

مدل سازی خطی پارامتر متغیر (LPV) بازوی PUMA560 در تخمین گشتاور محاسبه شده جهت کنترل مسیر

علی فضلی^۱ محمدحسین کاظمی^۲

۱- دانش آموخته کارشناسی ارشد- دانشکده فنی مهندسی- دانشگاه شاهد- تهران- ایران

aliifazli1372@gmail.com

۲- دانشیار- دانشکده فنی مهندسی- دانشگاه شاهد- تهران- ایران

kazemi@shahed.ac.ir

چکیده:

این مقاله یک استراتژی جدید گشتاور محاسبه شده^۱ را برای کنترل بازوی رباتیک با بکارگیری مدل سازی خطی پارامتر متغیر (LPV^۲) چندوجهی^۲ ارائه می نماید. نمایش مدل LPV ربات به وسیله شناسایی دینامیک ربات در نقاط کار مختلف، حول مسیری دلخواه که تمامی محدوده حرکتی مفصل ها را پوشش می دهد صورت می پذیرد. شناسایی مدل ها با استفاده از الگوریتم کمترین مربعات^۳ خطاها انجام می شود. با بهره گیری از نگاشت مجموعه پارامتر^۴ مبتنی بر آنالیز مولفه های اصلی (PCA^۵)، یک مدل LPV چندوجهی کاهش یافته حاصل می شود که پیچیدگی پیاده سازی را کاهش می دهد. در کنترل گشتاور محاسبه شده معمول، ضروریست که مدل دینامیکی ربات شناخته شده باشد در حالی که در روش ارائه شده یک تخمین از گشتاور مورد نیاز بر مبنای مدل سازی LPV محاسبه می شود. ماتریس بهره کنترل از حل مجموعه ای از نامساوی های ماتریسی خطی (LMI^۶) که مقدار مشتق زمانی تابع لیاپانوف را به میزان کمینه مورد نیاز می رساند، به دست می آید به طوریکه شرایط کافی برای تضمین پایداری مجانبی^۸ سیستم LPV حلقه بسته در برابر خطای تخمین گشتاور برقرار گردد. طرح ارائه شده به کنترل تعقیب مسیر مرجع بازوی ربات شش درجه آزادی PUMA560 اعمال شده است.

واژه های کلیدی: کنترل گشتاور محاسبه شده، مدل سازی LPV چندوجهی، LMI، سیستم های غیرخطی، ربات بازو

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۷/۱۱/۲۴

تاریخ پذیرش مشروط مقاله: ۱۳۹۸/۰۸/۱۳

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۱۱/۲۸

نام نویسنده مسئول: دکتر محمدحسین کاظمی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - تهران - بزرگراه خلیج فارس - دانشگاه شاهد - دانشکده فنی مهندسی

مدل سازی، تغییرات پارامترهای پلنت و اغتشاشات نامعلوم می تواند به آسانی عملکرد کنترلی آن را تخریب کند [۲۰]-[۲۲].

تحقیق در مورد CTC به طور قابل ملاحظه‌ای با استفاده از تلفیق برخی از تکنیک های پیشرفته کنترلی رشد می کند [۲۳]-[۳۰]. اگرچه استفاده از مهارت های تطبیقی پیشرفته با توانایی خودتطبیقی برخط قوی در مقابله با این نامعینی ها بسیار موثر است، اما نمی تواند به طور کامل اثرات نامعینی های غیرساختاری را روی عملکرد کنترلی حذف کند [۳۱]. ادغام روش کنترل مقاوم، با کمترین بار محاسبات، با CTC معمولی برای پاسخ سریع و کنترل بلادرنگ در حضور عدم قطعیت های غیرساختاری موثرتر است. اگرچه عیب آن فقدان خودسازگاری پارامترهای مدل برای مقابله با بعضی از عدم قطعیت های ساختاری مثل پارامترهای سینماتیک یا مدل دینامیک جفت شده غیر خطی^{۱۵} است [۳۲].

بسیاری از محققان طرح CTC را با استفاده از تقریب زنده های هوشمند^{۱۶} به روی بازوهای رباتیک نامعین اعمال نموده اند [۳۳]، [۳۴]. همچنین الگوریتم های کنترل فازی تطبیقی نیز در CTC معمولی مورد استفاده قرار گرفته است [۲۶]، [۲۳] و [۳۵]. در [۲۳] یک کنترل فازی تطبیقی برای مسئله تعقیب مسیر با باند بالای معلوم نامعینی ارائه شده است. برخی انواع الگوریتم های کنترلی محاسبه گشتاور بعلاوه فازی تطبیقی در [۳۵] بررسی شده است. در [۲۶] یک الگوریتم کنترل فازی تطبیقی و یک مدل کنترل H_∞ مقاوم برای جبران خطای تقریب و نامعینی ها در یک CTC معمولی گنجانده شده است. پژوهش های زیادی برای کنترل ربات با تکنیک هایی نظیر شبکه های عصبی [۳۶]-[۳۹]، سیستم های هوشمند [۳۳]، [۴۰]، کنترل تطبیقی فازی [۴۱]، کنترل مقاوم [۴۲]، [۴۳]، کنترل تطبیقی مقاوم [۲۳]، [۳۱]-[۳۴]، [۴۴] نیز صورت گرفته است. در [۴۵] یک کنترل موقعیت مقاوم مبتنی بر شتاب با استفاده از مشاهده گرهای اغتشاشی^{۱۷} ارائه شده است که در آن چالش اصلی طراحی بهینه ماتریس اینرسی است به گونه ای که مصالحه مناسبی بین مقاوم بودن و حساس بودن به نویز صورت گیرد. استفاده از روش کنترل مود لغزشی^{۱۸} راهی موثر برای کنترل سیستم های غیرخطی نظیر بازوی رباتیک است، اما برای جبران افت عملکرد آن در حضور نامعینی ها نیاز به تکامل یافتن با استفاده از روش هایی چون شبکه عصبی دارد [۴۶]. یک روش کنترل تعقیب نمایی مبتنی بر مشاهده گر با در نظر گرفتن نامعینی های دینامیکی و حرکتی در [۴۷] ارائه شده است. علاوه بر مسئله طراحی کنترل موضوعات جذابی چون تشخیص عیب نیز برای سیستم های ربات بازو به وسیله روش های هوشمند در حال توسعه هستند [۴۸]. همچنین طراحی کنترل مقاوم با استفاده از LMI نه تنها در حوزه رباتیک بلکه برای سیستم هایی با دینامیک غیرخطی از جمله سیستم های قدرت [۴۹] می تواند مورد استفاده قرار گیرد.

بهره گیری از تئوری های سیستم های خطی در مواجهه با سیستم های غیرخطی به موضوعی جذاب در توسعه مفاهیم کنترلی تبدیل شده است. این مسئله توجه و تمایل زیادی به ایجاد سیستم های ترکیبی و سوئیچینگ، LPV و مدل های خطی چندوجهی به وجود آورده است. با این وجود مسئله پایداری در این سیستم ها هنوز امری چالش برانگیز است [۱]-[۵]. یک راه موثر برای غلبه بر اثرات غیرخطی بودن و عدم قطعیت^۹، بسته به تغییرات نقاط کار در سیستم های غیرخطی، مدل سازی LPV چندوجهی است.

برخی تکنیک های طراحی کنترل کننده به شکل خلاصه در [۶] ارائه و مقایسه شده اند که یک بررسی کامل از نتایج تجربی روش های کنترلی مبتنی بر مدل سازی LPV را ارائه می کند. این روش ها به اقسام چندوجهی، تبدیل نسبی خطی^{۱۰} و شبکه سازی^{۱۱} تقسیم می شوند که عمدتاً با استفاده از LMI طراحی می گردند. دینامیک مدل های LPV به عنوان مدل های فضای حالت سیستم غیرخطی شامل ماتریس های وابسته به پارامتر متغیر با زمان، خطی اما غیر ثابت هستند [۷]. در حقیقت غیرخطی بودن ربات بازو با پارامترهای متغیر مدل LPV توصیف شده است. علی رغم کارآمدی، کنترل کننده های LPV پیچیدگی هایی را در طراحی و پیاده سازی دارند [۸]، این موضوع کاملاً برای مسئله کنترل ربات های ۲ و ۳ درجه آزادی مورد بررسی قرار گرفته است [۹]-[۱۲]. در [۱۳] یک نوع فرمول نابرابری ماتریسی برای طراحی کنترل کننده چندمنظوره H_2 / L_2 برای سیستم LPV ارائه شده است، البته بدون آن که متغیرهای لیاپانوف در فرمول دخالت داده شود.

از خطی سازی ژاکوبین حول نقاط تعادل یا نقاط کار می توان برای به دست آوردن مدل LPV سیستم غیرخطی استفاده کرد. این روش، خانواده ای از پلنت های خطی سازی شده را که پارامتریزه شده اند تولید می کند که مبنای آن چه را که جدول بندی خطی سازی^{۱۲} گویند شکل می دهد [۱۴]. در [۱۵] یک کنترل کننده اکیدا پسیو (VSP) LPV با طراحی H_∞ ارائه و تحلیل شده است که در آن پایداری L_2 حلقه بسته سیستم غیرخطی اصلی تضمین می شود و در [۱۶] یک الگوریتم طراحی مقاوم برای کلاسی از سیستم های نامعین و LPV توسعه داده شده است؛ در این مقاله رفتار ورودی/خروجی نامعینی به وسیله محدودیت های انتگرالی درجه دوم^{۱۳} وصف شده است. مسئله کنترل تطبیقی مدل مرجع برای سیستم های LPV با عدم قطعیت های پارامتری در [۱۷] و برای سیستم های LPV با اغتشاشات در [۱۸] مورد بررسی قرار گرفته است. کنترل گشتاور محاسبه شده (CTC)^{۱۴} به عنوان یک طرح کنترل قدرتمند مبتنی بر مدل می تواند گستره وسیعی از مزایا را برای کنترل ربات های بازو ارائه کند [۱۹]. این روش وقتی دینامیک ربات و پارامترهای فیزیکی آن معین است عملکرد مناسبی را نشان می دهد، اما نامعینی هایی مثل خطای

در این مقاله، یک مدل LPV با شناسایی پارامتر سیستم در نقاط کار مختلف حول یک مسیر مدل سازی ایجاد می شود. مسیر مذکور، مسیری دلخواه است که به گونه ای انتخاب شده است که تمامی محدوده حرکتی مفاصل ربات را پوشش دهد. مجموعه داده های مسیر مدل سازی باید به شکل کارآمدی رفتار دینامیکی ربات را پوشش دهد. مدل سازی به شیوه ارائه شده در این مقاله از آن جهت دارای اهمیت است که از طرفی سیستم های رباتیک دارای دینامیک های غیرخطی و پیچیده بوده و با مدل سازی به این شیوه چندین مدل ساده خطی رفتار سیستم را توصیف می کنند؛ از طرف دیگر اگرچه استفاده از مدل دینامیکی غیرخطی سیستم های رباتیک که معمولاً به صورت صریح موجود است می تواند منجر به توصیف دقیق تر سیستم و احیانا کنترل بهتر آن شود اما در صورت اعمال اغتشاش یا نویز و یا در حضور نامعینی ها مدل دینامیکی سیستم تغییر می کند و از رابطه غیرخطی اولیه تبعیت نمی کند. در این شرایط استفاده از روش ارائه شده که مبتنی بر مدل نیست می تواند رفتار سیستم را به شکل بهتری توصیف کند و در نتیجه کنترل کننده ارائه شده بر مبنای این روش از مدل سازی می تواند در قیاس با روش های مبتنی بر استفاده از معادلات دینامیکی غیرخطی سیستم رفتار مقاوم تری را در برابر نامعینی ها و اعمال نویز و اغتشاش از خود نشان دهد.

