

مدلسازی و تحلیل دینامیک حرکت ارتعاشی رتور در ماشین‌های القایی با سه درجه آزادی

سیدمحمدجواد جعفریان امیری^۱ جلال نظرزاده دینار^۲

۱- دانش آموخته دکتری- دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه شاهد - تهران - ایران

Jafarian@shahed.ac.ir

۲- دانشیار- دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه شاهد - تهران - ایران

Nazarzadeh@shahed.ac.ir

چکیده: بیرینگ‌ها یکی از مهمترین اجزای مکانیکی ماشین‌های الکتریکی می‌باشند که بطور پیوسته در معرض نیروهای مکانیکی و الکترومغناطیسی قرار دارند. برآیند نیروهای حاصل بر رتور می‌تواند به دینامیک حرکتی ناخواسته رتور در طول فاصله هوایی ماشین منجر شود. در این مقاله، روش مدلسازی یکپارچه معادلات الکترومغناطیسی و دینامیکی ماشین‌های القایی معرفی و با استفاده از آن، آنالیز دقیقی از رفتار دینامیکی حرکت رتور در فاصله هوایی ارائه می‌شود. برای این منظور، ابتدا نیروهای حاصل از تقابل میدان‌های الکترومغناطیسی ماشین القایی در طول فاصله هوایی تعیین و سپس با استفاده از اصل بقای انرژی، مدل دینامیکی حرکت رتور با سه درجه آزادی معرفی می‌گردد. با استفاده از مدلسازی یکپارچه در ماشین القایی می‌توان موقعیت لحظه‌ی رتور در فاصله هوایی و همچنین نیروهای وارد بر بیرینگ را بر اساس پارامترهای الکتریکی و مکانیکی ماشین القایی بصورت همزمان شناسایی و تعیین نمود. جهت اعتبارسنجی مدل ارائه شده، نتایج حاصل از شبیه سازی با نتایج حاصل از اندازه‌گیری آزمایشگاهی مقایسه شده است.

کلمات کلیدی: ماشین القایی، اندوکتانس های ماشین القایی، نیروی الکترومغناطیس، بیرینگ.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۷/۱۲/۲۲

تاریخ پذیرش مشروط مقاله: ۱۳۹۸/۰۳/۲۱

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۱۰/۳۰

نام نویسنده‌ی مسئول: دکتر جلال نظرزاده

نشانی نویسنده‌ی مسئول: تهران - بزرگراه خلیج فارس - دانشگاه شاهد - دانشکده فنی و مهندسی

حرکت رتور در طول فاصله هوایی مشخص گردید. در ادامه با آنالیز طیفی دینامیک موقعیت رتور، نشان داده است. مضارب زوج فرکانس‌های منبع تغذیه و سرعت چرخشی رتور می‌توانند بعنوان شاخص‌های شناسایی خطا مورد استفاده واقع گردند. در مرجع [۱۴]، ابتدا نیروهای الکترومغناطیسی مماسی و شعاعی وارد بر رتور به روش MEC ۱ تعیین گردید. سپس، بر اساس مدل دینامیکی جفکات ۲ و نیروهای متوسط الکترومغناطیسی حاصل از مرحله قبل، موقعیت رتور در فاصله هوایی تعیین شده است. در مرجع [۱۵]، به منظور مطالعه آثار ناهم مرکزی، ابتدا به محاسبه عددی نیروی نامتعادلی مغناطیسی در شرایط ناهم مرکزی پرداخته و سپس با استفاده از روش آنالیز المان محدود و بدست آوردن نیروهای وارد بر رتور، تحلیل ارتعاشات مکانیکی ناشی از ناهم مرکزی بصورت آفلاین ارائه شده است.

در مرجع [۱۶] نیز مدلسازی رفتار دینامیکی ماشین مغناطیس دائم BLDC در شرایط ناهم مرکزی استاتور و رتور صورت پذیرفته، بطوریکه موقعیت لحظه‌ی رتور در فاصله هوایی در نتیجه تقابل میدان‌های الکترومغناطیسی و دینامیک حاصل از قانون بقای انرژی در ماشین الکتریکی تعیین گردید. در ادامه، نویسندگان با مقایسه پاسخ زمانی متغیرهای الکتریکی و مکانیکی ماشین القایی تاکید داشتند که در شرایط ناهم مرکزی، جریان‌های استاتور، گشتاور الکترومغناطیسی و دینامیک سرعت رتور در روش ارائه شده با مدل دینامیکی مبتنی بر سرعت رتور تفاوت کمی دارد. در عین حال، پاسخ زمانی دینامیک جابجایی رتور در دو روش، تفاوت قابل توجهی را داراست. بمنظور افزایش کارایی ماشین الکتریکی و افزایش گشتاور الکترومغناطیسی و همچنین کاهش دامنه ارتعاشات الکترومغناطیسی، مقادیر پارامترهای الکتریکی و مکانیکی ماشین الکتریکی نظیر جرم رتور، سختی شفت، مقاومت و تعداد دور سیم بندی‌های استاتور در عملکرد ماشین، براساس آنالیز حساسیت، تحلیل و مقدار بهینه تعداد دور سیم بندی‌های استاتور بمنظور بهبود پاسخ دینامیکی متغیرهای ماشین القایی مشخص شده است [۱۷].

با عنایت به اهمیت موضوع نیروهای الکترومغناطیسی و ارتعاشات هزینه‌های تعمیر و نگهداری موتورهای القایی از یکسو و کارایی و بازدهی موتور از سوی دیگر، مطالعه دقیق نیرو و ارتعاشات الکترومغناطیس در ماشین‌های القایی لازم و ضروری است. بر این اساس، می‌توان با مدلسازی، آنالیز و مطالعه آثار دقیق ارتعاشات الکترومغناطیس به طراحی اولیه مناسب و یا شناسایی دقیق عامل خطا در موتورهای القایی دست یافت. از دیدگاه الکتریکی، در اکثر مقالات منتشر گردیده، حرکت و یا نیروهای الکترومغناطیسی وارد بر رتور بصورت پیش فرض در نظر گرفته شده و تحلیل بر آن اساس صورت می‌پذیرد. در این مقالات، عموماً از دو روش جهت محاسبه نیروهای الکترومغناطیسی وارد رتور استفاده می‌شود. در روش اول با استفاده از داده‌های جریان و پرمیانس فاصله هوایی و تکنیک سری فوریه، نیروهای الکترومغناطیس وارد بر رتور را بصورت جمع مولفه‌های

بیرینگ‌ها یکی از مهمترین اجزای ماشین‌های القایی می‌باشند که بطور پیوسته در معرض نیروهای الکترومغناطیسی قرار دارند. این نیروها می‌توانند عملکرد صحیح ماشین القایی را تحت تاثیر قرار داده و با ایجاد ارتعاش، خرابی‌های مختلف بیرینگ را سبب گردند [۱]. نیروهای الکترومغناطیس وارد بر بیرینگ‌های ماشین الکتریکی را می‌توان به سه دسته اساسی نیروهای مماسی، شعاعی و محوری تقسیم بندی نمود. نیروهای مماسی، گشتاور مورد نیاز رتور را در ماشین الکتریکی فراهم می‌سازند. در مقابل نیروهای شعاعی، از اثرات تقابل میدان‌های مغناطیسی مابین رتور و استاتور ایجاد می‌گردند. همچنین نیروهای کششی در راستای محور ماشین در اثر عدم همراستایی شفت و محور ماشین، تولید می‌شوند [۲]. نیروهای شعاعی و محوری می‌توانند سبب بروز خطاهای مختلف در ماشین القایی گردند، بطوریکه با ایجاد ارتعاشات الکترومغناطیسی و خرابی بیرینگ، عملکرد ماشین القایی را تحت تاثیر قرار دهند [۳-۴]. از مهمترین عوامل تولید نیروهای الکترومغناطیسی در ماشین‌های القایی می‌توان به عدم یکنواختی فاصله هوایی، نامتعادلی ولتاژ تغذیه استاتور، شکست میله‌های رتور، نصب یا روغنکاری نامناسب، ناهم مرکزی یا ناهم محوری استاتور و رتور و تنش‌های محیطی اشاره نمود [۵]. جهت تشخیص نیروهای شعاعی الکترومغناطیسی در بیرینگ‌ها، آنالیز متغیرهایی نظیر جریان و ولتاژ ورودی، توان لحظه‌ی، ولتاژ نقطه نوترال، ارتعاش و نویز صوتی در مقالات مختلف اشاره شده است [۶-۷]. همچنین، استفاده از سیم پیچ‌های میرایی در استاتور، افزایش تعداد میله‌های رتور و یا افزایش تعداد قطب‌های ماشین، جهت کاهش نیروهای الکترومغناطیسی شعاعی در ماشین‌های القایی در مقالات مختلف، پیشنهاد گردید [۸].

