

# کنترل چهار پره با بار آویزان به وسیله کنترل کننده مدل داخلی و شکل دهی ورودی جهت کاهش نوسانات بار

سید علیرضا یوسفی<sup>۱</sup> دکتر محمد حسین کاظمی<sup>۲</sup>

۱- دانش آموخته کارشناسی ارشد- دانشکده مهندسی برق-دانشگاه شاهد-تهران-ایران

[Alirezayosefi7@gmail.com](mailto:Alirezayosefi7@gmail.com)

۲- دانشیار- دانشکده مهندسی برق-دانشگاه شاهد-تهران-ایران

[kazemi@shahed.ac.ir](mailto:kazemi@shahed.ac.ir)

**چکیده:** در این مقاله، به بررسی عملکرد کنترل کننده مدل داخلی بر رفتار چهارپره با بار آویزان پرداخته می شود، که با توجه به ناپایداری های ذاتی خود چهارپره و خطرات و ناپایداری هایی که در اثر نوسانات جرم آویزان ممکن است ایجاد شود، استفاده از روشی به منظور پایدارسازی و اطمینان از عملکرد ایمن پرنده مهم و ضروری می باشد. کنترل کننده پیشنهادی در این مقاله، کنترل وضعیت و موقعیت چهارپره و حفظ پایداری کلی سیستم در برابر اغتشاشات و همچنین مقاومت در برابر نوسانات بار آویزان را بر عهده دارد. کنترل مدل داخلی یک کنترل کننده مقاوم مبتنی بر مدل است که در روش طراحی آن به صورت مستقیم از مدل نامی سیستم و معکوس تقریبی آن استفاده می شود. در صورت ناسره بودن معکوس مدل نامی، از یک فیلتر نیز در طراحی استفاده می شود. جبران ساز استفاده شده برای کنترل سامانه تنها از یک پارامتر کنترل بهره می برد که دلیل سادگی طراحی این کنترل کننده نیز است. مدل نامی مورد نیاز جهت استفاده در ساختار کنترل کننده مدل داخلی از روش مدل سازی خطی پارامتر متغیر بدست می آید. همچنین به منظور کاهش نوسانات بار آویزان از تکنیک شکل دهی ورودی استفاده شده است که نتایج شبیه سازی نمایانگر عملکرد مناسب کنترل کننده در حفظ وضعیت و موقعیت چهارپره و کاهش نوسانات بار آویزان در طول پیمایش مسیر می باشد.

**واژه های کلیدی:** بار آویزان، چهارپره، کنترل مدل داخلی، سیستم خطی پارامتر متغیر، شکل دهی ورودی

**نوع مقاله:** پژوهشی

**DOI: 10.52547/jiaeee.19.3.215**

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۹/۹/۳

تاریخ پذیرش مشروط مقاله: ۱۴۰۰/۱۱/۲۵

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۱/۱۶

نام نویسنده ی مسئول: دکتر محمد حسین کاظمی

نشانی نویسنده ی مسئول: ایران - تهران - دانشگاه شاهد - دانشکده ی فنی

## ۱- مقدمه

در سال‌های اخیر تقاضاهای استفاده از هواپیماهای بدون سرنشین در زمینه‌های تجاری زیاد شده است [۱]، [۲]. به دلیل نیاز به جابه‌جایی هوایی محموله‌های مختلف به مناطق گوناگون مانند مناطق کوهستانی، مسأله حمل بار توسط وسایل هوایی مانند هواپیماها، بالگردها و وسایل نقلیه هوایی بدون سرنشین، بسیار مورد توجه قرار گرفته است.

با آویزان کردن بار به پرنده می‌توان از آن به عنوان یک جرثقیل هوایی نیز استفاده کرد. جرثقیل هوایی وسیله‌ای بسیار کارآمد می‌باشد که برای وصل کردن دکل‌های برق، نجات افراد از مناطق خطرناک و غیره، از این روش استفاده می‌شود. با این وجود پرواز با بار آویزان می‌تواند یک عامل چالش برانگیز و گاهی اوقات بسیار خطرناک باشد، زیرا این بار آویزان بر مشخصه‌های پروازی پرنده به طور قابل ملاحظه تأثیر می‌گذارد. بار آویزان همانند یک آونگ عمل می‌کند که دقت انتقال بار را مشکل می‌کند. در واقع مشکل وقتی ایجاد می‌شود که پرنده نتواند در مقابل نوسانات ناشی از بار، پایداری خود را حفظ کند. در این حالت کنترل سامانه دشوارتر خواهد بود و نیاز به کنترل‌کننده‌هایی که بتوانند پرنده را با وضعیت به وجود آمده و نوسان‌های منتقل شده به آن پایدار نگه دارد ضروری می‌باشد.