شناسایی مدل ها به وسیله تئوری کمترین مربعات خطا صورت پذیرفته است. با پارامتریزه کردن دینامیک شناسایی شده وابسته به چند نقطه ثابت روی مسیر مدل سازی، مدل های خطی نمونه برای تولید مدل چندوجهی اولیه ایجاد شده است. سپس نگاهت مجموعه پارامترها مبتنی بر PCA که در [۵۰] ارائه شده است برای به دست آوردن یک مدل چندوجهی با مجموعه پارامترهای کاهش یافته مورد استفاده قرار گرفته است، به گونه ای که از جهت های کم اهمیت تر که در فضای پارامترها شناسایی شده اند، بدون آن که اطلاعات زیادی در مورد پلنت از دست رود، صرف نظر می شود. این استراتژی وقتی فضای پارامترها بزرگ بوده و ممکن است پیچیدگی محاسباتی پیش آید مفید است [۵۱]. در گام بعد مدل چندوجهی به دست آمده با تعداد کمترین پارامترهای ممکن برای طراحی CTC ارائه شده مورد استفاده قرار می گیرد.

کنترل پیشنهادی شامل یک سیگنال فیدبک حالت به همراه یک سیگنال تقریب از گشتاور محاسبه شده است. بهره فیدبک حالت از حل مجموعه ای از LMI ها حاصل می شود در حالی که گشتاور محاسبه شده از مدل چندوجهی حاصله تقریب زده می شود. دستاورد اصلی این مقاله آن است که فقط از مدل چندوجهی حاصله در محاسبه گشتاور استفاده می شود و هیچ نیازی به اعمال معادلات دینامیکی ربات به آن نیست، در حالی که در روش های CTC اخیر [۱۹]، [۲۰]، [۲۲]، [۲۶]، [۳۴]، [۳۵] و [۴۲]، استفاده از دینامیک ربات یک پیش نیاز ضروری است. در این طرح یک شرط کافی نیز برای تضمین پایداری مجانبی سیستم چندوجهی حلقه بسته به واسطه کنترل پیشنهادی به

دست آمده است. از آن جاییکه طرح پیشنهادی، بهره های کنترلی را از حل مجموعه ای از LMI ها بر مبنای مدل چندوجهی کاهش یافته در یک شیوه برون خط^{۱۹} به دست می آورد و فقط محاسبات CTC به صورت برخط^{۲۰} و به وسیله یک معادله ساده صورت می گیرد، بار محاسباتی قابل ملاحظه ای در آن وجود ندارد؛ در حالی که بار محاسباتی مانعی اصلی برای روش های LPV موجود در پیاده سازی کاربردهای گسترده صنعتی است.

این مقاله با روال زیر نگاشته شده است: در قسمت بعد بیان مسئله طرح شده است. بخش ۳ الگوریتم ارائه شده برای طراحی بهره های کنترل را وصف کرده و شرایط پایداری سیستم حلقه بسته با نامعینی پارامترها را معرفی می کند. پیاده سازی کنترل کننده برای یک بازوی ربات شش درجه آزادی در قسمت ۴ و نتیجه گیری در قسمت ۵ آورده شده است.

۲- بیان مسئله

مدل دینامیکی غیرخطی ربات بازوی n درجه آزادی در حالت کلی به صورت زیر است.

$$D(q)\ddot{q} + C(\dot{q}, q) + G(q) = \tau, \quad (1)$$

که در آن $\tau \in \mathcal{R}^n$ بردار گشتاور محرک مفاصل^{۲۱} است که به عنوان ورودی کنترلی عمل می کند. بردارهای q ، \dot{q} و \ddot{q} نیز به ترتیب معرف زاویه مفصل، سرعت زاویه ای و شتاب زاویه ای آن است که همه متعلق به مجموعه \mathcal{R}^n و قابل اندازه گیری فرض می شوند. ماتریس مثبت معین متقارن اینرسی^{۲۲} است، $D(q) \in \mathcal{R}^{n \times n}$ بردار گشتاورهای گریز از مرکز^{۲۳} و کوریولیس^{۲۴} را نمایش می دهد و $G(q) \in \mathcal{R}^n$ نیز بیان کننده بردار جاذبه است [۵۲]، [۵۳]. به منظور پوشش نامعینی های مختلف مانند خطای مدل سازی، اغتشاش، خطاهای محاسباتی و خصوصا اثرات غیرخطی بودن، می توان از مدل سازی LPV چندوجهی ربات استفاده نمود [۱۱]، [۱۲]. مدل ربات (۱) را می توان به صورت $\dot{x} = f(x, \tau)$ بازنویسی کرد که $x = [x_1^T \ x_2^T]^T = [q^T \ \dot{q}^T]^T$ بردار متغیرهای حالت بوده و تابع $f(x, \tau)$ که به مرتبه کافی نسبت به زمان مشتق پذیر فرض می شود برابرست با:

$$f(x, \tau) := \begin{bmatrix} x_2 \\ g(x, \tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -D(x_1)^{-1}(C(x_1, x_2) + G(x_2) - \tau) \end{bmatrix} \quad (2)$$

مسیر کامل دلخواه $\bar{x} = [\bar{x}_1^T \ \bar{x}_2^T]^T = [\bar{q}^T \ \dot{\bar{q}}^T]^T$ به عنوان مسیر مدل سازی برای پوشش حداکثری نقاط فضای کاری ربات در نظر گرفته شده است. ورودی کنترلی گشتاور مفاصل ربات $\bar{\tau}$ برای مسیر مدل سازی \bar{x} به وسیله معادله دینامیکی

با استفاده از تعریف مشتق زنجیره‌ای تابع $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\tau})$ نسبت به سه

متغیر $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}$ و $\boldsymbol{\tau}$ خواهیم داشت:

$$\Delta \mathbf{g} = \Delta \dot{\mathbf{q}} \approx \left[\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{q}} \right]_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}} \Delta \mathbf{q} + \left[\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right]_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}} \Delta \dot{\mathbf{q}} + \left[\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \boldsymbol{\tau}} \right]_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}} \Delta \boldsymbol{\tau} \quad (10)$$

در نتیجه مدل پارامتریک خطی $\mathbf{z} = \Theta \boldsymbol{\phi}$ حاصل خواهد شد که $\boldsymbol{\phi} := [\Delta \mathbf{q}^T, \Delta \dot{\mathbf{q}}^T, \Delta \boldsymbol{\tau}^T]^T$ اطلاعات اندازه‌گیری هستند و ماتریس $\Theta = [A_{21}, A_{22}, B_2]$ دربرگیرنده کل پارامترهای مدل مطابق با تقسیم‌بندی ماتریس‌های A و B تحت (۳۵) است. با جمع‌آوری داده‌ها در پنجره‌های زمانی مشخص که در آن دینامیک سیستم ثابت فرض می‌شود می‌توان در هر پنجره زمانی ماتریس پارامترهای Θ را با بکارگیری رابطه حداقل مربعات خطا به صورت زیر تخمین زد و سیستم‌های رئوس مدل چندوجهی ربات را محاسبه نمود.

$$\hat{\Theta} = \mathbf{z} \boldsymbol{\phi}^T (\boldsymbol{\phi} \boldsymbol{\phi}^T)^{-1} \quad (11)$$

۲-۱- نگاهت مجموعه پارامترها

نگاشت مجموعه پارامترها بر مبنای الگوریتم PCA به جهت یافتن مجموعه‌ای کوچکتر از فضای پارامترهای جدول‌بندی^{۲۸} مورد استفاده قرار می‌گیرد. با صرف‌نظر از جهات کم‌اهمیت‌تر در فضای پارامتر، مدل LPV چندوجهی (۸) به یک مدل چندوجهی کاهش‌یافته تقریب زده می‌شود که منجر به طراحی کنترل‌کننده با محافظه‌کاری کم‌تر می‌گردد [۵۰]. برای سیستم LPV داده شده (۴) و سیگنال مدل‌سازی $\rho(t)$ ، مسئله نگاهت مجموعه پارامترها به یافتن نگاهت $\rho: \mathfrak{R}^{3n} \rightarrow \mathfrak{R}^s$ است، خلاصه می‌شود؛ به گونه‌ای که مدل

$$\delta \dot{\mathbf{x}} = \hat{A}(\phi(t)) \delta \mathbf{x} + \hat{B}(\phi(t)) \delta \boldsymbol{\tau} \quad (12)$$

یک تقریب مکفی از (۴) ارائه دهد. جزئیات پایه‌ای PCA را می‌توان در [۳۹] یافت. پارامترهای سیستم LPV چندوجهی (۸) به ازای $i = 1, 2, \dots, N$ ، ماتریس داده $\Xi = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N]$ با ابعاد $l \times N$ را تشکیل می‌دهند. سطرهای Ξ_i به وسیله قانون Π_i برای تولید داده اصلاح شده $\Xi_i^n = \Pi_i(\Xi_i)$ با میانگین صفر و انحراف معیار واحد و تولید ماتریس داده‌های $\Xi^n = \Pi(\Xi)$ ، نرمال‌سازی می‌شوند. سپس با تجزیه مقادیر تکین زیر

$$\Xi^n = \begin{bmatrix} \hat{U}^T & U^T \\ 0 & \Sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{V} \\ V \end{bmatrix} \quad (13)$$