به منظور شناخت و مطالعه دقیق رفتار ماشین القایی در شرایط سالم و خطا، مدلسازی الکترومغناطیسی ماشین القایی بطوریکه در کلی‌ترین حالت، دینامیک نیروهای الکترومغناطیسی را در حرکت مکانیکی رتور در بر داشته باشد، ضروری و اجتناب ناپذیر خواهد بود. در مرجع [۹]، با استفاده از روش‌های عددی و تخمین هارمونیک‌های جریان، دامنه نیروی الکترومغناطیسی در شرایط رتور قفل شده در شرایط خطاهای ناهم مرکزی ماشین القایی با تعداد میله‌های متفاوت رتور محاسبه و مقایسه شده است. بعلاوه، در مرجع [۱۰] نشان داده شد که تغییرات مقدار این نیرو با افزایش لغزش رتور و دامنه ولتاژ ورودی و شرایط اشباع هسته، نسبت مستقیم دارد. همچنین، تحلیل نیروی الکترومغناطیسی موتورهای القایی در حضور اینورتر و در شرایط سالم عملکردی در [۱۱] و [۱۲] ارزیابی شده است.

از طرف دیگر، مدلسازی دینامیکی ارتعاشات ماشین القایی بر مبنای معادلات مکانیکی با چهار درجه آزادی و در شرایط مختلف ناهم مرکزی در مرجع [۱۳] مورد آنالیز و تحلیل قرار گرفته شد و دینامیک

میدان‌های مغناطیسی ماشین است. در حالت کلی، تحلیل یک سیستم استاتیکی^۳ در آنالیز المان محدود بوسیله آنالیز رابطه جریان- شدت میدان مغناطیسی در معادله ماکسول^۴ زیر انجام می پذیرد.

$$\nabla \times H = J \quad (1)$$

که H و J به ترتیب شدت میدان مغناطیسی و چگالی جریان در سیم بندی ماشین می باشند. در این حالت چگالی شار مغناطیسی B برابر است با

$$B = \mu H \quad (2)$$

که μ ، ضریب نفوذپذیری مغناطیسی است. بعلاوه، پتانسیل برداری مغناطیسی A ، بصورت زیر تعریف می گردد.

$$B = \nabla \times A \quad (3)$$

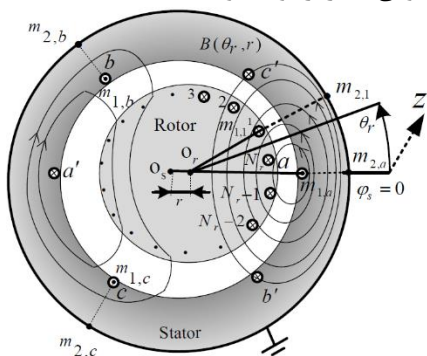
با جایگذاری روابط (۲) و (۳) در (۱)، رابطه پتانسیل برداری مغناطیسی بر حسب چگالی جریان را می توان بصورت زیر بدست آورد.

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times A \right) = J \quad (4)$$

با بکارگیری قضیه استوکس^۵ در رابطه (۳)، شار پیوندی مغناطیسی $\psi(\theta_r, r)$ ، در مختصات استوانه ای دو بعدی $A = A_z(\theta_r, r)$ و با صرف نظر از اثر اشباع مغناطیسی بصورت زیر بدست خواهد آمد [۱۸].

$$\psi(\theta_r, r) = \oint A_z(\theta_r, r) dl \quad (5)$$

که θ_r ، r ، به ترتیب طول عمق ماشین، زاویه مرجع رتور نسبت به استاتور و فاصله بین مراکز استاتور و رتور در نظر گرفته می شوند. شکل (۱)، شمایی از یک ماشین القایی با سه سیم پیچ فازی در استاتور و N_r میله رتور می باشد. در این شکل، از آنجایی که استاتور و رتور هم مرکز نمی باشند، میدان مغناطیسی فاصله هوایی نامتقارن و در موقعیت حداقل فاصله هوایی متمرکز خواهد بود.



شکل (۱): میدان مغناطیسی ماشین القایی در شرایط ناهم مرکزی استاتور و رتور

با توجه به رابطه (۵) و مطابق با شکل (۱)، شار پیوندی مغناطیسی در p -امین کلاف استاتور $(p = as, bs, cs)$ ، برابر است با ضرب در طول مسیر بسته از $m_{1,p}$ تا $m_{2,p}$ که $m_{1,p}$ و $m_{2,p}$ مرکز شیار و یوغ خارجی استاتور است. عمود بودن بردار پتانسیل بر مسیر انتگرال گیری سبب صفر شدن ضرب نقطه ای $A_z(\theta_r, r) dl$ در

هارمونیکی بیان می شود. در روش دوم، با استفاده از روش المان محدود و محاسبه میدان‌های شعاعی و مماسی فاصله هوایی، نیروهای وارد بر ماشین مورد تحلیل قرار می گیرد. به بیان دیگر نتایج پژوهش های صورت پذیرفته در حوزه الکتریکی به تعیین نیروهای شعاعی وارد بر رتور و تحلیل مولفه های هارمونیکی نیرو ختم می گردد. در مقابل، از دیدگاه مکانیکی، آثار نیروهای الکترومغناطیسی در دینامیک ارتعاشات رتور مورد مطالعه قرار گرفته و دینامیک حرکت ارتعاشی رتور در فاصله هوایی با توجه به پارامترهای مکانیکی رتور نظیر ضرایب سختی، میرایی و سرعت، تعیین شده است. اشکالی که بر این تحلیل وارد است، استقلال موقعیت رتور در فاصله هوایی از متغیرهای مغناطیسی نظیر جریان و نیروهای الکترومغناطیسی وارد بر رتور است. به بیان دیگر، در معادله ارتعاشات رتور، نیروهای الکترومغناطیسی رتور بر اساس مدل از پیش تعیین شده مراکز استاتور و رتور در فاصله هوایی، حاصل می گردند. دومین ضعف این روش عدم آنالیز همزمان دینامیک ارتعاشی رتور در طول فاصله هوایی از دیدگاه مکانیکی با متغیرهای مغناطیسی ماشین می باشد. با توجه به اینکه موقعیت رتور در فاصله هوایی توسط دو مرحله آنالیز مستقل مکانیکی و الکتریکی شناسایی می گردد، نمی توان از این روش جهت تعیین دینامیک لحظه ای رتور و در نتیجه شناسایی دقیق احتمالی نیروهای الکترومغناطیسی وارد بر ماشین بهره برد.

در این مقاله به منظور تحلیل دقیق و همزمان نیروهای الکترومغناطیسی وارد بر رتور، معادلات مکانیکی با درجه آزادی لازم در طول فاصله هوایی در کنار معادلات الکترومغناطیسی ماشین القایی بصورت یکپارچه تعیین و دینامیک پارامترهای الکتریکی و مکانیکی ماشین القایی نظیر جریان، نیروهای شعاعی، گشتاورهای مماسی، سرعت و دینامیک حرکت رتور در شرایط مختلف عملکردی ماشین مدلسازی می گردد. جهت ارزیابی آثار یکپارچگی در مدلسازی ماشین القایی، جریان و نیروهای الکترومغناطیسی وارد بر رتور و بیرینگ در مدلسازی به روش متداول و روش پیشنهادی مقایسه می گردند. نتایج نشان می دهد علیرغم یکسان بودن دینامیک جریان های استاتور در دو روش، نیروهای الکترومغناطیسی وارد بر رتور و بیرینگ خصوصا در زمان های گذرا تفاوت معنی داری با یکدیگر دارند. لذا، روش پیشنهادی می تواند به انتخاب صحیح بیرینگ ها و یا طراحی مناسب آلیاژهای پوسته و ساچمه های بیرینگ منجر شود بطوریکه قابلیت تحمل نیروی های وارد بر ماشین را در طی دوره گذرا فراهم گردد. در انتها، جهت ارزیابی دقت مدل، نتایج حاصل از شبیه سازی و آزمایشگاهی مورد مقایسه و تحلیل قرار می گیرند.

۲- اندوکتانس های ماشین القایی بر اساس آنالیز المان محدود

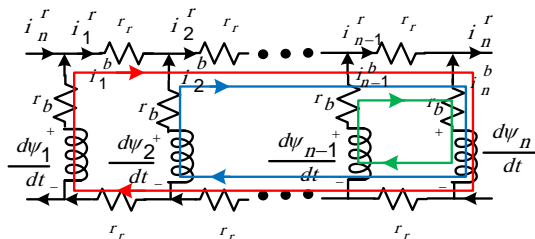
از دقیق ترین روش های شناسایی اندوکتانس های ماشین خصوصا در حالت های خطا، استفاده از روش المان محدود بر پایه

که θ_r و φ_s ، زوایای مینیمم فاصله هوایی و میله اول رتور نسبت به مرجع استاتور می باشند. همچنین $i_r(t)$ ، بردار جریان میله های رتور می باشد.

$$i_r(t) = (i_1^r(t) \ \dots \ i_v^r(t) \ \dots \ i_{N_r}^r(t))^T \quad (13)$$

$$\theta_r = (1-s)\omega_s t \quad (14)$$

که ω_s و s سرعت زاویه ای منبع تغذیه و لغزش رتور است. $\mathbf{L}_{ss}(\varphi_s, \theta_r, r)$ ، ماتریس خودی استاتور با ابعاد 3×3 می باشد. المان های این ماتریس بصورت $L_{p,q}^s(\varphi_s, \theta_r, r)$ است که p و q نمایانگر سیم بندی های استاتور ماشین القایی خواهد بود $(p, q = as, bs, cs)$. علاوه، اگر N_r ، تعداد میله های رتور باشد، $\mathbf{L}_{sr}(\varphi_s, \theta_r, r)$ ، ماتریس اندوکتانس های متقابل بین سیم بندی های استاتور با میله های رتور با المان های $L_{p,v}^{sr}(\varphi_s, \theta_r, r)$ است که v متعلق به v -امین میله رتور است. ابعاد این ماتریس برابر با $3 \times N_r$ می باشد. با توجه به شکل ۲، برای v -امین حلقه $(v=1, \dots, N_r-1)$ ، با اعمال قوانین ولتاژ و جریان کیرشهف در میله های رتور خواهیم داشت.