حمل بار توسط چهارپره‌ها در مطالعات و مقالات بسیاری مورد توجه قرار گرفته است. در برخی از این مطالعات هدف حفظ پایداری و کنترل خود پرنده و تفاوت در نوع اتصال بار به پرنده (ها) می‌باشد. در برخی مطالعات معمولاً حذف یا کاهش نوسان‌های بار در حین حرکت پرنده مورد توجه قرار گرفته است و در برخی دیگر از مطالعات هدف کنترل مسیر بار است [۳].

در [۴]، کنترل موقعیت و وضعیت چهارپره که دارای یک بار آویزان است مورد مطالعه قرار گرفته است. همچنین، برای جلوگیری از نوسانات بار در حین حرکت چهارپره، از روش شکل دهی برای بدست آوردن مسیر مطلوب چهارپره استفاده شده است. تحقیقات [۵]، [۶] در زمینه پایداری و کنترل چهارپره با بار آویزان از طریق یک طناب فولادی انعطاف پذیر است. در این مطالعات، طناب فولادی به صورت تعداد دلخواهی رابط صلب مدل سازی شده است. کنترل‌کننده طراحی شده، چهارپره را به صورت مجانبی پایدار می‌کند و همزمان رابط‌های صلب را در راستای قائم مرتب می‌کند تا نوسانات بار از بین برود. در تحقیقی دیگر [۷]، با استفاده از یک الگوریتم کنترل بهینه تکراری، کنترل‌کننده و تولید مسیر برای چهارپره ارائه شده است. سپس در آزمایشگاه، چهارپره‌ای که دارای یک بار آویزان است با بکارگیری استراتژی کنترلی ارائه شده توانسته است با انجام مانور تند و تیز از داخل پنجره‌ای که ارتفاع آن برای عبور قائم بار کوتاه است، بگذرد. همچنین، در آزمایشی دیگر چهارپره با دو روتور معیوب توانسته است خود را به مقصد برساند. کنترل پیشنهادی در [۸]، امکان کنترل

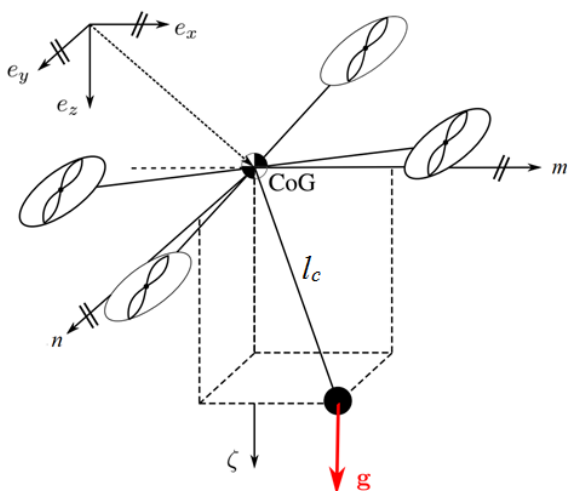
موقعیت و جهت گیری جسم، کنترل زاویه سمت چهارپره‌ها و کنترل جهت‌گیری هر یک از طناب‌های فولادی فرآهم می‌شود و پایداری سیستم حلقه بسته را از طریق تئوری پایداری لیاپانوف به اثبات می‌رساند. در [۹]، یک کنترل‌کننده تطبیقی ارتفاع و جهت‌گیری برای چهارپره با بار آویزان ارائه شده است. شبیه‌سازی‌های انجام شده، توانایی این الگوریتم را در کنترل چهارپره در حضور نوسانات بار نشان می‌دهد. در [۱۰] نیز کنترل‌کننده‌ای برای ردیابی مسیر توسط چهارپره با بار آویزان طراحی شده است. بار به صورت یک جرم نقطه‌ای که توسط طناب فولادی با طول ثابت به چهارپره متصل است در نظر گرفته شده است. هم‌چنین، اغتشاش ورودی ثابتی بر روی تراست چهارپره در نظر گرفته شده است و با طراحی یک تخمین‌گر اغتشاش ردیابی مجانبی مسیر تضمین می‌شود. علاوه بر این، کنترل‌کننده طراحی شده کشیده ماندن طناب فولادی را نیز تضمین می‌کند.