تعداد s مقدار تکین با اهمیت، وابسته به \hat{U} ، \hat{V} و حاصل می‌شود. با صرف‌نظر از مقادیر تکین کم‌اهمیت‌تر رابطه تقریب زیر حاصل می‌شود.

$$\hat{\Xi}^n = \hat{U} \hat{\Sigma} \hat{V}^T \approx \Xi^n \quad (14)$$

$\mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\bar{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\bar{\mathbf{q}}) = \bar{\boldsymbol{\tau}}$ تولید می‌شود که به همراه سیگنال مدل‌سازی $\rho(t) \in \mathfrak{R}^{3n}$ را تشکیل می‌دهند.

$$\rho(t) := \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}(t) \\ \bar{\boldsymbol{\tau}}(t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

اگر مسیر حالت $\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \delta \mathbf{x}$ برای گشتاور $\boldsymbol{\tau} = \bar{\boldsymbol{\tau}} + \delta \boldsymbol{\tau}$ در نظر گرفته شود، آن‌گاه دینامیک ربات با یک تقریب حول مسیر $\bar{\mathbf{x}}$ با استفاده از جمله اول سری تیلور^{۲۵} به ترتیب نسبت به متغیرهای \mathbf{x} و $\boldsymbol{\tau}$ به صورت زیر به عنوان مدل LPV حاصل می‌شود.

$$\delta \dot{\mathbf{x}} = A(\theta(t)) \delta \mathbf{x} + B(\theta(t)) \delta \boldsymbol{\tau} \quad (4)$$

که در آن:

$$A(\theta(t)) := \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}}, B(\theta(t)) := \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\tau}} \right]_{\boldsymbol{\tau}=\bar{\boldsymbol{\tau}}} \quad (5)$$

ماتریس‌های ژاکوبین^{۲۶} $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\tau})$ به ترتیب نسبت به متغیرهای \mathbf{x} و $\boldsymbol{\tau}$ هستند. ماتریس‌های مدل $A(\cdot)$ و $B(\cdot)$ توابع پیوسته‌ای از بردار سیگنال متغیر با زمان $\rho(t) \in \mathfrak{R}^{3n}$ ، که پیش‌تر در رابطه (۳) تعریف شد، هستند. با ترکیب روابط (۲) و (۵) رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$A(\theta) := \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}_1} & \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}_2} \end{bmatrix}_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}}, B(\theta) := \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ \mathbf{D}(\mathbf{x}_1)^{-1} \end{bmatrix}_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}}, \quad (6)$$

بردار پارامتر وابسته به زمان $\theta(t) \in \mathfrak{R}^l$ وابسته به بردار قابل اندازه‌گیری سیگنال مدل‌سازی $\rho(t) \in \mathfrak{R}^{3n}$ به صورت $\theta(t) = h(\rho(t))$ به عنوان سیگنال جدول‌بندی تعریف می‌گردد که $h: \mathfrak{R}^{3n} \rightarrow \mathfrak{R}^l$ یک نگاهت پیوسته است. مجموعه فشرده^{۲۷} $\mathcal{P}_\theta \in \mathfrak{R}^l: \theta \in \mathcal{P}_\theta, \forall t \geq 0$ می‌تواند به عنوان یک مجموعه محدب چندوجهی در نظر گرفته شود.

$$\mathcal{P}_\theta := Co\{\theta_{v1}, \theta_{v2}, \dots, \theta_{vN}\}, \quad (7)$$

که در آن N تعداد رئوس (چندوجهی) است. در نتیجه سیستم LPV چندوجهی زیر به وسیله ترکیبی خطی از مدل‌های LTI رئوس، سیستم را توصیف می‌نماید.

$$P(\theta) \in Co\{P(\theta_{v1}), P(\theta_{v2}), \dots, P(\theta_{vN})\} = \sum_{i=1}^N \alpha_i P(\theta_{vi}) \quad (8)$$

که در آن $\sum_{i=1}^N \alpha_i = 1$ و $\alpha_i \geq 0$ مختصات محدب است. مدل راس i -ام این چندوجهی محدب، سیستم $P_i = P(\theta_{vi}) := (A_i, B_i)$ است. مدل فضای حالت زیر با ماتریس‌های پارامتر ثابت که در برخی نقاط و در فواصل زمانی از پیش تعیین شده در سیگنال مدل‌سازی محاسبه می‌شوند این مدل را توصیف می‌کند.

$$P_i: \delta \dot{\mathbf{x}} = A_i \delta \mathbf{x} + B_i \delta \boldsymbol{\tau} \quad (9)$$

تعداد نقاط انتخابی وابسته به محدوده کاری سیستم، اثرات غیرخطی بودن و ابعاد پارامترهای سیستم است. این نقاط باید شامل تمامی رفتارهای دینامیکی سیستم در فضای کاری باشند.

حالت $K \in \mathbb{R}^{n \times 2n}$ به گونه‌ای یافت شود که اعمال ورودی کنترلی فیدبک

$$\delta \tau = \tau - \tau_d = -K \delta x, \quad (19)$$

به سیستم LPV چندوجهی (17) منجر به پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته گردد؛ که در آن گشتاور مطلوب مرتبط با مسیر مطلوب x_d مطابق با دینامیک ربات است.

$$D(q_d) \ddot{q}_d + C(\dot{q}_d, q_d) + G(q_d) = \tau_d \quad (20)$$

هدف کنترلی دوم طراحی گشتاور محاسبه شده $\hat{\tau}$ برای اعمال به (19) به جای τ_d است؛ در واقع پیاده‌سازی گشتاور ورودی زیر به ربات، پایداری سیستم حلقه بسته را فراهم می‌کند.

$$\tau = \hat{\tau} - K \delta x \quad (21)$$

۳- طراحی کنترل کننده

این قسمت روند طراحی کنترل کننده را با استفاده از قانون کنترل ارائه شده (19) برای سیستم LPV چندوجهی توصیف می‌کند، سپس بر مبنای گشتاور محاسبه شده $\hat{\tau}$ ، گشتاور ورودی کنترل (21) ربات بازو حاصل می‌شود. قضیه زیر ماتریس بهره کنترل K را ارائه می‌کند و شرایط کافی را برای پایداری مجانبی سیستم LPV چندوجهی (17) از طریق قانون کنترل (19) ارائه می‌دهد.

قضیه 1: سیستم LPV چندوجهی (17) با قانون کنترل (19) پایدار مجانبی است اگر ماتریس‌های مثبت معین متقارن $X = X^T > 0$ و $Y = Y^T > 0$ به گونه‌ای وجود داشته باشند که به ازای LMI های زیر برای هر مقدار مثبت γ برقرار باشند.

$$X \hat{A}_i^T + \hat{A}_i X - M^T \hat{B}_i^T - \hat{B}_i M < -\gamma Y \quad (22)$$

در صورت وجود پاسخ برای نامعادلات ماتریسی فوق، ماتریس بهره کنترل کننده از رابطه $K = MX^{-1}$ حاصل می‌گردد.

اثبات: با اعمال قانون کنترل (19) به (12) و استفاده از فرمول بندی چندوجهی (17) سیستم حلقه بسته به وسیله رابطه زیر بیان می‌شود.

$$\delta \dot{x} = [\hat{A}(\phi(t)) - \hat{B}(\phi(t))K] \delta x = \sum_{i=1}^S \alpha_i (\hat{A}_i - \hat{B}_i K) \delta x \quad (23)$$

محاسبه مشتق زمانی تابع لیانوف درجه دوم $V = \delta x^T P \delta x$ به همراه (23) نشان می‌دهد که:

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^S \left\{ \alpha_i \delta x^T \left[(\hat{A}_i^T - K^T \hat{B}_i^T) P + P (\hat{A}_i - \hat{B}_i K) \right] \delta x \right\} \quad (24)$$

با جای‌گذاری $K = MX^{-1}$ و $P = X^{-1}$ در (24) خواهیم داشت:

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^S \left\{ \alpha_i \delta x^T X^{-1} \left[X \hat{A}_i^T - M \hat{B}_i^T + \hat{A}_i X - \hat{B}_i M \right] X^{-1} \delta x \right\} \quad (25)$$

با استفاده از رابطه (22)، $\sum_{i=1}^S \alpha_i = 1$ و $Q := X^{-1} Y X^{-1} > 0$ رابطه $\dot{V} < -\gamma \delta x^T Q \delta x < 0$ حاصل و در نتیجه حکم ثابت می‌شود.

که در آن \hat{x}^n تقریبی از داده اولیه است و \hat{U} به عنوان پایه فضای بسط ماتریس داده Ξ^n برای به دست آوردن نگاشت کاهش یافته زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$\phi(t) = r(\rho(t)) = \hat{U}^T \Pi(h(\rho(t))) = \hat{U}^T \Pi(\theta(t)) \quad (15)$$

در واقع نگاشت تقریبی $A(\cdot)$ و $B(\cdot)$ در (12) به وسیله رابطه زیر به (4) مرتبط می‌شود:

$$\hat{P}(\phi) = [\hat{A}(\phi(t)) \quad \hat{B}(\phi(t))] = [A(\hat{\theta}(t)) \quad B(\hat{\theta}(t))] \quad (16)$$

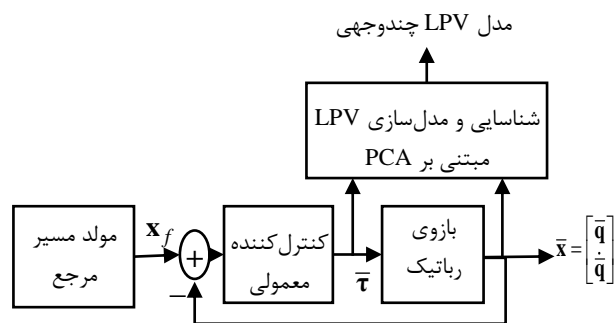
که در آن $\hat{\theta}(t) = \Pi^{-1}(\hat{U} \phi(t)) = \Pi^{-1}(\hat{U} \hat{U}^T \Pi(\theta(t)))$ معکوس قانون نرمال سازی بالاست. بنابراین، سیستم LPV چندوجهی (8) به سیستم LPV چندوجهی زیر کاهش می‌یابد.

$$\hat{P}(\hat{\theta}) \in Co\{\hat{P}(\hat{\theta}_{v1}), \hat{P}(\hat{\theta}_{v2}), \dots, \hat{P}(\hat{\theta}_{vs})\} = \sum_{i=1}^S \alpha_i \hat{P}(\hat{\theta}_{vi}) \quad (17)$$

که در آن $S = 2^s$ تعداد رئوس و $\hat{P}_i = \hat{P}(\hat{\theta}_{vi}) := (\hat{A}_i, \hat{B}_i)$ مدلی راس i -ام است. کیفیت تقریب می‌تواند به وسیله نسبت تغییرات کلی v_s بین داده‌های کل و داده‌های تقریب زده شده اندازه گرفته شود. این مقدار به وسیله مقادیر تکین محاسبه شده در (13) به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$v_s = \frac{\sum_{i=1}^s \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^l \sigma_i^2} \quad (18)$$

مباحث بالا برای مدل سازی LPV چندوجهی ربات بازو در شکل (1) خلاصه شده است. همان گونه که در این شکل نشان داده شده، یک کنترل کننده معمولی مثل کنترل کننده PD ساده می‌تواند در پایدارسازی ربات برای تعقیب مسیر مرجع x_f استفاده شود. به طوری که داده $\rho(t) = [\bar{x}^T(t) \quad \bar{\tau}^T(t)]^T$ برای مدل سازی چندوجهی تولید شود. گفتنی است که با توجه به عدم دسترسی به دینامیک ربات شناسایی امری ضروری برای به دست آوردن مدل LPV چندوجهی سیستم است.