شکل (۲): توپولوژی رتور در ماشین القایی

$$r_b(i_v^b(t) - i_{N_r}^b(t)) + \frac{d}{dt}(\psi_v^r(t) - \psi_{N_r}^r(t)) + \quad (15)$$

$$+ 2r_r \sum_{j=v}^{N_r} i_j^r(t) = 0$$

$$i_v^b(t) = i_v^r(t) - i_{v-1}^r(t), \quad v=2,3,\dots,N_r \quad (16)$$

$$\sum_{j=1}^{N_r} i_j^b(t) = 0, \quad \sum_{j=1}^{N_r} i_j^r(t) = 0 \quad (17)$$

در این روابط، r_b و r_r ، مقاومت های اهمی میله رتور و هر بخش از رینگ انتهایی می باشند. همچنین، $\psi_v^r(t)$ ، شار در v -امین میله رتور و یا v -امین سطر از ماتریس شار از میله رتور $(\psi_r(t))$ است. مشابه با (۱۲)، شار میله رتور بصورت زیر تعریف می شود.

$$\psi_r(t) = \mathbf{L}_{rs}(\varphi_s, \theta_r, r) i_s(t) + \mathbf{L}_{rr}(\varphi_s, \theta_r, r) i_r(t) \quad (18)$$

که $\mathbf{L}_{rr}(\varphi_s, \theta_r, r)$ ، ماتریس خودی رتور با ابعاد $N_r \times N_r$ می باشد. المان های این ماتریس بصورت $L_{v,\lambda}^r(\varphi_s, \theta_r, r)$ است که λ و v به ترتیب اختصاص به λ -امین و v -امین میله رتور دارد $(v, \lambda = 1, \dots, N_r)$. علاوه، $\mathbf{L}_{rs}(\varphi_s, \theta_r, r)$ ، یک ماتریس با ابعاد $N_r \times 3$ می باشد که المان های این ماتریس، اندوکتانس متقابل بین میله های رتور و سیم بندی های استاتور بصورت $L_{p,v}^{rs}(\varphi_s, \theta_r, r)$ خواهد بود.

جهت θ_r و r می گردد. لذا اندوکتانس متقابل بین p -امین و q -امین فاز استاتور $(L_{pq}^s(\theta_r, r))$ با یک اختیار شدن جریان فاز q ، $(i_q(t)=1)$ ، و صفر در نظر گرفته شدن سایر فازها، بصورت زیر بدست می آید.

$$L_{pq}^s(r, \theta_r) = \int_{m_{2,p}}^{m_{1,p}} A_z(\theta_r, r) dz + \int_{m_{1,p}}^{m_{2,p}} A_z(\theta_r, r) dz \quad (6)$$

$$= A_{2,p}(\theta_r, r) - A_{1,p}(\theta_r, r); \quad p, q = as, bs, cs$$

که $m_{1,p}'$ و $m_{2,p}'$ نقاط متناظر با $m_{1,p}$ و $m_{2,p}$ در عمق ماشین الکتریکی می باشند. علاوه، $A_{1,p}(\theta_r, r)$ و $A_{2,p}(\theta_r, r)$ ، بردار پتانسیل مغناطیسی متناظر با $m_{1,p}$ و $m_{2,p}$ است. جهت بدست آوردن اندوکتانس بین v -امین و λ -امین میله رتور، مشابه رابطه (۶)، جریان های تمام میله ها بغیر از λ -امین میله که یک در نظر گرفته می شود $(i_\lambda^b(t)=1)$ ، صفر اختیار می گردند.

$$L_{v,\lambda}^{sr}(\theta_r, r) = \int_{m_{2,v}}^{m_{1,v}} A_z(\theta_r, r) dz + \int_{m_{1,v}}^{m_{2,v}} A_z(\theta_r, r) dz \quad (7)$$

$$= A_{2,v}(\theta_r, r) - A_{1,v}(\theta_r, r); \quad v, \lambda = 1, 2, \dots, n$$

که $m_{1,v}'$ و $m_{2,v}'$ ، نقاط متناظر با $m_{1,v}$ و $m_{2,v}$ در عمق ماشین الکتریکی است. علاوه، $A_{1,v}(\theta_r, r)$ و $A_{2,v}(\theta_r, r)$ ، بردارهای پتانسیل مغناطیسی، متناظر با نقاط $m_{1,v}$ و $m_{2,v}$ می باشند. به همین ترتیب، اندوکتانس متقابل بین p -امین فاز استاتور و v -امین میله رتور $(L_{p,v}^{sr}(\varphi_s, \theta_r, r))$ ، را می توان با محاسبه بردار پتانسیل مغناطیسی متناظر در نقاط مناسب بدست آورد.

۳- مدلسازی الکتریکی ماشین القایی

جریان لحظه ای سیم بندی های استاتور و میله های رتور را می توان با تحلیل معادلات دینامیکی حاصل از مدل الکتریکی ماشین القایی بدست آورد. این معادلات را در شکل برداری می توان بصورت زیر بیان نمود.

$$u_s(t) = \mathbf{R}_s i_s(t) + \frac{d}{dt} \psi_s(t) \quad (8)$$

که $u_s(t)$ و $i_s(t)$ ، بردارهای ولتاژ ورودی و جریان سیم بندی های استاتور می باشند. همچنین \mathbf{R}_s ، ماتریس مقاومت سیم بندی های استاتور می باشد. این متغیرها بصورت زیر در نظر گرفته می شوند.

$$u_s(t) = (u_a(t) \ u_b(t) \ u_c(t))^T \quad (9)$$

$$i_s(t) = (i_a(t) \ i_b(t) \ i_c(t))^T \quad (10)$$

$$\mathbf{R}_s = \text{diag}(r_s, r_s, r_s) \quad (11)$$

"diag" نمایش دهنده یک ماتریس قطری است. $u_a(t)$ ، $u_b(t)$ و $u_c(t)$ ، ولتاژهای فازی منبع تغذیه ماشین الکتریکی می باشند. همچنین $i_a(t)$ ، $i_b(t)$ و $i_c(t)$ ، جریان سیم بندی های استاتور می باشد. علاوه، r_s ، مقاومت سیم بندی های استاتور است. همچنین، $\psi_s(t)$ ، بردار شار سیم بندی های استاتور است که می توان بصورت زیر بیان نمود.

$$\psi_s(t) = \mathbf{L}_{ss}(\varphi_s, \theta_r, r) i_s(t) + \mathbf{L}_{sv}(\varphi_s, \theta_r, r) i_r(t) \quad (12)$$

آزادی

۴- مدلسازی دینامیک حرکت رتور با سه درجه

به منظور مدلسازی و آنالیز یکپارچه ماشین القایی، توصیف مولفه های موثر در شناسایی حرکت رتور و بیان معادلات دینامیکی رفتار این مولفه ها در شرایط عملکردی ماشین الکتریکی لازم و ضروری است. در این بخش با فرض مستقل بودن تابع فاصله هوایی از عمق رتور، متغیرهای موثر در تعیین طول فاصله هوایی به منظور شناسایی اندوکتانس های ماشین در شرایط مختلف بهره برداری معرفی و معادلات حاکم در تعیین رفتار این مولفه ها استخراج می گردند.