برای انتقال بار توسط چهارپره در محیط‌هایی با موانع ثابت و برای جلوگیری از نوسان بار، از هوش مصنوعی و روش یادگیری تقویتی نیز استفاده می‌شود [۱۱]. حرکت بار معلق، دینامیک چندپره را تحت تأثیر قرار می‌دهد، که بایستی به شکلی مناسب توسط کنترل‌کننده مهار شود. در [۱۲] یک کنترل‌کننده غیر خطی ردیابی بر اساس روش پسگام ارائه شده است که علاوه بر کاهش اثر نوسان بار، اختلال ناشناخته ثابت باد را نیز جبران می‌کند. برای کاهش حرکت نوسانی بار معلق، یک مسیر نامی بدون نوسان از طریق فیلترهای شکل دهی حلقه باز تولید می‌شود، سپس برای رسیدن به استحکام از رویکرد بازخورد تأخیری با استفاده از اندازه‌گیری زاویه انحراف بار استفاده می‌شود.

هدف از انجام این تحقیق بررسی عملکرد کنترل‌کننده مدل داخلی بر رفتار یک پرنده بدون سرنشین عمود پرواز چهارپره با بار آویزان است تا علاوه بر حفظ پایداری، نوسانات بار در هنگام جابه‌جایی را نیز کاهش دهد. از این رو در روند مدل‌سازی سیستم و به منظور خطی‌سازی معادلات از یک سیستم خطی پارامتر متغیر (LPV) استفاده شده است. با استفاده از این روش می‌توان برخی از پارامترهای متغیر با زمان را به صورت پارامتری در مدل فضای حالت سیستم اضافه کرد تا مدل سیستم به ظاهر خطی ولی در اصل رفتارش به مدل غیرخطی نزدیک باشد.

اساس طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی در این مقاله بر پایه مقابله با عدم قطعیت‌های موجود در سیستم می‌باشد و کنترل‌کننده نهایی با ایجاد مصالحه‌ای بین عملکرد و مقاوم بودنش طراحی خواهد شد. چنین ساختاری دارای مزیت‌های مختلف در طراحی و پیاده‌سازی می‌باشد. نوآوری این مقاله را می‌توان در تلفیق مدل‌سازی LPV با یک کنترل‌کننده پیش‌خور بر اساس شکل دهی به ورودی برای کاهش نوسانات بار آویزان، خلاصه کرد. به عبارت دیگر از رویکرد کنترل مدل داخلی مبتنی بر LPV با تخمین و اندازه‌گیری حالت‌های سیستم، ارتعاشات و نوسانات سیستم، کاهش داده می‌شود، و با

- (۱) ساختار چهارپره و پرها صلب و متقارن می‌باشد؛
- (۲) نیروهای رانش<sup>۱</sup> و پسا<sup>۲</sup> با مربع سرعت پیشران<sup>۳</sup> تناسب دارند؛
- (۳) مرکز جرم و مبدا دستگاه متصل به چهارپره بر هم منطبق هستند.
- (۴) اثرات آیرودینامیکی وجود ندارد.
- (۵) رابط بار، بدون وزن و بدون انعطاف در نظر گرفته می‌شود و به مرکز ثقل چهارپره (CoG) متصل است.
- (۶) بار سنگین است، یعنی اثر نیروهای بار بر دینامیک چهارپره قابل چشم‌پوشی نیست.



شکل (۱): شماتیک بار معلق متصل به چهارپره و دستگاه‌های مختصاتی بار و اینرسی [۱۵]

موقعیت خطی  $(x, y, z)$  چهارپره در دستگاه اینرسی با بردار  $\xi$  تعریف می‌شود. وضعیت چهارپره یا همان موقعیت زاویه‌ای در دستگاه اینرسی به وسیله زوایای اویلر  $(\phi, \theta, \psi)$  با بردار  $\eta$  تعریف می‌شود. محورهای مختصات حرکت بار نیز با محورهای مختصات موقعیت چهارپره در دستگاه اینرسی در یک راستا بر هم منطبق هستند ( $m$  حرکت بار در امتداد محور  $x$ ،  $n$  حرکت بار در امتداد محور  $y$ ).  $Z$  موقعیت بار را نسبت به محور  $z$  چهارپره نشان می‌دهند.

$$\xi = [x \ y \ z]^T \text{ و } \eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T$$

توصیف ریاضی دینامیک چهارپره با حل معادلات نیوتن-اویلر در دستگاه اینرسی بدست می‌آید.