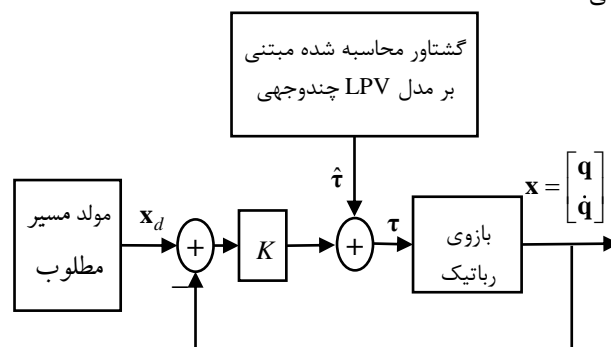


شکل (1): نمودار مدل سازی LPV چندوجهی

۲-۲- هدف کنترلی

مسیر مطلوب $x_d = [q_d^T \quad \dot{q}_d^T]^T$ برای دینامیک بازوی ربات (1) داده شده است. اولین هدف کنترلی آن است که ماتریس بهره فیدبک

حال گشتاور محاسبه شده $\hat{\tau}$ برای ساخت گشتاور ورودی ربات (۲۱) باید طراحی شود به گونه‌ای که مسیر مطلوب \mathbf{x}_d توسط ابزار ربات دنبال شود. شکل (۲) ساختار طرح کنترلی ارائه شده را نمایش می‌دهد.



شکل (۲): طرح کنترلی ارائه شده

از سیستم LPV چندوجهی (۱۷) و مدل فضای حالت (۱۲) می‌توان نتیجه گرفت که:

$$\frac{d}{dt} \dot{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^S \alpha_i \hat{A}_i \frac{d}{dt} \mathbf{x} + \sum_{i=1}^S \alpha_i \hat{B}_i \frac{d}{dt} \boldsymbol{\tau} \quad (26)$$

مطابق (۶) ماتریس‌های \hat{A}_i و \hat{B}_i به صورت

$$\hat{A}_i := \begin{bmatrix} 0 & I \\ \hat{A}_{21i} & \hat{A}_{22i} \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad \hat{B}_i := \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{B}_{2i} \end{bmatrix}$$

معادله (۲۶) برای مسیر مطلوب (۲۰) منجر به معادله زیر می‌شود.

$$\ddot{\mathbf{q}}_d = \sum_{i=1}^S \alpha_i \hat{A}_{21i} \dot{\mathbf{q}}_d + \sum_{i=1}^S \alpha_i \hat{A}_{22i} \ddot{\mathbf{q}}_d + \sum_{i=1}^S \alpha_i \hat{B}_{2i} \dot{\boldsymbol{\tau}}_d \quad (27)$$

که در آن \hat{B}_{2i} برابر معکوس ماتریس اینرسی ربات در نقطه راس i -

ام است؛ بنابراین ترکیب محدب $\sum_{i=1}^S \alpha_i \hat{B}_{2i}$ غیرمنفرد^{۲۹} بوده و معادله

(۲۷) می‌تواند برای $\boldsymbol{\tau}_d$ به صورت زیر حل شود.

$$\boldsymbol{\tau}_d = \left(\sum_{i=1}^S \alpha_i \hat{B}_{2i} \right)^{-1} \left[\ddot{\mathbf{q}}_d - \sum_{i=1}^S \alpha_i \hat{A}_{21i} \dot{\mathbf{q}}_d - \sum_{i=1}^S \alpha_i \hat{A}_{22i} \ddot{\mathbf{q}}_d \right] + \boldsymbol{\tau}_0 \quad (28)$$

در معادله بالا $\boldsymbol{\tau}_0$ اثرات کلی شرایط اولیه را نشان می‌دهد و تا زمانی که ناشناخته باشد، می‌توانیم آن را به عنوان گشتاور اغتشاشی^{۳۰}

در نظر گرفته و امیدوار باشیم که با نیروی کنترل خنثی شود. برای ساخت یک تخمین کاربردی از ضرایب سیستم چندوجهی α_i ها

باید معین باشند. با انتخاب مقدار میانگین $\alpha_i = \frac{1}{S}$ و حذف $\boldsymbol{\tau}_0$ ، تخمین تقریبی $\boldsymbol{\tau}_d$ می‌تواند طبق رابطه زیر حاصل شود.

$$\hat{\boldsymbol{\tau}} = \left(\sum_{i=1}^S \hat{B}_{2i} \right)^{-1} \left[S \ddot{\mathbf{q}}_d - \sum_{i=1}^S \hat{A}_{2i} \mathbf{x}_d \right] \quad (29)$$

که $\hat{A}_{2i} := \begin{bmatrix} \hat{A}_{21i} & \hat{A}_{22i} \end{bmatrix}$ است. قضیه زیر شرایط پایداری طرح کنترلی پیشنهادی نشان داده شده در شکل (۲) را فراهم می‌کند.

قضیه ۲: سیستم LPV چندوجهی (۱۷) با قانون کنترلی (۲۱) پایدار مجانبی است اگر ماتریس‌های مثبت معین متقارن $X = X^T > 0$ و $Y = Y^T > 0$ و ماتریس M به گونه‌ای وجود داشته باشند که به ازای LMI های (۲۲) برای مقادیر به اندازه کافی بزرگ γ برقرار باشند و خطای تخمین گشتاور محاسبه شده $\|\hat{\boldsymbol{\tau}} - \boldsymbol{\tau}_d\|$ محدود باشد.

اثبات: با اعمال قانون کنترل (۲۱) به (۱۲) و استفاده از فرمول‌بندی چندوجهی (۱۷)، سیستم حلقه بسته به صورت زیر حاصل خواهد شد.

$$\begin{aligned} \delta \dot{\mathbf{x}} &= \hat{A}(\phi(t)) \delta \mathbf{x} + \hat{B}(\phi(t)) (\hat{\boldsymbol{\tau}} - K \delta \mathbf{x} - \boldsymbol{\tau}_d) \\ &= \sum_{i=1}^S \alpha_i (\hat{A}_i - \hat{B}_i K) \delta \mathbf{x} + \mathbf{d} \end{aligned} \quad (30)$$

که در آن $\mathbf{d} = \sum_{i=1}^S \alpha_i \hat{B}_i (\hat{\boldsymbol{\tau}} - \boldsymbol{\tau}_d)$ می‌تواند به دلیل خطای گشتاور

محاسبه شده به عنوان اغتشاش در نظر گرفته شود. به روش مشابه اثبات قضیه ۱، با مشتق گرفتن از تابع لیاپانوف $V = \delta \mathbf{x}^T P \delta \mathbf{x}$ به همراه (۳۰) و با استفاده از (۲۲) ثابت می‌شود که:

$$\dot{V} \leq -\gamma \delta \mathbf{x}^T Q \delta \mathbf{x} + 2 \mathbf{d}^T P \delta \mathbf{x} \quad (31)$$

کران‌داری $\hat{\boldsymbol{\tau}} - \boldsymbol{\tau}_d$ و $\sum_{i=1}^S \alpha_i \hat{B}_i$ منجر به کران‌داری d می‌شود،

یعنی کران بالای μ به گونه‌ای وجود دارد که $\|d\| < \mu$ بنابراین:

$$\dot{V} \leq -\gamma \sigma(Q) \|\delta \mathbf{x}\|^2 + 2 \mu Q \delta \mathbf{x} + 2 \mathbf{d}^T \bar{\sigma}(P) \|\delta \mathbf{x}\| \quad (32)$$

واضح است که انتخاب γ به اندازه کافی بزرگ منجر به

$\dot{V} < 0$ شده و در نتیجه قضیه اثبات می‌گردد.

۴- پیاده‌سازی به‌روی بازوی Puma560

در این بخش، بازوی Puma560 برای اعمال طرح پیشنهادی در نظر گرفته می‌شود. شبیه‌سازی با جعبه ابزار رباتیک [۵۴] صورت گرفته است. مدل صریح بازوی پوما در [۵۵] به دست آمده است، اما در این مقاله فرض بر آن است که دسترسی به دینامیک سیستم وجود ندارد.

مسیر زیر به عنوان مسیر مدل‌سازی برای شناسایی دینامیک این ربات در نظر گرفته شده است.

$$\bar{q}_i = b_i (1 - e^{-t^3}) + c_i (1 - e^{-t^3}) \sin(\omega_i t), \quad (33)$$

این مسیر به گونه‌ای انتخاب شده که بتواند تمام نقاط فضای کاری

ربات را در برگیرد، چرا که بازوی رباتیک که یک دینامیک غیرخطی پیچیده دارد در هر نقطه کار دارای مدل فضای حالت خطی متمایزی بوده و برای مدل‌سازی LPV دقیق نیازمند تحریک حداکثری نقاط

کار ممکن هستیم. مسیر فوق برای هر مفصل از مبدا با دامنه‌ی کم

آغاز می‌شود و به مرور زمان با افزایش دامنه بین مقادیر $b_i - c_i$ و

$b_i + c_i$ به مثابه یک تابع سینوسی پایدار نوسان می‌نماید. با در نظر

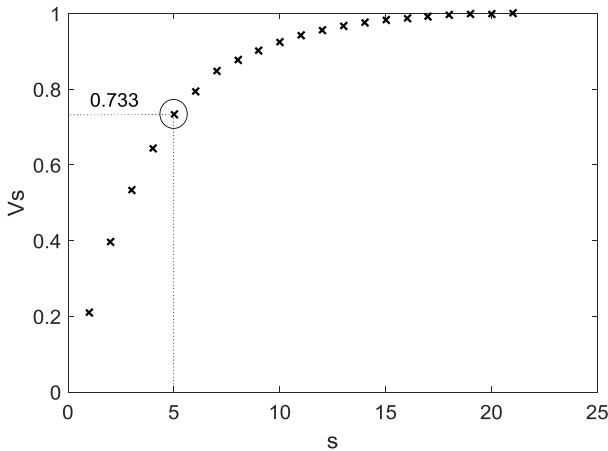
گرفتن محدودیت‌های مفاصل ربات روی مسیر مرجع، ضرایب b_i و

c_i به صورت زیر حاصل می‌شوند.