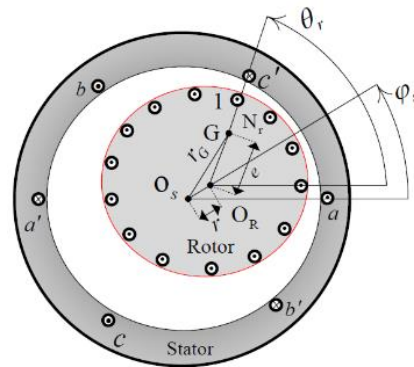
۴-۱- انرژی جنبشی و پتانسیل در حرکت دورانی و

انتقالی رتور

در حالت کلی، بردار موقعیت مرکز جرم رتور $r_G(t)$ را می توان مطابق با شکل (۳) بصورت زیر بیان نمود.

$$r_G(t) = (r(t) \cos \varphi_s(t) + e \cos \theta_r(t)) \vec{a}_x + (r(t) \sin \varphi_s(t) + e \sin \theta_r(t)) \vec{a}_y \quad (19)$$

که $r(t)$ ، فاصله میان مراکز استاتور و رتور در مختصات استوانه ای، $\theta_r(t)$ و $\varphi_s(t)$ به ترتیب زوایای مینیم فاصله هوایی استاتور و میله اول رتور نسبت به مرجع استاتور می باشند. e ، فاصله مرکز رتور از مرکز جرمی آن می باشد. همچنین a_x و a_y ، به ترتیب بردارهای یکه محورهای x و y است.



شکل (۳): ماشین القایی در حالت ناهم محوری

سرعت مرکز جرم رتور ($\vec{v}(t)$) را می توان با مشتق گیری از معادله (۱۹) نسبت به زمان در مختصات کارتزین بصورت زیر نوشت.

$$\vec{v}(t) = (\dot{r}(t) \cos \varphi_s(t) - \dot{\varphi}_s(t) r(t) \sin \varphi_s(t) - e \dot{\theta}_r(t) \sin \theta_r(t)) \vec{a}_x + (\dot{r}(t) \sin \varphi_s(t) + r(t) \dot{\varphi}_s(t) \cos \varphi_s(t) + e \dot{\theta}_r(t) \cos \theta_r(t)) \vec{a}_y \quad (20)$$

در این شرایط، مربع اندازه بردار سرعت مرکز جرم رتور برابر خواهد بود با

$$v^2(t) = \dot{r}^2(t) + r^2(t) \dot{\varphi}_s^2(t) + e^2 \dot{\theta}_r^2(t) + 2e\dot{r}(t) \dot{\theta}_r(t) \sin \varphi_s(t) + 2er(t) \dot{\theta}_r(t) \dot{\varphi}_s(t) \cos \varphi_s(t) \quad (21)$$

که φ_r ، موقعیت هر نقطه رتور نسبت به مرجع رتور می باشد که می توان آن را بر حسب مرجع استاتور بصورت زیر بیان نمود.

$$\varphi_r(t) = \varphi_s(t) - \theta_r(t) \quad (22)$$

تغییرات مربع اندازه بردار سرعت مرکز جرم رتور در رابطه (۲۱) نسبت به متغیرهای سیستم ($r(t)$ ، $\theta_r(t)$ و $\varphi_s(t)$) و مشتقات نسبی آن برابر است با

$$\begin{aligned} \frac{\partial v^2(t)}{\partial r} &= 2r(t) \dot{\varphi}_s^2(t) + 2e \dot{\theta}_r(t) \dot{\varphi}_s(t) \cos \varphi_r(t) \\ \frac{\partial v^2(t)}{\partial \theta_r} &= 2er(t) \dot{\theta}_r(t) \dot{\varphi}_s(t) \sin \varphi_r(t) - 2e\dot{r}(t) \dot{\theta}_r(t) \cos \varphi_r(t) \\ \frac{\partial v^2(t)}{\partial \varphi_s} &= 2e\dot{r}(t) \dot{\theta}_r(t) \cos \varphi_r(t) - 2er(t) \dot{\theta}_r(t) \dot{\varphi}_s(t) \sin \varphi_r(t) \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v^2(t)}{\partial \dot{r}} &= 2\dot{r}(t) + 2e \dot{\theta}_r(t) \sin \varphi_r(t) \\ \frac{\partial v^2(t)}{\partial \dot{\theta}_r} &= 2e \dot{\theta}_r(t) + 2er(t) \sin \varphi_r(t) + 2er(t) \dot{\varphi}_s(t) \cos \varphi_r(t) \\ \frac{\partial v^2(t)}{\partial \dot{\varphi}_s} &= 2r^2(t) \dot{\varphi}_s(t) + 2er(t) \dot{\theta}_r(t) \cos \varphi_r(t) \end{aligned} \quad (24)$$

انرژی جنبشی رتور در یک حرکت دورانی و انتقالی در صفحه را می توان بصورت زیر بیان نمود.

$$T(t) = \frac{1}{2} J_{\theta_r} \dot{\theta}_r^2(t) + \frac{1}{2} m v^2(t) \quad (25)$$

که J_{θ_r} ، ممان اینرسی دورانی رتور حول مرکز رتور است. همچنین m جرم رتور است که بصورت دیسک متمرکز صلب در مرکز شفت در نظر گرفته می شود. از طرف دیگر انرژی پتانسیل ذخیره شده رتور را می توان بصورت زیر نوشت.

$$V(t) = \frac{1}{2} k_r r^2(t) + mgr(t) \sin \varphi_s(t) + mge \sin \theta_r(t) \quad (26)$$

که k_r و g ، شتاب ناشی از گرانش و برآیند سختی ناشی از حرکت شعاعی وارد بر رتور (نظیر سختی شعاعی ناشی از تعبیه بلبرینگ) می باشند. تابع تلفات^۶ مکانیکی ماشین القایی بصورت زیر نشان داده می شود.

$$F_d(t) = \frac{1}{2} (c_r \dot{r}^2(t) + c_{\theta_r} \dot{\theta}_r^2(t) + c_{\varphi_s} \dot{\varphi}_s^2(t)) \quad (27)$$

که c_r ، c_{θ_r} و c_{φ_s} ، به ترتیب ضرایب میرایی در حرکت انتقالی و دورانی حول رتور و استاتور است.

۴-۲- دینامیک حرکت رتور در فاصله هوایی

معادلات حاکم بر ماشین القایی ناشی از تعاملات مکانیکی و الکترومغناطیسی را می توان با استفاده از معادله لاگرانژ بصورت زیر محاسبه نمود [۱۹].

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\eta}} - \frac{\partial (T - V)}{\partial \eta} = Q_k - \frac{\partial F_d}{\partial \dot{\eta}} \quad (28)$$

که η یکی از متغیرهای تابع فاصله هوایی ماشین (r, θ_r, φ_s) است. همچنین Q_k ، نیروهای وارد بر ماشین در راستاهای تعریف شده

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m}{2} \frac{\partial v^2(t)}{\partial \dot{\theta}_r} \right) - \tau_{\theta_r}(t) + c_{\theta_r}(t) \dot{\theta}_r(t) + \frac{m}{2} \frac{\partial v^2(t)}{\partial \dot{\theta}_r} + J_{\theta_r} \ddot{\theta}_r(t) + mge \cos \theta_r(t) = 0 \quad (38)$$

با بازنویسی رابطه فوق و جایگذاری روابط تغییرات بردار سرعت و مشتقات آن نسبت به متغیر حرکت رتور روابط (۲۳) و (۲۴) خواهیم داشت.

$$\frac{d}{dt} \left(me^2 \dot{\theta}_r(t) + mer(t) \sin \varphi_r(t) + mer(t) \dot{\varphi}_s(t) \cos \varphi_r(t) \right) - \tau_{\theta_r}(t) + J_{\theta_r} \ddot{\theta}_r(t) + c_{\theta_r} \dot{\theta}_r(t) + mer(t) \dot{\theta}_r(t) \cos \varphi_r(t) + -mer(t) \dot{\theta}_r(t) \dot{\varphi}_s(t) \sin \varphi_r(t) + mge \cos \theta_r(t) = 0 \quad (39)$$

لذا معادله دینامیکی حرکت دورانی ماشین نسبت به مرکز رتور بصورت زیر خواهد بود

$$me^2 \ddot{\theta}_r(t) + mer(t) \sin \varphi_r(t) + 2mer(t) \dot{\varphi}_s(t) \cos \varphi_r(t) + mer(t) \dot{\varphi}_s(t) \cos \varphi_r(t) - mer(t) \dot{\varphi}_s^2(t) \sin \varphi_r(t) + J_{\theta_r} \ddot{\theta}_r(t) + mge \cos \varphi_r(t) - \tau_{\theta_r}(t) + c_{\theta_r} \dot{\theta}_r(t) = 0 \quad (40)$$

مشابه حالت قبل، با جایگذاری $\eta = \varphi_s$ و همچنین با جایگذاری روابط (۲۵) تا (۲۷) در معادله لاگرانژ (۲۸)، معادله حرکت دورانی رتور نسبت به مرکز استاتور را می توان بصورت زیر بدست آورد.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m}{2} \frac{\partial v^2(t)}{\partial \dot{\varphi}_s} \right) - \tau_{\varphi_s}(t) + c_{\varphi_s} \dot{\varphi}_s(t) + \frac{m}{2} \frac{\partial v^2(t)}{\partial \dot{\varphi}_s} + mgr(t) \cos \varphi_s(t) = 0 \quad (41)$$