بکارگیری روش شکل دهی ورودی با تغییر فرمان‌های عملگرها کاهش نوسانات بار معلق مد نظر است. عملکرد روش‌های پس‌خور اغلب با افزودن یک کنترل‌کننده پیش‌خور قابل بهبود می‌باشد. در ضمن جبران‌گرهای پیش‌خور تا حد زیادی پیچیدگی‌های کنترل‌کننده‌های پس‌خور را برای رسیدن به وضعیت مطلوب کاهش می‌دهند.

شکل‌دهی ورودی یک روش کنترلی برای کاهش نوسانات سیستم‌های انعطاف‌پذیر است که در این روش فرمان ورودی با ضرب شدن در یک سری سیگنال‌های ضربه متوالی که شکل‌دهنده ورودی نامیده می‌شوند، اصلاح می‌شود، به طوری که اگر فرمان ورودی اصلاح شده یا شکل‌دهی شده به سیستم ارتعاشی اعمال شود پاسخ سیستم ارتعاشات کمتری نسبت به فرمان اصلاح نشده خواهد داشت. روش شکل دهی ورودی به اندازه‌گیری برخط حالت‌های سیستم برای طراحی سری سیگنال‌های ضربه مذکور نیاز ندارد.

در این مقاله، در گام نخست مدل دینامیکی چهارپره با استفاده از معادلات نیوتن-اویلر معرفی می‌گردد [۱۳]، [۱۴]، سپس مدل دینامیکی بار آویزان را بدست آورده [۱۵]، [۱۶] و تاثیر نیروهای بار که از طریق یک طناب فولادی به چهارپره منتقل می‌شود، با معادلات حرکت چهارپره ترکیب می‌شوند. در بخش سوم از مدل‌سازی خطی پارامتر متغیر (LPV)، [۱۷]–[۱۹]، به منظور نمایش خطی معادلات غیرخطی سیستم ولی با پارامترهای متغیر استفاده شده است. این تکنیک در روبات‌های بازو نیز بکار گرفته شده است [۲۰]. در بخش چهارم الگوریتم کنترلی مدل داخلی [۱۸]، [۱۹] برای پایداری وضعیت پرند و ردگیری مسیر دلخواه بکار گرفته شده است، و در انتها از یک کنترل‌کننده مجزا به عنوان کنترل‌کننده پیش‌خور شکل دهی ورودی [۴]، [۱۲] جهت کاهش نوسانات بار استفاده شده است. در بخش پنجم نتایج شبیه‌سازی در مسیرهای پروازی مختلف ارائه شده است و عملکرد و پایداری مقاوم کنترل‌کننده طراحی شده در برابر اغتشاشاتی که ممکن است به سیستم وارد شوند مثل باد و همچنین در برابر خطاهای مدل‌سازی و عدم قطعیت‌های پارامتری سیستم به ویژه بار آویزان بررسی شده است.

## ۲- مدل‌سازی

حرکت یک جسم صلب با شش درجه آزادی معمولاً با دو دستگاه بدنه و ثابت تعریف می‌شود. دستگاه بدنه (B) منطبق بر مرکز ثقل چهارپره است و دستگاه ثابت یا اینرسی (I) که در نقطه‌ای خاص روی سطح زمین ثابت است برای بیان حرکت چهارپره در سامانه مختصات جهانی است. برای بررسی اثر بار معلق بر دینامیک چهارپره، باید مدل ریاضی چهار پره با بار معلق را نیز بدست آورد.

بدین منظور، مطابق با شکل (۱) بار همانند یک آونگ در نظر گرفته می‌شود که شامل یک گوی کروی شکل به وزن  $m_l$  است که توسط رابطی به طول  $l_c$  از مرکز گوی به مرکز ثقل چهارپره متصل است. فرضیات زیر برای مدل‌سازی چهارپره و بار در نظر گرفته می‌شود.

پارامترها به عنوان اطلاعات مفید برای طراحی بهره کنترل کننده مورد استفاده قرار می گیرد و بهره کنترل کننده با توجه به مقادیر پارامترها تغییر می کند.