ستون اول ماتریس A_{21} باید برابر صفر باشد؛ یعنی به طور کلی اطلاعات زیر وجود دارد که باعث می‌شود تعداد پارامترها از ۲۷ به ۲۱ کاهش یابد.

$$b_{42} = b_{51}; b_{43} = b_{61}; b_{53} = b_{62}; a_{41} = a_{51} = a_{61} = 0 \quad (36)$$

که با بکارگیری رابطه حداقل مربعات (۱۱) پارامترهای مربوطه تخمین زده می‌شوند. هرچند تعداد پارامترها به ۲۱ عدد کاهش یافته است اما جهت تشکیل یک مدل چندوجهی در این فضای پارامتری نیاز به شناسایی 2^{21} عدد مدل به عنوان رئوس این چندوجهی می‌باشد که کاری بسیار سخت و تقریباً نشدنی است. بنابراین با بکارگیری تکنیک نگاشت مجموعه پارامترها بر مبنای PCA، فضای کوچکتری از مجموعه پارامترها جستجو می‌شود طوری که تقریب قابل قبولی از فضای اصلی باشد. مطابق با فرمول‌بندی مشروح در بخش ۲، با نرمال‌سازی داده‌ها و تجزیه به مقادیر تکین، از رابطه (۱۷) برای یافتن تقریب مناسب استفاده می‌شود. شکل (۴) نسبت تغییرات کلی v_s بر حسب s ، تعداد پارامترهای کاهش یافته، را نمایش می‌دهد. تعداد پارامترهای اصلی موردنیاز می‌تواند با استفاده از این شکل انتخاب شود. به عنوان مثال، با انتخاب تعداد پارامتر $s = 5$ بر اساس این شکل می‌توان دریافت که تقریباً ۷۳٫۳٪ از ویژگی داده‌ها حفظ می‌شود و می‌توان یک مدل چندوجهی کاهش یافته با تعداد $2^5 = 32$ راس معرفی نمود که بر اساس معادلات (۱۴) تا (۱۶) محاسبه می‌شوند.



شکل (۴): نسبت تغییرات کلی v_s بر حسب s

پس از مشخص نمودن سیستم‌های رئوس مدل چندوجهی کاهش یافته، با حل LMI‌های (۲۲) برای $\gamma = 1$ و با انتخاب $s = 5$ ماتریس بهره کنترل به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$K = \begin{bmatrix} 20269 & -10414 & -2498 & 1495 & -513 & -112 \\ -16834 & 28303 & -4701 & 147 & 1835 & -172 \\ -2610 & 1280 & 1782 & 83 & 95 & 186 \end{bmatrix} \quad (37)$$

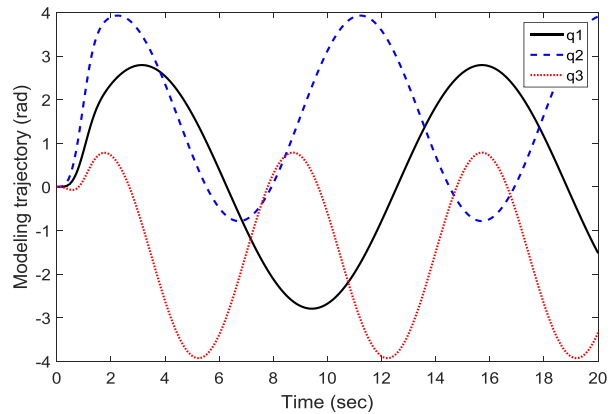
هرچند افزایش s در مدل LPV چندوجهی کاهش یافته علاوه بر کمک به افزایش دقت در تقریب سیستم غیرخطی می‌تواند موجب کاهش خطای تعقیب مسیر مفاصل شود، اما بایستی توجه نمود که در صورت بالا بودن درصد تقریب اولیه، افزایش s جز پیچیده‌تر کردن

$$b_1 = 0, c_1 = 160^\circ, \omega_1 = 0.5 \text{ rad/sec.}$$

$$b_2 = 90^\circ, c_2 = 135^\circ, \omega_2 = 0.7 \text{ rad/sec.} \quad (34)$$

$$b_3 = -90^\circ, c_3 = 135^\circ, \omega_3 = 0.9 \text{ rad/sec.}$$

شکل (۳) مسیر بالا را برای ۳ مفصل اول ربات در ۲۰ ثانیه‌ی اول نمایش می‌دهد. توجه کنید که برای اجتناب از پیچیدگی معادلات، مسیر (۳۳) برای سه مفصل اول در نظر گرفته شده است و برای مفاصل مچ مسیر صفر فرض شده است. در ضمن از آنجا که بیشترین تداخل عملکرد مفصل‌ها در سه محور اول صورت می‌گیرد، کنترل پیشنهادی فقط برای سه محور اول طراحی می‌شود ولی در نهایت به‌روزی ربات کامل یعنی شش درجه آزادی پیاده‌سازی می‌گردد.



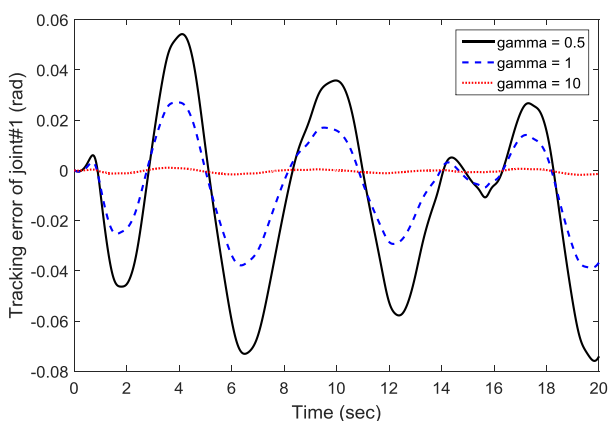
شکل (۳): مسیر مدل‌سازی

با پیاده‌سازی یک کنترل‌کننده معمولی (برای مثال یک کنترل‌کننده PD) برای مسیریفوق با زمان کلی ۵۰۰ ثانیه و زمان نمونه‌برداری ۱۰ میلی‌ثانیه داده لازم جهت شناسایی پارامترها در پنجره‌های زمانی ۵ ثانیه جمع‌آوری می‌گردد. تعداد پارامترهای سیستم مطابق با تقسیم‌بندی پارامترهای A و B برابر با ۲۷ پارامتر می‌باشد ($\theta \in \mathcal{R}^{27}$).

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{bmatrix}, \quad (35)$$

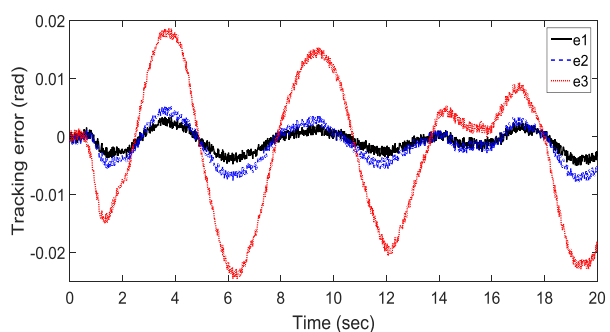
$$B(\theta) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} \\ b_{51} & b_{52} & b_{53} \\ b_{61} & b_{62} & b_{63} \end{bmatrix}$$

با توجه به برخی از خواص فیزیکی دینامیک ربات‌ها، ارتباطاتی بین پارامترها وجود دارد که می‌توان با بکارگیری آن‌ها از تعداد پارامترها کاست؛ به عنوان مثال تقارن ماتریس اینرسی که منجر به تقارن ماتریس B_2 می‌گردد. از طرفی با توجه به دینامیک ربات پوما که در [۵۵] آمده است با اجرای مشتقات جزئی نتیجه می‌شود که

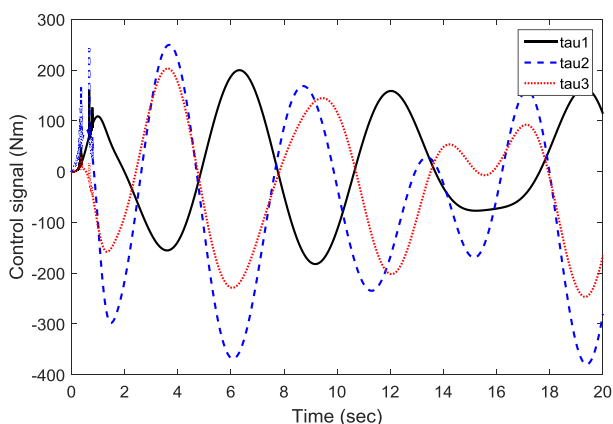


شکل (۷): خطای تعقیب مفصل اول برای سه مقدار مختلف γ

شکل (۸) خطای تعقیب را وقتی نویز اندازه‌گیری به طور یکنواخت و تصادفی با دامنه 0.001 به هر دو اندازه‌گیری زاویه و سرعت زاویه‌ای مفصل اعمال می‌شود، نمایش می‌دهد. همان‌طور که از این شکل برمی‌آید کنترل‌کننده با انتخاب $\gamma = 5$ عملکرد خوبی را برای سیستم نشان می‌دهد. ورودی‌های کنترلی نیز که در شکل (۹) نشان داده شده‌اند تغییرات نسبتاً قابل قبولی دارند.