با بازنویسی رابطه فوق با استفاده از جایگذاری روابط (۲۳) و (۲۴) در آن خواهیم داشت

$$\frac{d}{dt} \left(mr(t)^2 \dot{\varphi}_s(t) + mer(t) \dot{\theta}_r(t) \cos \varphi_r(t) \right) - \tau_{\varphi_s}(t) - mer(t) \dot{\theta}_r(t) \cos \varphi_r(t) + c_{\varphi_s} \dot{\varphi}_s(t) + mer(t) \dot{\theta}_r(t) \dot{\varphi}_s(t) \sin \varphi_r(t) + mgr(t) \cos \varphi_s(t) = 0 \quad (42)$$

در نتیجه، معادله دینامیکی حرکت دورانی ماشین نسبت به مرکز استاتور بصورت زیر حاصل می گردد.

$$2mr(t) \dot{r}(t) \dot{\varphi}_s(t) + mr(t)^2 \ddot{\varphi}_s(t) - \tau_{\varphi_s}(t) + mer(t) \ddot{\theta}_r(t) \cos \varphi_r(t) + mer(t) \dot{\theta}_r^2(t) \sin \varphi_r(t) + c_{\varphi_s} \dot{\varphi}_s(t) + mgr(t) \cos \varphi_s(t) = 0 \quad (43)$$

معادلات حرکت رتور در حالت سالم کارکردی ماشین در راستاهای r ، θ_r و φ_s در شرایط عدم نامتعادلی جرمی ($e=0$) را میتوان بر اساس روابط (۳۷)، (۴۰) و (۴۳) بصورت زیر بیان نمود.

$$m\ddot{r}(t) - f_r(t) + cr(t) + kr(t) + mg \sin \varphi_s(t) - mr(t) \dot{\varphi}_s^2(t) = 0 \quad (44)$$

$$J_{\theta_r} \ddot{\theta}_r(t) - \tau_{\theta_r}(t) + c_{\theta_r} \dot{\theta}_r(t) = 0 \quad (45)$$

$$2mr(t) \dot{r}(t) \dot{\varphi}_s(t) + mr(t)^2 \ddot{\varphi}_s(t) - \tau_{\varphi_s}(t) + c_{\varphi_s} \dot{\varphi}_s(t) + mgr(t) \cos \varphi_s(t) = 0 \quad (46)$$

می باشد که می توان با استفاده از رابطه کوانرژی بصورت زیر تعریف نمود.

$$Q_i = \frac{\partial W_c}{\partial \eta} \quad (49)$$

که با فرض خطی بودن سیستم مغناطیسی، انرژی ذخیره شده مغناطیسی (کوانرژی مغناطیسی ($W_c(t)$)) برابر است با

$$W_c(t) = \frac{1}{2} \mathbf{i}(t)^T \mathbf{L}(\varphi_s, \theta_r, r) \mathbf{i}(t) \quad (30)$$

که $\mathbf{L}(\varphi_s, \theta_r, r)$ ، ماتریس اندوکتانس سیم بندی های ماشین القایی می باشد که می توان بصورت زیر مولفه های آن را تفکیک نمود.

$$\mathbf{L}(\varphi_s, \theta_r, r) = \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{ss}(\varphi_s, \theta_r, r) & \mathbf{L}_{sr}(\varphi_s, \theta_r, r) \\ \mathbf{L}_{rs}(\varphi_s, \theta_r, r) & \mathbf{L}_{rr}(\varphi_s, \theta_r, r) \end{pmatrix} \quad (31)$$

در حالت کلی تغییرات جزئی در انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی در راستای متغیرهای ديفرانسیلی را می توان بصورت زیر نمایش داد.

$$W_{mech}(\varphi_s, \theta_r, r, t) = f_r(t) \delta r + \tau_{\theta_r}(t) \delta \theta_r + \tau_{\varphi_s}(t) \delta \varphi_s \quad (32)$$

که $f_r(t)$ ، $\tau_{\theta_r}(t)$ و $\tau_{\varphi_s}(t)$ به ترتیب نیروی شعاعی الکترومغناطیسی و گشتاورهای مغناطیسی حول مرکز رتور و استاتور می باشند.

متغیرهای فوق با استفاده از رابطه (۳۰) برابر است با

$$f_r(t) = \frac{1}{2} \mathbf{i}^T(t) \frac{\partial \mathbf{L}(\varphi_s, \theta_r, r)}{\partial r} \mathbf{i}(t) \quad (33)$$

$$\tau_{\theta_r}(t) = \frac{1}{2} \mathbf{i}^T(t) \frac{\partial \mathbf{L}(\varphi_s, \theta_r, r)}{\partial \theta_r} \mathbf{i}(t) \quad (34)$$

$$\tau_{\varphi_s}(t) = \frac{1}{2} \mathbf{i}^T(t) \frac{\partial \mathbf{L}(\varphi_s, \theta_r, r)}{\partial \varphi_s} \mathbf{i}(t) \quad (35)$$

با توجه به راستاهای تعریف شده در شکل ۳، در رابطه (۲۸) جایگذاری r ، θ_r و φ_s بجای η می توان دینامیک حرکت رتور در سه راستای شعاعی (r)، چرخش حول مرکز رتور (θ_r) و چرخش حول مرکز استاتور (φ_s) را بدست آورد. دینامیک حرکت ماشین در راستای شعاعی با جایگذاری روابط (۲۵) تا (۲۷) در (۲۸)، بصورت زیر بدست خواهد آمد.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m}{2} \frac{\partial v^2(t)}{\partial \dot{r}} \right) - f_r(t) + cr(t) + kr(t) + mg \sin \varphi_s(t) + \frac{m}{2} \frac{\partial v^2(t)}{\partial \dot{r}} = 0 \quad (36)$$

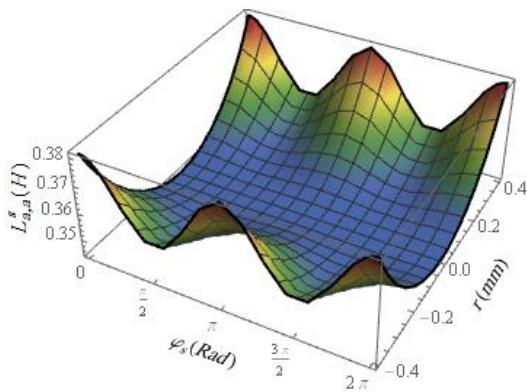
با جایگذاری روابط (۲۳) و (۲۴) در رابطه (۳۶)، معادله حرکت شعاعی رتور در فاصله هوایی بصورت زیر حاصل می گردد.

$$m\ddot{r}(t) + me \ddot{\theta}_r(t) \sin \varphi_r(t) - me \dot{\theta}_r^2 \cos \varphi_r(t) + -f_r(t) + mg \sin \varphi_s(t) - mr(t) \dot{\varphi}_s^2(t) + cr(t) + kr(t) = 0 \quad (37)$$

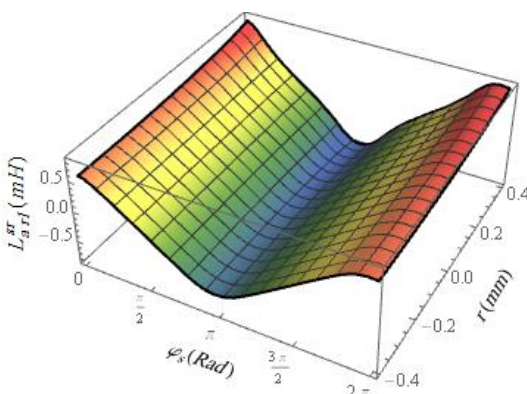
دینامیک حرکت رتور حول مرکز رتور را می توان با جایگذاری $\eta = \theta_r$ در رابطه (۲۸)، و با استفاده از روابط انرژی جنبشی و پتانسیل تعریف شده در (۲۵) تا (۲۷) بصورت زیر بدست آورد.

۵- تحلیل دینامیکی ماشین القایی

پارامترهای هندسی ماشین القایی در جدول (۱) و مدل هندسی بکارگیری شده در آنالیز المان محدود در شکل ۴، نشان داده شده است. همانطور که در این شکل مشاهده می شود، بدلیل عدم یکنواختی فاصله هوایی ناشی از ناهم مرکزی استاتیکی، توزیع شار بصورت نامتقارن صورت پذیرفته است. اندوکتانس های ماشین در شرایط خطی و با صرف نظر از شرایط اشباع در نظر گرفته شده است. اندوکتانس خودی سیم پیچ فاز a استاتور $(L_{a,a}^s(\varphi_s, r))$ و اندوکتانس متقابل سیم پیچ فاز a و میله اول رتور $(L_{a,1}^{sr}(\varphi_s, \theta_r, r))$ در شکل (۵) نشان داده شده است. دامنه اندوکتانس های استاتور با افزایش فاصله مراکز استاتور و رتور، بدلیل کاهش طول موثر فاصله هوایی، افزایش می یابد. همچنین با توجه به غیر همسان بودن اندازه طول فاصله هوایی در محیط ماشین در شرایط ناهم مرکزی استاتور و رتور، اندوکتانس های ماشین نسبت به مرکز استاتور دارای تغییرات شبه سینوسی خواهد بود.