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -\frac{S_\theta C_\phi}{m_q + m_l} U_1 - \frac{m_l}{m_q + m_l} \ddot{m} \\ \ddot{y} &= \frac{S_\phi}{m_q + m_l} U_1 - \frac{m_l}{m_q + m_l} \ddot{n} \\ \ddot{z} &= -\frac{C_\theta C_\phi}{m_q + m_l} U_1 + \frac{m_l}{m_q + m_l} \frac{\ddot{m}m + \dot{m}^2 + \ddot{n}n + \dot{n}^2}{\zeta} \\ &\quad + \frac{m_l}{m_q + m_l} \frac{(\dot{m}m + \dot{n}n)^2}{\zeta^3} + \frac{m_l g \frac{\zeta}{l_c}}{m_q + m_l} + \frac{m_q g}{m_q + m_l} \\ \ddot{m} &= \frac{1}{(n^2 - l_c^2)\zeta^2} (\zeta^4 \ddot{x} - m\zeta^3 \ddot{z} + mn\zeta^2 \ddot{n} + \\ &\quad (ml_c^2 - mn^2)\dot{m}^2 + (ml_c^2 - m^3)\dot{n}^2 + 2\dot{m}\dot{n}m^2n + mg\zeta^3) \\ \ddot{n} &= \frac{1}{(m^2 - l_c^2)\zeta^2} (\zeta^4 \ddot{y} - n\zeta^3 \ddot{z} + mn\zeta^2 \ddot{m} + \\ &\quad (nl_c^2 - nm^2)\dot{n}^2 + (nl_c^2 - n^3)\dot{m}^2 + 2\dot{m}\dot{n}n^2m + ng\zeta^3) \end{aligned} \quad (3)$$

مزیت این کلاس از سیستمها این است که غیرخطی گریهای سیستم را به عنوان پارامترهای متغیر در نظر می گیرد که باعث می شود سیستم غیرخطی به یک سیستم خطی با پارامتر متغیر تبدیل شود. نکته مهمی که در این زمینه باید مورد توجه قرار گیرد، این است که اساسا ارایه مدل LPV یک سیستم غیر خطی زمان پیوسته کار ساده ای نیست. به همین جهت در مراجع بررسی شده ابتدا معادلات حرکت، خطی و ناهمگیر<sup>۷</sup> می شوند، سپس برای مدل سازی LPV اقدام می شود. این مقاله به دنبال استخراج مدل LPV برای چهارپره می باشد. در این راستا تلاش می شود مدل LPV به دست آمده نسبت به کارهای انجام شده قبلی، در حوزه همگیر<sup>۸</sup> شدن کانالها و تاثیر کمیتها ارتقا داده شود.

### ۳-۱- محاسبه تابع تبدیل چهارپره به روش شبه LPV

در این بخش مطابق با [۱۹] از روش شبه LPV که در [۲۲] توضیح داده شده است، برای تبدیل مدل غیرخطی چهارپره که در معادلات (۱) و (۳) نشان داده شده است، به مدل خطی استفاده می شود. یک سیستم خطی پارامتر متغیر زمان-پیوسته بصورت کلی با معادله زیر تعریف می شود.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(\rho(t))x + B(\rho(t))u \\ y &= C(\rho(t))x + D(\rho(t))u \end{aligned} \quad (4)$$

در اینجا پارامتر متغیر با زمان،  $\rho(t)$  است.