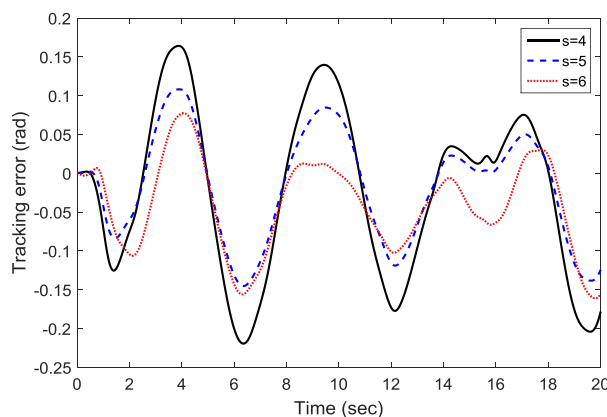


شکل (۸): خطای تعقیب سه مفصل اول در حضور نویز اندازه‌گیری با $\gamma = 5$



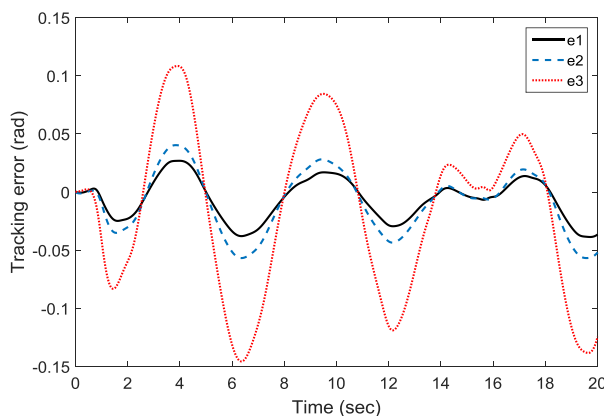
شکل (۹): سیگنال‌های کنترلی سه مفصل اول در حضور نویز اندازه‌گیری با $\gamma = 5$

مسئله و افزایش تعداد LMIها نتیجه‌ای در بر نخواهد داشت. در شکل (۵) این مفهوم با رسم خطای تقریب برای مفصل سوم ربات در سه حالت مختلف $s = 4$ ، $s = 5$ و $s = 6$ نشان داده شده است. مطابق نتایج شکل‌های (۴) و (۵) در همه شکل‌های بعدی و شبیه‌سازی‌های صورت گرفته، تعداد پارامترهای تقریب مبتنی بر این اصل که بین حفظ ویژگی‌های داده‌ها و ایجاد پیچیدگی محاسباتی و تقویت نویز مصالحه صورت گیرد $s = 5$ انتخاب شده است.

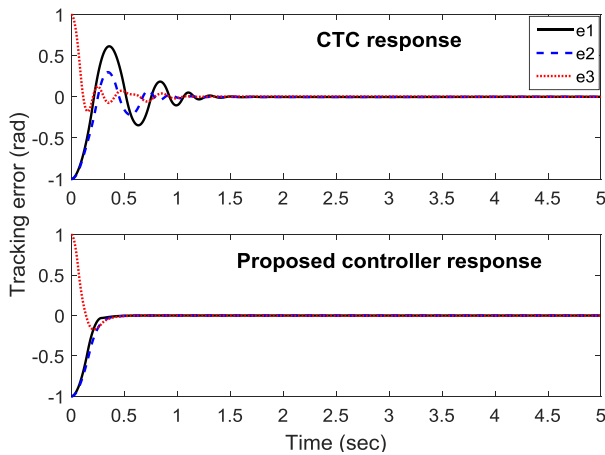


شکل (۵): مقایسه‌ی سیگنال‌های خطای تعقیب برای مفصل سوم به ازای سه مقدار مختلف s در حالت $\gamma = 1$

توجه داشته باشید که با افزایش γ خطای تعقیب می‌تواند به هر میزان مطلوبی کاهش یابد، البته در صورتی که LMIهای (۲۲) دارای پاسخ بوده و علاوه بر آن نیروهای کنترلی در محدوده قابل قبول باشند. شکل (۶) خطای تعقیب برای سه مفصل اول ربات با کنترل‌کننده به دست آمده (به ازای $\gamma = 1$) را نشان می‌دهد. مسیر مطلوب مطابق روابط (۳۳) و (۳۴) البته با فرکانس‌های دو برابر فرکانس‌های متناظر رابطه (۳۴) بوده و زمان کلی ۲۰ ثانیه است. مشاهده می‌شود که خطای تعقیب از 0.15 کم‌تر است، با این وجود این مقدار می‌تواند با افزایش γ کاهش یابد. شکل (۷) خطای تعقیب مفصل اول را برای چند مقدار مختلف γ نمایش می‌دهد. همان‌گونه که در این شکل نشان داده شده است با افزایش γ خطای تعقیب کاهش می‌یابد، اگرچه افزایش بیش‌تر γ اثرات نویز را تقویت می‌کند.



شکل (۶): خطای تعقیب سه مفصل اول برای $\gamma = 1$



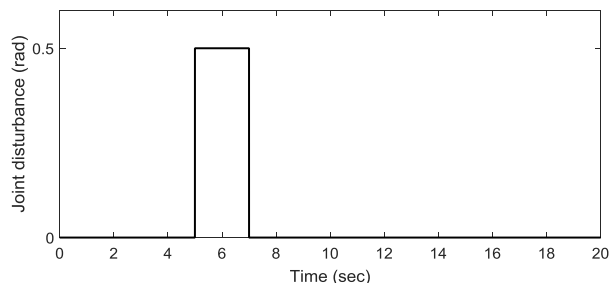
شکل (۱۲): مقایسه‌ی خطای تعقیب کنترل پیشنهادی با CTC تحت شرایط اولیه

مطابق این شکل خطای تعقیب با کنترل کننده پیشنهادی، کمترین بالازدگی یا پایین‌زدگی را دارد و در کمتر از ۰.۵ ثانیه تقریباً صفر می‌شود در حالی که این زمان برای CTC معمولی به نزدیک ۱.۵ ثانیه می‌رسد، ضمناً پاسخ آن بالازدگی‌های نامناسبی دارد. همان‌گونه که پیش‌تر به آن اشاره شد روش کنترل گشتاور محاسبه شده که بر مبنای خطی‌سازی فیدبک عمل می‌کند ممکن است منجر به کنترل بهتر پاسخ سیستم در شرایط معمول شود اما در حضور اغتشاش که در مورد فوق با شرایط اولیه مدل شده است، مدل دینامیکی سیستم تغییر کرده و از معادلات دینامیکی غیرخطی اولیه تبعیت نمی‌کند در نتیجه روش کنترلی ارائه شده مقاوم‌تر بوده و همان‌طور که از شکل (۱۲) پیداست کنترل کننده پیشنهادی پاسخ مناسب‌تری را ارائه می‌دهد.

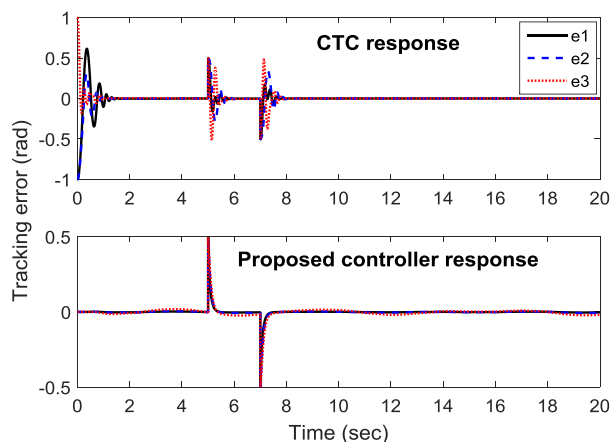
باید توجه نمود که پاسخ سیستم با اعمال کنترل کننده پیشنهادی به ازای $\gamma = 5$ به دست آمده است که با افزایش یا کاهش این پارامتر کیفیت پاسخ می‌تواند تغییر کند یعنی با کاهش این پارامتر پاسخ کندتر خواهد شد و افزایش آن منجر به پاسخ سریع‌تر خواهد شد که به علت تقویت نویز و مصرف بیش‌تر انرژی افزایش بیش از حد این پارامتر توصیه نمی‌شود. اما در مورد پاسخ کنترل کننده CTC معمول که از روش خطی‌سازی فیدبک استفاده می‌کند بهره‌های کنترل تناسبی و مشتقی مورد استفاده به ترتیب مقادیر ۱۰۰۰ و ۱۰ را اختیار کرده‌اند که با افزایش و کاهش حتی در مقیاس ده برابری این مقادیر پاسخ سیستم به ترتیب هیچ تغییری نکرده و به مراتب کندتر می‌شود، یعنی شکل فوق بهینه‌ترین پاسخ کنترل کننده CTC معمول برای ربات Puma560 است.

برای بررسی مقاوم بودن روش ارائه شده در برابر یک دینامیک مدل‌نشده این بار اصطکاک ربات را در شبیه‌سازی لحاظ می‌نماییم. مسیر اعمالی، زوایای اولیه، پارامتر کنترل کننده پیشنهادی $\gamma = 5$ و اندازه بهره‌های کنترل کننده تناسبی و مشتقی مورد استفاده در کنترل کننده CTC (به ترتیب مقادیر ۱۰۰۰ و ۱۰) مشابه اطلاعات

برای نمایش موثر بودن روش ارائه شده، روش CTC پیشنهادی در [۵۶] به بازو اعمال شده است. در موارد معمول وقتی دینامیک ربات معلوم است، CTC عملکرد خوبی نزدیک به کنترل کننده ارائه شده با $\gamma = 5$ دارد. با این وجود چون CTC یک طرح کنترلی مبتنی بر مدل است، ممکن است وقتی اغتشاش یا نامعینی رخ دهد عملکرد کنترلی آن خراب شود. برای این منظور دو خطا بررسی می‌شود. در حالت اول یک اغتشاش پالسی به عنوان خطای اندازه‌گیری در $t = 5(\text{sec})$ مشابه شکل (۱۰) به سه مفصل اول اعمال و بعد از ۲ ثانیه قطع می‌شود. خطای تعقیب با CTC در شکل (۱۱) نمایش داده شده و با خطای تعقیب کنترل کننده پیشنهادی مقایسه گردیده است؛ عملکرد خوب کنترل کننده پیشنهادی در این شکل مشهود است. در حالت دوم عملکرد کنترل کننده در برابر شرایط اولیه مفصل ارزیابی می‌شود. زاویه اولیه ۱- رادیان برای مفاصل ۱ و ۲، و ۱ رادیان برای مفصل سوم و مسیر جدید $y(t) = 12\left(\frac{t}{5}\right)^5 - 30\left(\frac{t}{5}\right)^4 + 20\left(\frac{t}{5}\right)^3$ برای مفاصل اول و دوم، و $-y(t)$ برای مفصل سوم در نظر گرفته می‌شود. خطای تعقیب که در شکل (۱۲) به نمایش درآمده پاسخ سریع و نرم کنترل کننده پیشنهادی را نشان می‌دهد.