الف: اندوکتانس خودی فاز a استاتور

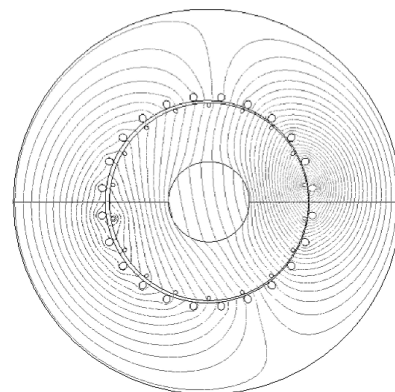


ب: اندوکتانس متقابل فاز a استاتور و میله اول رتور در شرایط $\theta_r = 0$

شکل (۵): اندوکتانس سیم بندی های ماشین القایی

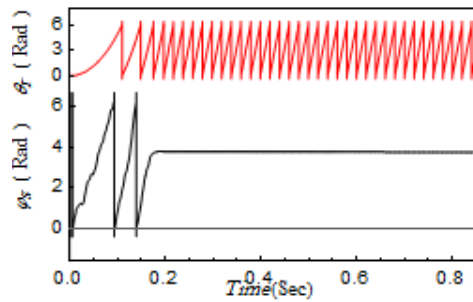
جدول (۱): مشخصات ماشین القایی

مقدار	توصیف
۲۴	تعداد دندانه های استاتور
۱۸	تعداد دندانه های رتور
۰.۷۵ mm	طول فاصله هوایی
۱۲۰ mm	قطر استاتور
۶۲ mm	قطر رتور
۶۸	تعداد دور بر دندانه استاتور
۲	تعداد قطب
۱.۵ hp	توان
۲۲۰/۳۸۰ V	ولتاژ
۵۰ Hz	فرکانس
۵ Ω	مقاومت استاتور
۳۰ $\mu\Omega$	مقاومت میله رتور
۱.۵ $\mu\Omega$	مقاومت هر بخش رینگ رتور



شکل (۴): چگالی شار فاصله هوایی در $r=0.5 \text{ mm}$ ، $\theta_r = 5\pi/12$ ، $\varphi_s = \pi/4$

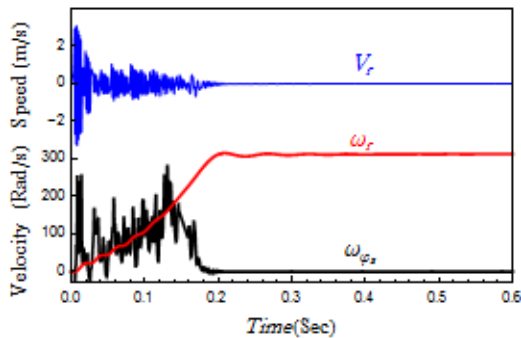
شکل (۶)، اندوکتانس های استاتور و رتور ماشین القایی و تغییرات آن را برای تک متغیر r و θ_r نشان می دهد. همانطور که در این شکل نمایش داده شده است، اندوکتانس میله های رتور و تغییرات آن نسبت به r بصورت نمایی تغییر می نماید، بطوریکه با کاهش طول فاصله هوایی (r مثبت) اندازه اندوکتانس میله رتور افزایش خواهد یافت. پارامترهای مکانیکی ماشین در جدول ۲ نشان داده شده است. همچنین به منظور کنترل موقعیت رتور در لحظه راه اندازی و دوره گذرا، ولتاژ اولیه با توجه به شکل (۷)، تا 0.04 ثانیه دارای دامنه ماکزیمم 100 ولت و بعد از آن با شیب ملایم و بصورت رمپ به ولتاژ نامی 311 ولت در زمان 0.9 ثانیه خواهد رسید. شکل (۷) و شکل (۸)، دینامیک پارامترهای الکتریکی و مکانیکی ماشین را در دوره گذرا و دائم را در حالت سالم نشان می دهد. در این حالت با توجه به دامنه ولتاژ ورودی ماشین القایی، حداکثر جریان راه اندازی به حدود 7.5 آمپر محدود شده است. با توجه به شکل (۸)، رتور تقریباً بعد از 0.2 ثانیه و طی دوره نوسانات به نقطه تعادل ماشین یعنی مرکز استاتور خواهد رسید. دینامیک سرعت و نیرو (گشتاور) های شعاعی و چرخشی رتور به ترتیب در شکل (۹) و شکل (۱۰) نشان داده شده



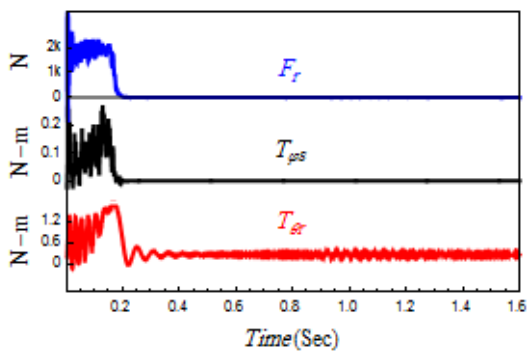
شکل (۸): دینامیک متغیرهای θ_r و ϕ_s در ماشین القایی

جدول (۲): مشخصات پارامترهای مکانیکی

مقدار	توصیف
$k = 5.3 \times 10^6 \text{ N/m}$	سختی
$e = 0$	ناهم مرکزی استاتور و رتور
$c_{\theta_r} = 0.001 \text{ N s/m}$	میرایی در راستای θ_r
$c_{\phi_s} = 0.001 \text{ N s/m}$	میرایی در راستای ϕ_s
$c_r = 245 \text{ N s/m}$	میرایی در راستای r
$m = 1.5 \text{ kg}$	جرم رتور
$J_{\theta_r} = 0.000675 \text{ kg m}^2$	ممان اینرسی



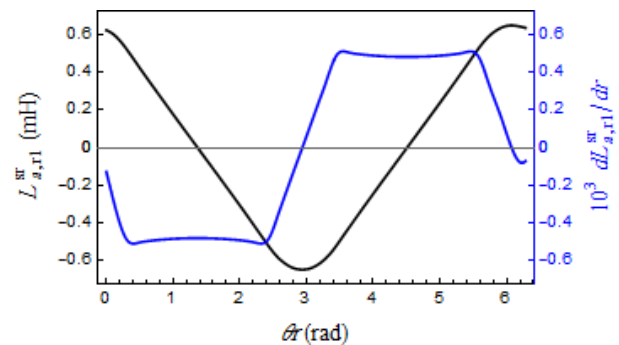
شکل (۹): دینامیک سرعت‌های شعاعی و چرخشی در ماشین القایی



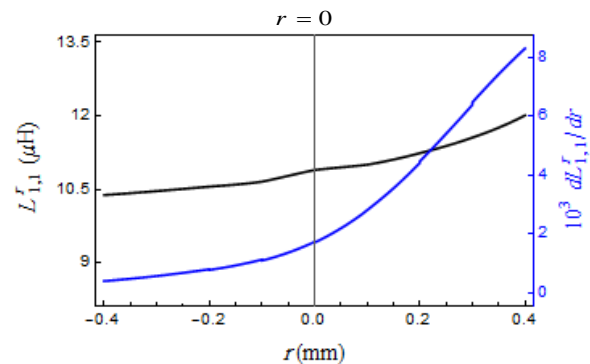
شکل (۱۰): دینامیک نیروهای شعاعی و چرخشی در ماشین القایی

شکل ۱۲، مجموعه تست آزمایشگاهی را در ماشین القایی جهت اعتبارسنجی نتایج بدست آمده، نشان می‌دهد. جهت اندازه‌گیری جریان و شتاب از یک اسیلوسکوپ دیجیتال استفاده شده است. همچنین سیم بندی‌های استاتور ماشین القایی، توسط ترانسفورماتور سه فاز تغذیه می‌گردد. در این آزمایش از یک سنسور پیزوالکتریک که قبلاً کالیبره گردیده است، جهت اندازه‌گیری شتاب در راستای X و

است. سرعت چرخش رتور حول مرکز استاتور یا رتور به ضرایب مکانیکی ماشین نظیر جرم، میرایی و سختی بستگی خواهد داشت. در لحظه راه اندازی بدلیل جریان راه اندازی بالا، بیرینگ‌های ماشین القایی نیروی بیش از ۳۰۰۰ نیوتن در جهت شعاعی را تحمل می‌نمایند. پر واضح است که در حالت دائمی با توجه به تقارن نیروها، این مقدار به حدود صفر خواهد رسید. همچنین گشتاور‌های اعمال شده به رتور در حالت دائم برابر با ۰.۵۸ نیوتن-متر خواهد بود. همچنین در حالت سالم و دائمی، با توجه به سالم بودن بیرینگ‌ها گشتاور ایجاد شده حول مرکز استاتور صفر خواهد بود. مکان هندسی مینیمم فاصله هوایی در شکل (۱۱) نشان داده شده است. تغییرات مینیمم فاصله هوایی در راستای X و Y به ترتیب با ماکزیمم دامنه ۰.۱۵ و ۰.۱۳ میکرومتر نوسان می‌نماید.