$$\rho(t) = [\rho_1(t) \ \rho_2(t) \ \dots \ \rho_n(t)]^T$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -(C_\psi S_\theta C_\phi + S_\psi S_\phi) \frac{U_1}{m_q} \\ \dot{y} &= -(S_\psi S_\theta C_\phi - C_\psi S_\phi) \frac{U_1}{m_q} \\ \ddot{z} &= g - (C_\theta C_\phi) \frac{U_1}{m_q} \\ \ddot{\phi} &= \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{I_r}{I_{xx}} \dot{\theta} \omega_r + \frac{U_2}{I_{xx}} \\ \ddot{\theta} &= \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \dot{\phi} \dot{\psi} + \frac{I_r}{I_{yy}} \dot{\phi} \omega_r + \frac{U_3}{I_{yy}} \\ \ddot{\psi} &= \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \dot{\phi} \dot{\theta} + \frac{U_4}{I_{zz}} \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن  $C_x = \cos(x)$ ،  $S_x = \sin(x)$ ، سرعت زاویه ای الکتروموتور  $\dot{\theta}$  برابر است با  $\omega_i$ ،  $k$  ضرب ثابت نیروی برا<sup>۴</sup>،  $b$  ضریب ثابت نیروی پسا و ممان اینرسی<sup>۵</sup> هر الکتروموتور  $I_r$  است.  $L$  فاصله ی بین الکتروموتور تا مرکز ثقل چهارپره است.  $M_q$  وزن چهارپره،  $g$  گرانش زمین و  $I_{zz}$  و  $I_{yy}$ ،  $I_{xx}$  ممان اینرسی بدنه حول هر محور است. از آنجا که بار به مرکز ثقل چهارپره متصل است، بار فقط در حرکت های انتقالی چهارپره تاثیر می گذارد و تاثیری در حرکت های دورانی ندارد و فقط باعث افزایش و یا کاهش شتاب در محورهای  $x$ ،  $y$  و  $z$  می شود. ترکیب معادلات دینامیکی موقعیت چهارپره و بار معلق به صورت معادله (۳) نوشته می شود.

که در آن ورودی های کنترل برابر است با:

$$\begin{aligned} U_1 &= T_B = k(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ U_2 &= \tau_\phi = kL(-\omega_2^2 + \omega_4^2) \\ U_3 &= \tau_\theta = kL(-\omega_1^2 + \omega_3^2) \\ U_4 &= \tau_\psi = b(-\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ \omega_r &= \omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4 \end{aligned} \quad (2)$$

### ۳-۲ خطی سازی معادلات دینامیکی به روش LPV

سیستم های LPV برای اولین بار در سال ۱۹۸۸ در رساله دکتری آقای شام<sup>۶</sup> برای تحلیل و طراحی سیستماتیک کنترل کننده های جدول بندی بهره معرفی شدند [۲۱]. سیستم های LPV سیستم های خطی هستند که که برخی از پارامترهای آن تابع یک متغیر  $\rho(t)$  هستند. محدوده ی تغییرات بردار پارامترهای متغیر با زمان از پیش مشخص و محدود است ولی مقدار لحظه ای آنها نامشخص است و به صورت برخط اندازه گیری می شود. در سیستم LPV، یک رابطه علی بین مقادیر پارامترهای متغیر با زمان  $\rho(t)$  و سیستم به طراح اجازه می دهد تا وابستگی دینامیکی کنترل کننده را به تغییر مشخصه های سیستم محدود کند. در بسیاری از مواقع مقادیر اندازه گیری شده

$$b_{21} = \begin{bmatrix} -\frac{(C_\psi S_\theta C_\phi + S_\psi S_\phi)}{m_q} \\ \frac{(S_\psi S_\theta C_\phi - C_\psi S_\phi)}{m_q} \\ -\frac{(C_\theta C_\phi)}{m_q} \end{bmatrix}, b_{42} = \begin{bmatrix} \frac{1}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_{zz}} \end{bmatrix}$$

$$a_{23} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, a_{55} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\psi} - \frac{I_r}{I_{xx}} \omega_r & 0 \\ \dot{\psi} + \frac{I_r}{I_{yy}} \omega_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

با حل رابطه  $G(s) = C(SI - A)^{-1}B + D$  تابع تبدیل چهارپره بدست می‌آید.

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{(C_\psi S_\theta C_\phi + S_\psi S_\phi)}{m_q s^2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{(S_\psi S_\theta C_\phi - C_\psi S_\phi)}{m_q s^2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{(C_\theta C_\phi)}{m_q s^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{I_{yy}}{M} & \frac{-I_r \omega_r + I_{xx} \dot{\psi}}{sM} & 0 \\ 0 & \frac{I_r \omega_r + I_{yy} \dot{\psi}}{sM} & \frac{I_{xx}}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{zz} s^2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

که پارامتر  $M$  به صورت زیر می‌باشد.

$$M = I_r^2 \omega_r^2 + I_{xx} I_{yy} \dot{\psi}^2 + I_{xx} I_{yy} s^2 + I_{xx} I_r \omega_r \dot{\psi} + I_{yy} I_r \omega_r \dot{\psi}$$