شکل (۱۰): اغتشاش پالسی وارده به سه مفصل اول ربات



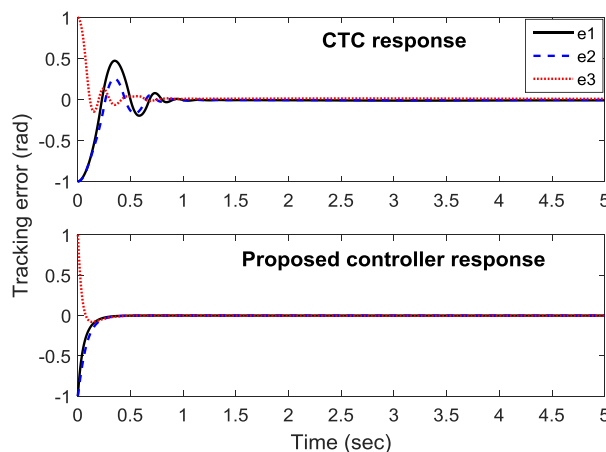
شکل (۱۱): مقایسه‌ی خطای کنترل پیشنهادی با CTC

چندوجهی اولیه مورد استفاده قرار گرفته است. سپس با استفاده از نگاشت مجموعه پارامترها مبتنی بر PCA، مدل LPV چندوجهی کاهش یافته تشکیل شده و به وسیله آن پیچیدگی پیاده‌سازی کاهش می‌یابد. اگرچه کنترل‌کننده‌های مبتنی بر مدل دینامیکی غیر خطی ربات مانند کنترل‌کننده CTC معمولی، ممکن است در شرایط عادی عملکرد بهتری را در مقایسه با کنترل‌کننده پیشنهادی ارائه دهند، اما در حضور اغتشاش و نامعینی مدل دینامیکی سیستم تغییر کرده و از مدل غیرخطی اولیه تبعیت نمی‌کند. در نتیجه کنترل مسیر ربات به وسیله CTC معمولی به عنوان یک طرح کنترلی مبتنی بر مدل نمی‌تواند عملکرد مناسبی را در حضور نامعینی‌ها و اغتشاش‌های ناشناخته وارد به سیستم ارائه دهد. بر خلاف طرح‌های کنترلی مبتنی بر مدل مانند CTC، در روش ارائه شده گشتاور مورد نیاز برای کنترل تعقیب، به جای مدل دینامیکی ربات مبتنی بر مدل LPV چندوجهی آن ایجاد می‌گردد. در قانون کنترلی پیشنهادی که شامل یک سیگنال فیدبک حالت به علاوه یک سیگنال گشتاور محاسبه شده است، ماتریس بهره کنترل به وسیله حل مجموعه‌ای از LMI ها حاصل می‌شود؛ در حالی که سیگنال گشتاور محاسبه شده، گشتاور تخمینی مورد نیاز برای تعقیب مسیر بر مبنای مدل LPV چندوجهی ربات است. دستاورد این مقاله آن است که گشتاور محاسبه شده ارائه شده یک تکنیک وابسته به مدل نیست، فلذا تغییرات مدل و دیگر اغتشاشات نمی‌توانند عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی را مختل کنند. علاوه بر این، هیچ بار محاسباتی قابل ملاحظه‌ای در طرح پیشنهادی وجود ندارد، زیرا بهره‌های کنترل از حل مجموعه‌ای از LMI ها به صورت برون خط و محاسبه گشتاور از حل معادله‌ای ساده بر مبنای مدل چندوجهی به صورت برخط حاصل می‌شوند. شرایط کافی برای تضمین پایداری مجانبی سیستم چندوجهی حلقه بسته به واسطه کنترل ارائه شده به دست آمده است. با افزایش پارامتر معرفی شده γ می‌توان خطای تعقیب مسیر ربات را کاهش داد؛ این موضوع تحت عنوان یک قضیه اثبات و با شبیه‌سازی تصدیق شد. با این وجود افزایش γ می‌تواند موجب تقویت نویز و مصرف بیش‌تر انرژی شود. بنابراین افزودن محدودیت‌های انرژی و مشخصه‌های عملکردی به کنترل‌کننده پیشنهادی برای تشکیل ساختار کنترلی چندمنظوره می‌تواند برای کارهای آتی مفید باشد.

مراجع

- [1] Y. Tong, L. Zhang, P. Shi, and C. Wang, "A common linear copositive Lyapunov function for switched positive linear systems with commutable subsystems," *Int. J. Syst. Sci.*, vol. 44, no. 11, pp. 1994–2003, 2013.
- [2] S. D. Ramos, A. da C. de J. Domingos, and E. V. Silva, "An algorithm to verify asymptotic stability conditions of a certain family of systems of differential equations," *Appl. Math. Sci.*, vol. 8, no. 31, pp. 1509–1520, 2014.
- [3] R. H. Ordóñez-Hurtado and M. a. Duarte-Mermoud, "Finding common quadratic Lyapunov functions for switched linear systems using particle swarm

مربوط به شکل (۱۲) در نظر گرفته شده‌اند و تنها تفاوت ایجاد شده نسبت به آن اعمال اصطکاک ربات در شبیه‌سازی است. شکل (۱۳) خطای تعقیب مسیر سه مفصل اول ربات را در این حالت و با استفاده از دو کنترل‌کننده CTC معمولی و کنترل‌کننده پیشنهادی نمایش می‌دهد.



شکل (۱۳): مقایسه خطای تعقیب کنترل‌کننده پیشنهادی با CTC تحت شرایط اولیه و با لحاظ کردن اصطکاک

با مقایسه دو شکل فوق می‌توان دریافت که پاسخ کنترل‌کننده پیشنهادی در زمان کم‌تر و با نوسانات کم‌تری نسبت به پاسخ کنترل‌کننده CTC معمولی به حالت پایدار می‌رسد. زمان شبیه‌سازی کنترل‌کننده پیشنهادی نیز با در نظر گرفتن اصطکاک به مراتب کوتاه‌تر است؛ این زمان با توجه به محاسبات پیچیده در روش CTC معمولی که با بهره‌گیری از روش کنترلی خطی‌سازی فیدبک عمل می‌کند در قیاس با زمانی که اصطکاک لحاظ نشود بسیار طولانی خواهد شد.

نکته قابل ذکر دیگر آن که افزودن اصطکاک به دینامیک سیستم در پاسخ هر دو روش منجر به درصد کمی خطای حالت دائمی شده است. خطای حالت دائمی روش کنترلی پیشنهادی برای مفصلی که بیشترین میزان از این خطا را دارد کمتر از ۰٫۲۵٪ و خطای حالت دائمی روش کنترل CTC معمولی برای مفصلی که بیشترین میزان از این خطا را دارد ۱٫۵٪ است که به وضوح خطای کم‌تر روش پیشنهادی را نشان می‌دهد. در نظر گرفتن مجموعه مشخصه‌های پاسخ گذرا و حالت دائمی مقاوم بودن روش پیشنهادی را در برابر دینامیک مدل نشده به نسبت روش کلاسیک غیرخطی CTC نشان می‌دهد.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روش طراحی کنترل گشتاور محاسبه شده جدید برای بازوهای ربات بر مبنای مدل LPV چندوجهی سیستم ارائه شده است. داده‌های مسیر مدل‌سازی با بکارگیری تئوری کمترین مربعات خطا برای شناسایی دینامیک سیستم و در نتیجه تولید مدل LPV