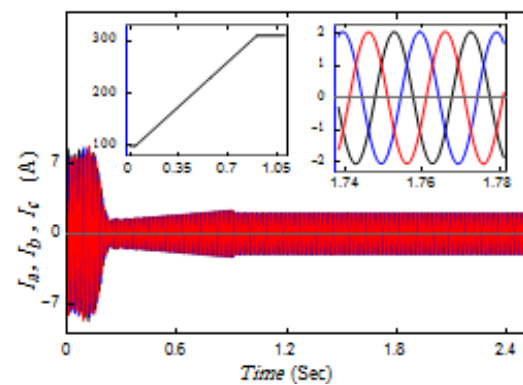


الف: مشتق اندوکتانس متقابل فاز a استاتور و میله اول رتور در

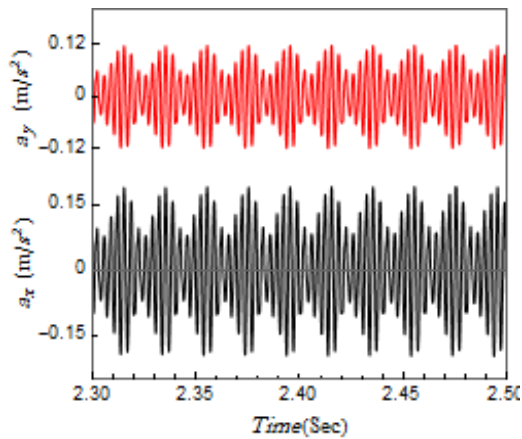


ب: مشتق اندوکتانس خودی میله اول رتور

شکل (۶): مشتق اندوکتانس سیم بندی‌های ماشین القایی

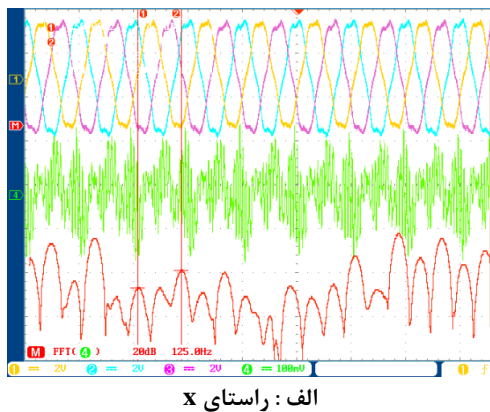


شکل (۷): دینامیک جریان سه فاز استاتور ماشین القایی

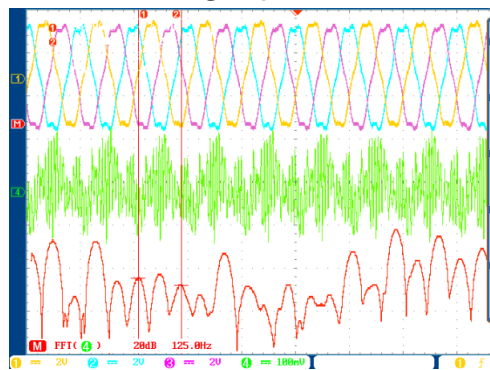


شکل (۱۳): شتاب عمودی و افقی رتور در حالت دائمی

در این حالت، دامنه شتاب در راستای محور X و Y به ترتیب ۰٫۱۵ و ۰٫۱۲ متر بر مجذور ثانیه خواهد بود. جهت ارزیابی آثار یکپارچگی در مدلسازی ماشین القایی، جریان و نیروهای الکترومغناطیسی وارد بر رتور و بیرینگ در مدلسازی به روش متداول و روش پیشنهادی در پی باری در شکل ۱۵ مقایسه می گردند.



الف: راستای X

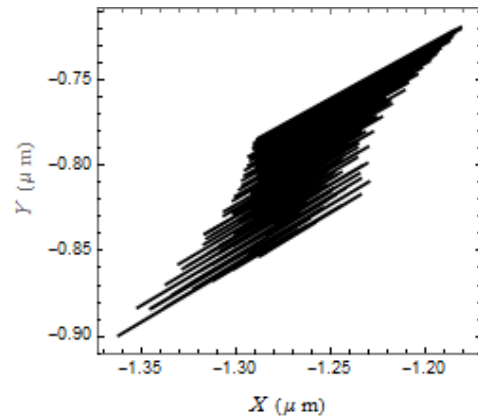


ب: راستای Y

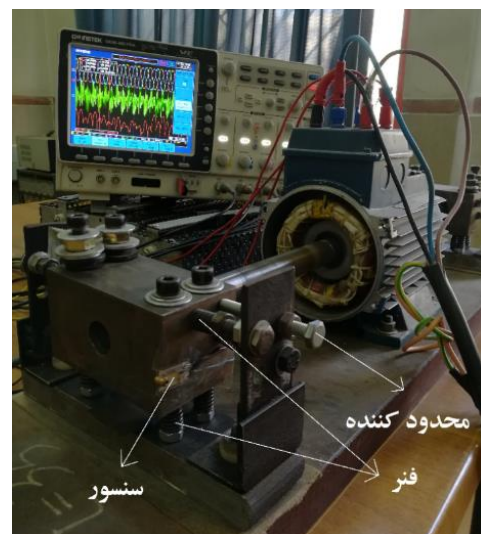
شکل (۱۴): شتاب رتور در حالت دائمی عملکرد ماشین القایی

در این شکل، نمودار آبی رنگ روش مدلسازی یکپارچه الکتریکی و مکانیکی ماشین الکتریکی و نمودار قرمز رنگ مدلسازی به روش متداول ($r=0$) با یک درجه آزادی (θ_r) و حرکت حول مرکز

Y استفاده شده است. بعلاوه، جهت اندازه گیری دینامیک شتاب رتور مستقل از فریم استاتور، شفت ماشین القایی را مطابق با شکل (۱۲) با یک شفت بلند تعویض نموده و سنسور های پیزو در راستای افقی و عمودی محفظه بیرینگ های ماشین تعبیه شده است. با توجه به اینکه میزان شتاب بر واحد جرم در سیستم متناسب با نیروهای وارد بر جسم می باشد، لذا با اندازه گیری شتاب رتور می توان تغییرات زمانی نیروهای وارد بر رتور در واحد جرم را تعیین نمود. بدین منظور، شکل (۱۳) و شکل (۱۴) نتایج شبیه سازی و آزمایشگاهی شتاب عمودی و افقی رتور در حالت دائمی را نشان می دهد. در حالت تست آزمایشگاهی، دامنه جریان های ماشین همانگونه که در شکل (۷) برای حالت شبیه سازی نشان داده شده است، برابر با ۲ آمپر تنظیم شده است. لذا با توجه به شکل های اخیر، تغییرات شتاب در طی زمان را در دو راستا برای دو حالت شبیه سازی و تست آزمایشگاهی تقریباً یکسان می باشد.

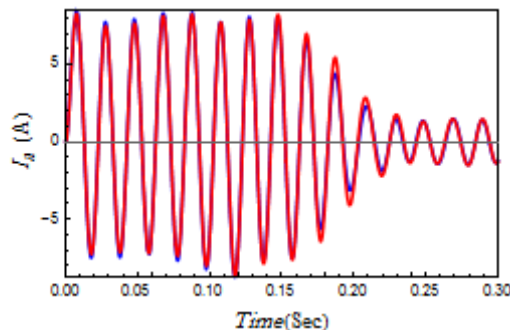


شکل (۱۱): تغییرات طول فاصله هوایی در حالت دائمی در ماشین القایی

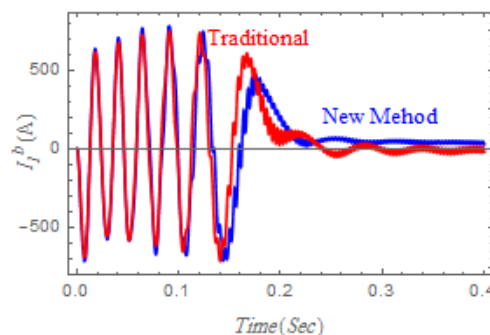


شکل (۱۲): تست آزمایشگاهی

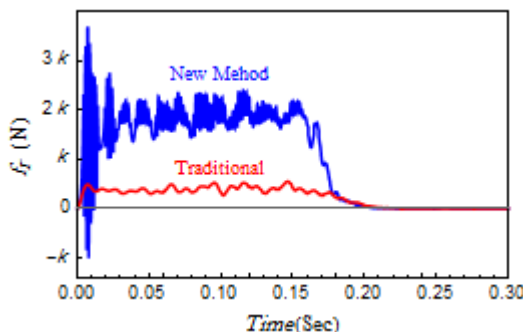
رتور را نمایش می دهد. علیرغم یکسان بودن جریان های مدل سازی در دو روش (متداول و یکپارچه) در شکل های ۱۵ الف و ب، دامنه نیروهای شعاعی بر رتور (رابطه ۱۹) در شکل ۱۵ ج با یکدیگر متفاوت می باشند.