### ۳-۲- تابع تبدیل حلقه وضعیت

از ماتریس تابع تبدیل چهارپره می‌توان دریافت که حلقه موقعیت با سه خروجی و یک ورودی مطابق با تعریفی که از قبل داشتیم زیر تحریک است و مستقل از حلقه وضعیت است. در حلقه وضعیت نیز زاویه یاو به زاویه‌های رول و پیچ وابستگی ندارد. از این رو تابع تبدیل زاویه رول و پیچ را می‌توان به صورت ماتریسی (۶) از تابع تبدیل کلی سیستم استخراج کرد و نوشت.

$$G_{\phi\theta} = \begin{bmatrix} \frac{I_{yy}}{M} & \frac{-I_r \omega_r + I_{xx} \dot{\psi}}{sM} \\ \frac{I_r \omega_r + I_{yy} \dot{\psi}}{sM} & \frac{I_{xx}}{M} \end{bmatrix} \quad (6)$$

از آنجایی که  $I_r$  بسیار کوچک‌تر از  $I_{xx}$  و  $I_{yy}$  است می‌توان اثر ژایروسکوپی ( $I_r \omega_r$ ) را نادیده گرفت. با توجه به این فرض که ساختار چهارپره متقارن است  $I_{yy}$  و  $I_{xx}$  برابر هستند. تابع تبدیل ساده شده (۶)

روش‌های استخراج مدل در یک ساختار LPV علاوه بر اندازه‌گیری سیگنال‌های ورودی و خروجی سیستم، نیاز به اندازه‌گیری سیگنال دیگری دارند که ناحیه‌ی کاری سیستم مورد نظر را نشان می‌دهد. این سیگنال، سیگنال متغیر جدول‌بندی نام دارد که در سیستم‌های LPV به عنوان یک سیگنال ورودی در نظر گرفته می‌شود که دینامیک سیستم را با تغییرات خود، تغییر می‌دهد.

در سیستم LPV، پارامترهای متغیر با زمان  $\rho(t)$  فقط به سیگنال‌های جدول‌بندی بستگی دارند ولی در سیستم شبه LPV که به اختصار qLPV نامیده می‌شود، پارامترهای متغیر با زمان می‌توانند توابعی از حالت‌ها، ورودی‌ها یا خروجی‌ها نیز باشند.

به منظور انتخاب پارامترهای متغیر از آنجا که حلقه موقعیت چهارپره با متغیرهای حالت موقعیت زاویه‌ای یا همان زوایای اوپلر ( $\phi, \theta, \psi$ ) رابطه دارد و حلقه وضعیت چهارپره با سرعت‌های زاویه‌ای پره‌ها  $\omega_r$  به عنوان ورودی در ارتباط است، بردار پارامترهای متغیر با زمان  $\rho(t)$  اینگونه تعریف می‌شود.

$$\rho(t) = [\phi \ \theta \ \psi \ \dot{\psi} \ \omega_r]^T$$

در ادامه برای بدست آوردن معادلات فضای حالت سیستم، بردار حالت  $X(t)$ ، بردار خروجی  $Y(t)$  و بردار ورودی  $U$  به صورت زیر انتخاب می‌شوند.

$$X = [x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ g \ \phi \ \theta \ \psi \ \dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$$

$$Y = [x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T$$

$$U = [U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4]^T$$

بدین ترتیب ماتریس‌های ضرایب معادلات حالت حاصل از مدل‌سازی qLPV طبق معادلات زیر خواهند بود.

$$A = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & a_{23} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 1} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 3} & a_{55} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 3} \\ b_{21} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{4 \times 1} & 0_{4 \times 3} \\ 0_{3 \times 1} & b_{42} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 4} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}, D = 0$$

در اینجا فرض می‌شود ماتریس اینرسی  $I$  یک ماتریس قطری است که

$$\text{در آن } I_{xx} = I_{yy} \text{ و } I_{xx} = \frac{1}{2} I_{zz} \text{ است. بنابراین:}$$

### ۳-۴- تابع تبدیل نهایی چهارپره

در نهایت تابع تبدیل چهارپره را می‌توان با تعریف شش ورودی و شش خروجی  $Y = [x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T$  به صورت زیر نوشت.

$$G_{U \rightarrow Y} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{s^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{s^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{xx}s^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{xx}s^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{zz}s^2} \end{bmatrix} \quad (۱۳)$$

### ۴- طراحی کنترل کننده

فلسفه کنترل مدل داخلی مبتنی بر اصل مدل داخلی است که بیان می‌دارد: کنترل دقیق تنها هنگامی صورت می‌گیرد که سیستم کنترل دربردارنده مدلی از فرآیند مورد کنترل (به طور مستقیم یا غیرمستقیم) باشد.