- [21] F. Piltan, R. Bayat, F. Aghayari, and B. Boroomand, "Design Error-Based Linear Model-Free Evaluation Performance Computed Torque Controller," *Int. J. Robot. Autom.*, vol. 3, no. 3, pp. 151–166, 2012.
- [22] F. Piltan, M. H. Yarmahmoudi, M. Shamsodini, E. Mazlomian, and A. Hosainpour, "PUMA-560 robot manipulator position computed torque control methods using MATLAB/SIMULINK and their integration into graduate nonlinear control and MATLAB courses," *Int. J. Robot. Autom.*, vol. 3, no. 3, pp. 167–191, 2012.
- [23] S. Gang et al., "Adaptive feed-forward compensation for hybrid control with acceleration time waveform replication on electro-hydraulic shaking table," *Control Eng. Pract.*, vol. 21, no. 8, pp. 1128–1142, 2013.
- [24] Q. C. Zhao and W. Ji, "Adaptive fuzzy control for a class of non-linear systems," *IMA J. Math. Control Inf.*, vol. 29, no. 4, pp. 573–592, 2012.
- [25] L. Li and F. C. Sun, "An adaptive tracking controller design for non-linear singularly perturbed systems using fuzzy singularly perturbed model," *IMA J. Math. Control Inf.*, vol. 26, no. 4, pp. 395–415, 2009.
- [26] Y. Chen, G. Ma, S. Lin, S. Ning, and J. Gao, "Computed-torque plus robust adaptive compensation control for robot manipulator with structured and unstructured uncertainties," *IMA J. Math. Control Inf.*, vol. 33, no. 1, pp. 37–52, 2016.
- [27] C. R. Kumar, K. R. Sudha, and D. V. Pushpalatha, "Design of Prisoner's dilemma based fuzzy logic computed torque controller with Lyapunov synthesis linguistic model for PUMA-560 robot manipulator," *J. Intell. Fuzzy Syst.*, vol. 31, no. 1, pp. 345–355, 2016.
- [28] R. Conway and R. Horowitz, "Guaranteed cost control for linear periodically time-varying systems with structured uncertainty and a generalized H2 objective," *Mechatronics*, vol. 20, no. 1, pp. 12–19, 2010.
- [29] A. Müller and T. Hufnagel, "Model-based control of redundantly actuated parallel manipulators in redundant coordinates," *Rob. Auton. Syst.*, vol. 60, no. 4, pp. 563–571, 2012.
- [30] A. Rahideh, A. H. Bajodah, and M. H. Shaheed, "Real time adaptive nonlinear model inversion control of a twin rotor MIMO system using neural networks," *Eng. Appl. Artif. Intell.*, vol. 25, no. 6, pp. 1289–1297, 2012.
- [31] J. Wu, K. Liu, and D. Han, "Adaptive sliding mode control for six-DOF relative motion of spacecraft with input constraint," *Acta Astronaut.*, vol. 87, pp. 64–76, 2013.
- [32] H. Dou and S. Wang, "Robust adaptive motion/force control for motion synchronization of multiple uncertain two-link manipulators," *Mech. Mach. Theory*, vol. 67, pp. 77–93, 2013.
- [33] Z. Song, J. Yi, D. Zhao, and X. Li, "A computed torque controller for uncertain robotic manipulator systems: Fuzzy approach," *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 154, no. 2, pp. 208–226, 2005.
- [34] M. Zhihong, X. H. Yut, K. Eshraghian, and M. Pdaniswamiz, "A robust adaptive sliding mode tracking control Using An RBF Neural Network for Robotic Manipulators," in *IEEE International Conference on Neural Networks*, 1995, pp. 2403–2408.
- [35] S. Mohan and S. Bhanot, "Comparative study of some new hybrid fuzzy algorithms for manipulator control," *J. Control Sci. Eng.*, pp. 1–10, 2007.
- [36] S. Han and J. M. Lee, "Decentralized neural network control for guaranteed tracking error constraint of a robot manipulator," *Int. J. Control. Autom. Syst.*, vol. 13, no. 4, pp. 906–915, 2015.
- optimisation," *Int. J. Control*, vol. 85, no. 1, pp. 12–25, 2012.
- [4] W. Xiang and J. Xiao, "Finite-time stability and stabilisation for switched linear systems," *Int. J. Syst. Sci.*, vol. 44, no. 2, pp. 384–400, 2013.
- [5] Y. Yang, C. Xiang, and T. H. Lee, "Sufficient and necessary conditions for the stability of second-order switched linear systems under arbitrary switching," *Int. J. Control*, vol. 85, no. 12, pp. 1977–1995, 2012.
- [6] C. Hoffmann and H. Werner, "A Survey of Linear Parameter-Varying Control Applications Validated by Experiments or High-Fidelity Simulations," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 23, no. 2, pp. 416–433, 2014.
- [7] J. S. Shamma, "An overview of LPV systems," in *Control of Linear Parameter Varying Systems with Applications*, J. Mohammadpour and C. W. Scherer, Eds. Springer US, pp. 3–26, 2012.
- [8] C. Hoffmann and H. Werner, "Complexity of implementation and synthesis in linear parameter-varying control," in *Proceedings of the 19th IFAC World Congress*, 2014, pp. 11749–11760.
- [9] C. Hoffmann, S. M. Hashemi, H. S. Abbas, and H. Werner, "Benchmark problem — nonlinear control of a 3-DOF robotic manipulator," in *Proceedings of the 52nd IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, 2013, pp. 5534–5539.
- [10] S. M. Hashemi, H. S. Abbas, and H. Werner, "Low-complexity linear parameter-varying modeling and control of a robotic manipulator," *Control Eng. Pract.*, vol. 20, no. 3, pp. 248–257, 2012.
- [11] M. B. Abolhasani Jabali and M. H. Kazemi, "A New Polytopic Modeling with Uncertain Vertices and Robust Control of Robot Manipulators," *J. Control. Autom. Electr. Syst.*, vol. 28, no. 3, pp. 349–357, 2017.
- [12] M. B. Abolhasani Jabali and M. H. Kazemi, "Uncertain Polytopic LPV Modelling of Robot Manipulators and Trajectory Tracking," *Int. J. Control. Autom. Electr. Syst.*, vol. 15, no. 2, pp. 883–891, 2017.
- [13] W. Xie, "Multi-objective H2/L2 performance controller synthesis for LPV systems," *Asian J. Control*, vol. 15, no. 5, pp. 1–9, 2013.
- [14] W. J. Rugh and J. S. Shamma, "Research on gain scheduling," *Automatica*, vol. 36, no. 10, pp. 1401–1425, 2000.
- [15] A. Walsh and J. R. Forbes, "Very Strictly Passive Controller Synthesis with Affine Parameter Dependence," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. PP, no. 99, pp. 1–8, 2017.
- [16] S. Wang, H. Pfifer, and P. Seiler, "Robust synthesis for linear parameter varying systems using integral quadratic constraints," *Automatica*, vol. 68, pp. 111–118, 2016.
- [17] J. Xie and J. Zhao, "Model reference adaptive control for switched LPV systems and its application," *IET Control Theory Appl.*, vol. 10, no. 17, pp. 2204–2212, 2016.
- [18] A. A. Abdullah, "Robust model reference control of linear parameter-varying systems with disturbances," *IET Control Theory Appl.*, vol. 12, no. 1, pp. 45–52, 2017.
- [19] W. Peng, Z. Lin, and J. Su, "Computed torque control-based composite nonlinear feedback controller for robot manipulators with bounded torques," *IET Control Theory Appl.*, vol. 3, no. 6, pp. 701–711, 2009.
- [20] F. Piltan, M. Mirzaei, F. Shahriari, I. Nazari, and S. Emamzadeh, "Design Baseline Computed Torque Controller," *Int. J. Eng. Sci.*, vol. 6, no. 3, pp. 129–141, 2012.

[55] B. Armstrong, O. Khatib, and J. Burdick, "The explicit dynamic model and inertial parameters of the PUMA 560 arm," in 1986 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1986, vol. 3, pp. 510–518.

[56] P. Corke, *Robotics, Vision and Control: Fundamental Algorithms in MATLAB: Fundamental Algorithms in MATLAB*. Berlin Heidelberg: Springer Science & Business Media. 2011.

[37] L. Jin, S. Li, J. Yu, and J. He, "Robot manipulator control using neural networks: A survey," *Neurocomputing*, vol. 285, pp. 1–12, 2018.

[38] W. He, D. O. Amoateng, C. Yang, and D. Gong, "Adaptive neural network control of a robotic manipulator with unknown backlash-like hysteresis," *IET Control Theory Appl.*, vol. 11, no. 4, pp. 567–575, 2017.

[39] I. T. T. Jolliffe, *Principal Component Analysis, Second Edition*, New York: Springer Science & Business Media. 2002.

[40] K. M. Dogan, E. Tatlicioglu, E. Zergeroglu, and K. Cetin, "Learning Control of Robot Manipulators in Task Space," *Asian J. Control*, vol. 20, no. 1, pp. 1–11, 2018.

[41] J. Yang, H. Su, Z. Li, D. Ao, and R. Song, "Adaptive Control with a Fuzzy Tuner for Cable-based Rehabilitation Robot," *Int. J. Control. Autom. Syst.*, vol. 14, no. 3, pp. 865–875, 2016.

[42] S. W. Wijesoma and R. J. Richards, "Robust trajectory following of robots using computed torque structure with VSS," *Int. J. Control*, vol. 52, no. 4, pp. 935–962, 2007.

[43] H. S. Ali, L. Boutat-Baddas, Y. Becis-Aubry, and M. Darouach, "H-infinity control of a SCARA robot using polytopic LPV approach," in 14th Mediterranean Conference on Control and Automation, 2006, pp. 1–5.

[44] S. M. Ahmadi and M. M. Fateh, "Task-space control of robots using an adaptive Taylor series uncertainty estimator," *Int. J. Control*, pp. 1–11, 2018.

[45] E. Sariyildiz, H. Sekiguchi, T. Nozaki, B. Ugurlu, and K. Ohnishi, "A Stability Analysis for the Acceleration-based Robust Position Control of Robot Manipulators via Disturbance Observer," *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 23, no. 5, pp. 2369–2378, 2018.

[46] S. Jung, "Improvement of Tracking Control of a Sliding Mode Controller for Robot Manipulators by a Neural Network," *Int. J. Control. Autom. Syst.*, vol. 16, no. 2, pp. 937–943, 2018.

[47] B. Xiao and S. Yin, "Exponential Tracking Control of Robotic Manipulators with Uncertain Dynamics and Kinematics," *IEEE Trans. Ind. Informatics*, vol. 15, no. 2, pp. 689–698, 2018.

[48] رضایی، علیرضا، راعی، ابوالقاسم اسدالله، نادى، ابوالفضل و شیرى قیدارى، سعید. "بهبود یادگیری رفتار روبات سیار دارای خطا در سنسورهای آن با استفاده از شبکه بیزین" *مجله مهندسی برق و الکترونیک ایران*، دوره: ۸، شماره: ۱، ص: ۱۰-۱۳۹۰.

[49] M. Dehghani, S. K. Y. Nikraves, and M. Karrari, "Decentralized Robust Power System Stabilizer Design," *Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers*, vol. 4, no. 1, pp. 36–43, 2007.

[50] A. Kwiatkowski and H. Werner, "PCA-Based Parameter Set Mappings for LPV Models With Fewer Parameters and Less Overbounding," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 16, no. 4, pp. 781–788, 2008.

[51] M. B. A. Jabali and M. H. Kazemi, "A new LPV modeling approach using PCA-based parameter set mapping to design a PSS," *J. Adv. Res.*, vol. 8, no. 1, pp. 23–32, 2017.

[52] M. W. Spong, S. Hutchinson, and M. Vidyasagar, *Robot Modeling and Control*, USA: John Wiley & Sons, INC. 2006.

[53] K. Kozlowski, *Robot motion and control, Recent developments*, London, UK: Springer-Verlag. 2006.

[54] P. I. Corke, "A robotics toolbox for MATLAB," *IEEE Robotics and Automation Magazine*, vol. 3, no. 1, pp. 24–32, 1996.

زیر نویس ها

- ¹Computed Torque
- ²Linear Parameter Varying
- ³Polytopic
- ⁴Least Square
- ⁵Parameter Set Mapping
- ⁶Parameter Component Analysis
- ⁷Linear Matrix Inequality
- ⁸Asymptotic Stability
- ⁹Uncertainty
- ¹⁰Linear Fractional Transformation
- ¹¹Gridding
- ¹²Linearization Scheduling
- ¹³Integral Quadratic Constraints
- ¹⁴Computed Torque Control
- ¹⁵Non-linear Coupled Dynamic Model
- ¹⁶Intelligent Approximators
- ¹⁷Disturbance Observers
- ¹⁸Sliding Mode Control
- ¹⁹Offline
- ²⁰Online
- ²¹Actuator Joint Torques
- ²²Symmetrical Positive Definite Inertia Matrix
- ²³Centrifugal Torques
- ²⁴Coriolis
- ²⁵Taylor Series
- ²⁶Jacobian Matrices
- ²⁷Compact Set
- ²⁸Scheduling Parameters
- ²⁹Non-singular
- ³⁰Torque Disturbance