cases} \quad (38)$$

را بدون افست تعقیب کند به طوری که محدودیت‌های در نظر گرفته شده برای آن ارضاء شوند.

سناریوهای زیر برای شبیه‌سازی در نظر گرفته شده‌اند. تمامی فرضیات مربوط به راهبرد کنترلی پیشنهاد شده در مسأله شبیه‌سازی صدق می‌کند. بنابراین با تخصیص ماتریس‌های وزن‌دهی در مسأله LQR به صورت $L = I_2$ و $Q = I_2$ و اعمال قانون کنترل (۱۱) به سیستم (۱)، شبیه‌سازی صورت می‌گیرد. نتایج در دو حالت استفاده از راهبرد کنترلی پیشنهادی و رویکرد استفاده از محدود کننده آورده شده‌اند.

سناریو اول: هیچ‌گونه محدودیتی وجود نداشته باشد. در این حالت، پاسخ سیستم و ورودی‌های کنترلی اعمال شده در شکل (۲) ارائه شده است. همان‌طور که در شکل (۲) مشخص است، خروجی‌های سیستم به خوبی توانسته‌اند ورودی‌های تعریف شده برای خود را تعقیب کنند. در این حالت بخش مدیریت ورودی مرجع به دلیل عدم وجود محدودیت، طبیعتاً وارد عمل نشده و تاثیری روی عملکرد سیستم حلقه بسته نخواهد داشت.

سناریو دوم: بر روی ورودی‌های کنترلی محدودیت زیر برقرار باشد:



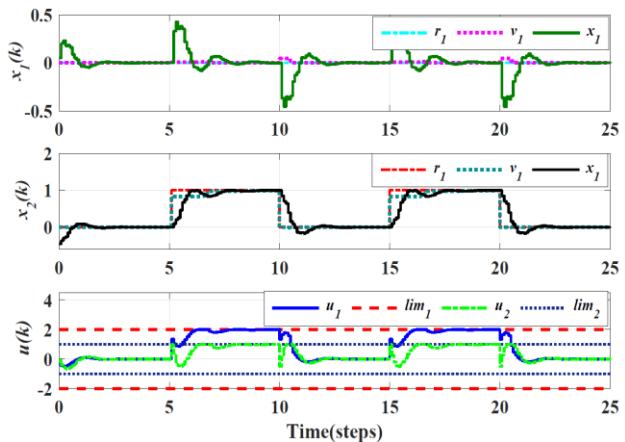
شکل (۲): تعقیب بدون افست بدون لحاظ محدودیت (سناریو اول)

$$-2 \leq u_1 \leq 2, \quad -1 \leq u_2 \leq 1. \quad (39)$$

در این حالت، پاسخ سیستم و ورودی‌های کنترلی اعمال شده، با به کارگیری محدود کننده ورودی کنترلی و به کارگیری راهبرد پیشنهاد شده در این مقاله به ترتیب در شکل‌های (۳) و (۴) آورده شده‌اند. همان‌طور که در شکل ۳ مشخص است در حالتی که از محدود کننده

مراجع

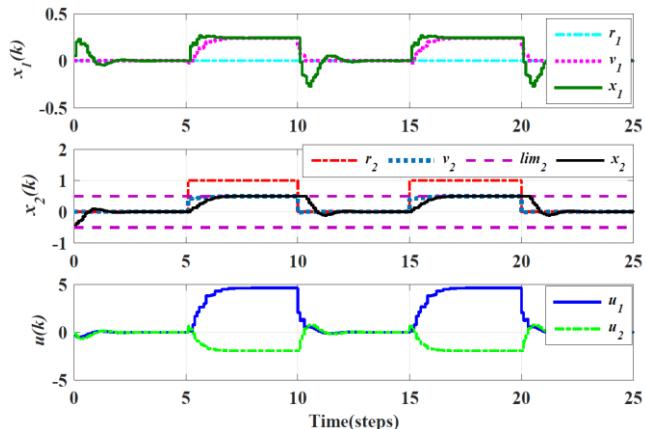
- [۱] E. Fridman, Introduction to time-delay systems: Analysis and control: Springer, 2014.
- [۲] G. Pannocchia and E. C. Kerrigan, "Offset-free receding horizon control of constrained linear systems," AIChE Journal, vol. 51, pp. 3134-3146, 2005.
- [۳] C.-K. Zhang, Y. He, L. Jiang, and M. Wu, "Notes on stability of time-delay systems: bounding inequalities and augmented Lyapunov-Krasovskii functionals," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 62, pp. 5331-5336, 2017.
- [۴] A. H. Hassanabadi, M. Shafiee, and V. Puig, "Robust fault detection of singular LPV systems with multiple time-varying delays," International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, vol. 26, pp. 45-61, 2016.
- [۵] A. H. Hassanabadi, M. Shafiee, and V. Puig, "UIO design for singular delayed LPV systems with application to actuator fault detection and isolation," International Journal of Systems Science, vol. 47, pp. 107-121, 2016.
- [۶] B. Zhou, J. Lam, and G. R. Duan, "Full delayed state feedback pole assignment of discrete-time time-delay systems," Optimal Control Applications and Methods, vol. 31, pp. 155-169, 2010.
- [۷] C. Edberg, "Control of systems with constraints," Master Degree Thesis, Royal Institute of Technology, Stockholm, 2004.
- [۸] Q. Weiwei, H. Bing, L. Gang, and Z. Pengtao, "Robust model predictive tracking control of hypersonic vehicles in the presence of actuator constraints and input delays," Journal of the Franklin Institute, vol. 353, pp. 4351-4367, 2016.
- [۹] E. Gilbert and I. Kolmanovsky, "A generalized reference governor for nonlinear systems," in Decision and Control, 2001. Proceedings of the 40th IEEE Conference on, 2001, pp. 4222-4227.
- [۱۰] I. Kolmanovsky, E. Garone, and S. Di Cairano, "Reference and command governors: A tutorial on their theory and automotive applications," in American Control Conference (ACC), 2014, 2014, pp. 226-241.
- [۱۱] B.-s. Chen, S.-S. Wang, and H.-C. Lu, "Stabilization of time-delay systems containing saturating actuators," International Journal of Control, vol. 47, pp. 867-881, 1988.
- [۱۲] M. Klai, S. Tarbouriech, and C. Burgat, "Some independent-time-delay stabilization of linear systems with saturating controls," in Control, 1994. Control'94. International Conference on, 1994, pp. 1358-1363.
- [۱۳] T.-J. Su, P.-L. Liu, and J.-T. Tsay, "Stabilization of delay-dependence for saturating actuator systems," in Decision and Control, 1991., Proceedings of the 30th IEEE Conference on, 1991, pp. 2891-2892.
- [۱۴] E. Tissir and A. Hmamed, "Further results on the stabilization of time delay systems containing saturating actuators," International Journal of Systems Science, vol. 23, pp. 615-622, 1992.
- [۱۵] S. Tarbouriech and J. G. Da Silva, "Synthesis of