الف: جریان فاز a استاتور در بی باری



ب: میله اول رتور



ج: نیروی شعاعی وارد بر رتور در دوره گذرا در حالت سالم

شکل (۱۵): مقایسه نتایج مدل سازی به روش های متداول و یکپارچه در دوره گذرا و حالت بی باری

در مدل سازی به روش متداول، علیرغم وجود تنش در رتور فاصله مراکز استاتور و رتور ثابت و برابر صفر خواهد بود. به بیان دیگر، نیروی وارد بر رتور بدلیل سختی بالای بیرینگ به بدنه ماشین، منجر به جابجایی رتور در طول فاصله هوایی نمی گردد. در مدل سازی یکپارچه در ماشین مورد مطالعه، نیروی استاتیک وارد بر بیرینگ های در دوره راه اندازی بیش از ۳۰۰۰ نیوتن خواهد بود که این مهم با استفاده از مدل سازی به روش متداول ۴۰۰ نیوتن است.

از سویی دیگر، اختلاف نیروهای وارد بر ماشین در حالت گذرا (شکل ۱۵ ج) با توجه به رابطه ۳۳، ناشی از تغییرات اندوکتانس های ماشین

نسبت به متغیرهای حرکت (θ_r و φ_s و r) است. در مدل سازی به روش متداول، مراکز استاتور و رتور منطبق بر یکدیگر است. لذا، امکان حرکت در طول فاصله هوایی و همچنین جابجایی حداقل طول فاصله هوایی از رتور صلب می گردد، درحالی که، در مدل سازی جدید، امکان حرکت رتور در طول فاصله هوایی فراهم است. لذا، حرکت مرکز رتور در فاصله هوایی بصورت آزاد در نظر گرفته شده و در نتیجه، با توجه به تغییر متغیرهای حرکت (θ_r و φ_s و r) در زمان گذرا نیروهای درگیر در فاصله های ماشین را بصورت دقیق تعیین نمود. در مدل سازی به روش متداول متغیرهای حرکت بصورت (θ_r و $\varphi_s = 0$ و $r = 0$) فرض می شود، در نتیجه نتایج حاصل از دو روش مدل سازی اختلاف موثری را دارا خواهند بود. در روش مدل سازی بصورت یکپارچه، زاویه حداقل طول فاصله هوایی (φ_s) در حالت گذرا با دینامیک مطابق شکل ۱۱ جابجا می گردد. لذا، مدل سازی به روش یکپارچه ماشین های الکتریکی قادر است بصورت دقیق نیروهای مکانیکی وارد بر بیرینگ را شناسای نموده و طراحی مناسب برای انتخاب بیرینگ ها جهت تحمل نیروی های وارد بر آنها را در طی دوره گذرا را در اختیار طراح قرار دهد.

۶- نتیجه گیری

در این مقاله مدل یکپارچه دینامیک حرکت ارتعاشی رتور و معادلات الکترومغناطیسی ماشین القایی ارائه گردید. بدین منظور، ابتدا تابع اندوکتانس سیم بندی های استاتور و میله های رتور در طول فاصله هوایی با سه درجه آزادی معرفی و با روش المان محدود تعیین گردید. سپس با استفاده از قانون بقای انرژی و روش لاگرانژ، معادلات دینامیک حرکت مکانیکی رتور با سه درجه آزادی و در راستاهای شعاعی، چرخش حول مرکز رتور و چرخش حول مرکز استاتور با معادلات الکترومغناطیسی ماشین القایی ترکیب شده و مدل دینامیک لحظه ای موقعیت رتور در فاصله هوایی بر اساس پارامترهای الکتریکی و مکانیکی ماشین القایی بصورت همزمان شناسایی گردید. نتایج نشان می دهد که بدلیل غیر سینوسی بودن توزیع سیم بندی های استاتور و رتور، ماشین در حالت عملکردی طبیعی و بدون خطا دارای ارتعاش در رتور با دامنه بسیار کوچک می باشد. همچنین، با مقایسه مدل سازی ماشین القایی در مدل سازی به روش های متداول و یکپارچه، نشان داده شد که علیرغم یکسان بودن جریان های استاتور در دو روش، نیروهای الکترومغناطیسی وارد بر رتور و بیرینگ با یکدیگر کاملاً متفاوت می باشند. لذا، با بکارگیری مدل سازی یکپارچه ماشین القایی می توان منجر به انتخاب بیرینگ مناسب در ماشین القایی گردد بگونه ای که قابلیت تحمل نیروی های وارد بر ماشین را در طی دوره گذرا داشته باشد. در نهایت نتایج آزمایشگاهی جهت اعتبار سنجی نتایج شبیه سازی مقایسه گردید که حاکی از آن است تطابق نتایج مدل حاصل با نتایج آزمایشگاهی از دقت بالایی برخوردار است.

- [18] S. J. Salon, Finite element analysis of electrical machines, Boston USA: Kluwer academic publishers, 1995.
- [19] C. P. Pesce, "The application of Lagrange equations to mechanical systems with mass explicitly dependent on position," Journal of Applied Mechanics, vol. 70, no. 5, pp. 751-756, 2003.

زیر نویس ها

- ¹ Magnetic Equivalent Circuit
² Jeffcott
³ Magneto-Static
⁴ Maxwell Equations
⁵ Stoke's Theorem
⁶ Rayleigh Dissipation Function

- [۳] کریم عباس زاده، فاطمه صفار " مدلسازی عددی و تحلیل نیروهای الکترومغناطیسی ترانسفورماتور اوال و مقایسه آن با ترانسفورماتور سیلندری با استفاده از روش اجزای المان محدود،" نشریه مهندسی برق و الکترونیک، جلد ۱۳، شماره ۱، صفحه ۱۲۳-۱۳۴، ۱۳۹۵.
- [۴] آصفی قمری مهدی، نظرزاده جلال. ارزیابی آثار مدولاسیون‌های عرض پالس سینوسی آشوبی بر تداخل الکترومغناطیسی و ولتاژ محور در محرکه‌های القایی. نشریه مهندسی برق و الکترونیک ایران. ۱۳۹۸؛ ۱۶ (۳): ۳۵-۴۶
- [5] A. Bonnett, "Root cause ac motor failure analysis with a focus on shaft," IEEE transactions on industry applications, vol. 36, no. 5, pp. 1435-1448, 2000.
- [6] G. Y. a. K. R. N. Tandon, "A comparison of some condition monitoring techniques for the detection of defect in induction motor ball bearings," Mechanical systems and signal processing, vol. 21, no. 1, pp. 244-256, 2007.
- [7] D. Kouchih, N. Boumalha, M. Tadjine, and M.S. Boucherit, "New approach for the modeling of induction machines operating under unbalanced power system," International Transactions on Electrical Energy Systems, vol. 26, no. 9, pp. 1832-1846, 2016.
- [8] D.G. Dorrell, J.K. Shek, M.A. Mueller, and M.-F. Hsieh, "Damper windings in induction machines for reduction of unbalanced magnetic pull and bearing wear," IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 49, no. 5, pp. 2206-2216, 2013.
- [9] D.G. Dorrell and M.-F. Hsieh, "Calculation of radial forces in cage induction motors at start—the effect of rotor differential," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 46, no. 8, pp. 3029-3032, 2010.
- [10] D. Dorrell, "Sources and characteristics of unbalanced magnetic pull in three-phase cage induction motors with axial-varying rotor eccentricity," IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 47, no. 1, pp. 12-24, 2011.
- [11] T. Ishikawa, "Analysis of natural frequency, radial force and vibration of induction motors fed by pwm inverter," in Induction Motors-Modelling and Control, In Tech, 2012.
- [12] D. Mori and T. Ishikawa, "Force and vibration analysis of induction motors," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 41, no. 5, pp. 1948-1951, 2005.
- [13] X. Xu, Q. Han, and F. Chu, "A four degrees-of-freedom model for a misaligned electrical rotor," Journal of Sound and Vibration, vol. 358, pp. 356-374, 2015.
- [14] X. Han and A. Palazzolo, "Unstable force analysis for induction motor eccentricity," Journal of Sound and Vibration, vol. 370, pp. 230-258, 2016.
- [15] A. Laiho, T.P. Holopainen, P. Klinge, and A. Arkkio, "Distributed model forelectromechanical interaction in rotordynamics of cage rotor electrical machines," Journal of Sound and Vibration, vol. 302, no. 4-5, pp. 683-698, 2007.
- [16] H. Im, H. H. Yoo, and J. Chung, "Dynamic analysis of a bldc motor with mechanical and electromagnetic interaction due to air gap variation," Journal of Sound and Vibration, vol. 330, no. 8, pp. 1680-1691, 2011.
- [17] H. Im, D. S. Bae, and J. Chung, "Design sensitivity analysis of dynamic responses for a bldc motor with mechanical and electromagnetism," Journal of sound and vibration, vol. 331, no. 9, pp. 2070-2079, 2012.