شکل (۴): تعییب بدون افست به همراه اراضی محدودیت‌های ورودی با استفاده از روش پیشنهادی (سناریو دوم)

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک راهبرد کنترلی جدید برای ریدیابی بدون افست سیستم‌های تأخیردار زمانی دارای محدودیت ورودی و حالت با به کارگیری رویکرد مدیریت ورودی مرجع ارائه شد و شرایط لازم و کافی برای ریدیابی بدون افست در سیستم‌های گسسته-زمانی دارای تأخیر زمانی بیان شد. سپس، شرایط لازم برای به کارگیری گاورنر مرجع برای سیستم‌های تأخیردار بیان شدند و با برآورده‌سازی آن شرایط به اراضی محدودیت‌های سیستم پرداخته شد. درنهایت یک مثال عددی برای تأیید رویکرد اتخاذ شده با استفاده از نرم‌افزار MATLAB مورد شبیه‌سازی قرار گرفت که نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی گواه صحت و عملکرد مناسب رویکرد پیشنهاد شده بود. به کارگیری این روش برای انواع دیگری از گاورنر مرجع [۲۵] با ایجاد درجه آزادی بیشتر در محاسبه مقدار ورودی مرجع اعمالی، می‌تواند سرعت هم‌گرایی به خروجی افزایش دهد.



شکل (۵): تعییب ورودی مرجع غیرمجاز با کمترین خطای اراضی محدودیت‌های حالت با استفاده از روش پیشنهادی (سناریو سوم)



-
- ¹¹ Polyhedron
¹² Autonomous
¹³ Limiter

controllers for continuous-time delay systems with saturating controls via LMIs," IEEE transactions on Automatic Control, vol. 45, pp. 105-111, 2000.

[۱۶] E. Fridman, A. Pila, and U. Shaked, "Regional stabilization and H_∞ control of time-delay systems with saturating actuators," International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC-Affiliated Journal, vol. 13, pp. 885-907, 2003.

[۱۷] G. Franzè, D. Famularo, and A. Casavola, "Constrained nonlinear polynomial time-delay systems: A sum-of-squares approach to estimate the domain of attraction," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 57, pp. 2673-2679, 2012.

[۱۸] M.-T. Laraba, S. Olaru, S.-I. Niculescu, F. Blanchini, G. Giordano, D. Casagrande, et al., "Guide on set invariance for delay difference equations," Annual Reviews in Control, vol. 41, pp. 13-23, 2016.

[۱۹] A. Bemporad, "Predictive control of teleoperated constrained systems with unbounded communication delays," in Decision and Control, 1998. Proceedings of the 37th IEEE Conference on, 1998, pp. 2133-2138.

[۲۰] Z.-H. Pang, G.-P. Liu, D. Zhou, and D. Sun, "Data-based predictive control for networked nonlinear systems with network-induced delay and packet dropout," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 63, pp. 1249-1257, 2016.

[۲۱] M. M. Nicotra, T. W. Nguyen, E. Garone, and I. V. Kolmanovsky, "Explicit Reference Governor for the Constrained Control of Linear Time-Delay Systems," IEEE Transactions on Automatic Control, 2018.

[۲۲] M. Hautus, "Controllability and observability conditions of linear autonomous systems," in Indagationes Mathematicae (Proceedings), 1969, pp. 4-48.

[۲۳] E. G. Gilbert and K. T. Tan, "Linear systems with state and control constraints: The theory and application of maximal output admissible sets," IEEE Transactions on Automatic control, vol. 36, pp. 1008-1020, 1991.

[۲۴] C.-T. Chen, Linear system theory and design: Oxford University Press, Inc., 1998.

[۲۵] S. Aghaei, F. Sheikholeslam, M. Farina, and R. Scattolini, "An MPC-based reference governor approach for offset-free control of constrained linear systems," International Journal of Control ,vol. 86, pp. 1534-1539, 2013.

زیرنویس‌ها

¹ Overshoot

² Euclidean norm

³ Multiple-delays

⁴ Inner control loop

⁵ Supervisory control loop

⁶ Manipulated reference input

⁷ Hautus

⁸ Feedforward

⁹ Linear quadratic regulation

¹⁰ Maximal output admissible set