مطابق شکل (۲)، در کنترل مبتنی بر مدل، جبران‌ساز حاوی مدل فرآیند است. بخش جبران‌ساز از دو قسمت اصلی کنترل کننده و مدل سیستم تشکیل شده است. مدل موازی با فرآیند، رفتار پیش‌بینی شده فرآیند را ارائه می‌دهد و اگر مدلی که از سیستم در دسترس است، دقیق نباشد، سیگنال پس‌خور دقیقاً اثر عدم قطعیت و سیگنال‌های اغتشاش را در بر خواهد داشت.

اساس طراحی این کنترل کننده بر پایه از بین بردن عدم قطعیت در سیستم می‌باشد و کنترل کننده نهایی با ایجاد مصالحه بین عملکرد<sup>۱</sup> و مقاوم بودن<sup>۱</sup> طراحی خواهد شد.

### ۴-۱- عملکرد کنترل مدل داخلی

ساختار جبران‌ساز کنترل مدل داخلی در شکل (۲) نشان داده شده است که حاوی وارون مدل فرآیند است؛ یعنی اگر سیستم وارون‌پذیر باشد می‌توان انتظار داشت که عملکرد کنترل کننده کامل خواهد بود. با توجه به عواملی از قبیل غیرکمینه فاز بودن، محدودیت ورودی کنترل و عدم قطعیت مدل، استفاده از وارون مدل به عنوان جبران‌ساز امکان‌پذیر نیست. در اینجا  $G_p(s)$  سیستم تحت کنترل،  $G_m(s)$  مدل نامی سیستم،  $G_{IMC}(s)$  جبران‌ساز پیش‌خور مدل داخلی،  $y_p$  خروجی سیستم تحت کنترل،  $u$  خروجی کنترل کننده پیش‌خور،  $y_m$  خروجی نامی سیستم،  $r$  ورودی مرجع و  $d$  اغتشاش خارجی است.

با توجه به حذف و جایگزینی عوامل گفته شده به صورت (۷) نوشته می‌شود.

$$G_{\phi\theta} = \begin{bmatrix} \frac{1}{I_{xx}\dot{\psi}^2 + I_{xx}s^2} & \frac{\dot{\psi}}{s(I_{xx}\dot{\psi}^2 + I_{xx}s^2)} \\ \frac{\dot{\psi}}{s(I_{xx}\dot{\psi}^2 + I_{xx}s^2)} & \frac{1}{I_{xx}\dot{\psi}^2 + I_{xx}s^2} \end{bmatrix} \quad (۷)$$

در این پژوهش برای طراحی کنترل کننده فرض می‌شود که  $\dot{\psi} = 0$  است، که در نهایت ماتریس نهایی توابع تبدیل زوایای رول و پیچ به صورت (۸) بازنویسی می‌شود.

$$G_{\phi\theta} = \begin{bmatrix} \frac{1}{I_{xx}s^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_{xx}s^2} \end{bmatrix} \quad (۸)$$

در معادله (۸) مشخص است که وابستگی بین زاویه رول و پیچ وجود ندارد. در اینجا می‌توان ماتریس تابع تبدیل حلقه وضعیت را از (۵) و (۸) به صورت زیر نوشت و برای پایداری حلقه وضعیت از سه کنترل کننده مجزا در هر محور استفاده کرد.

$$G_{\phi\theta\psi} = \begin{bmatrix} \frac{1}{I_{xx}s^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_{xx}s^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_{zz}s^2} \end{bmatrix} \quad (۹)$$

### ۳-۳- تابع تبدیل حلقه موقعیت

در ادامه با توجه به زیرسیستم دینامیک انتقالی چهارپره در سه راستای  $x$ ،  $y$  و  $z$ ،

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -(C_\psi S_\theta C_\phi + S_\psi S_\phi) \frac{U1}{m_q} \\ \ddot{y} &= -(S_\psi S_\theta C_\phi - C_\psi S_\phi) \frac{U1}{m_q} \end{aligned} \quad (۱۰)$$

$\ddot{z} = g - (C_\theta C_\phi) \frac{U1}{m_q}$   
با فرض داشتن کنترل مستقیم روی دینامیک  $x$ ،  $y$  و  $z$ ، سه ورودی کنترل مجازی بصورت زیر برای آنها تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned} U_x &= -(C_\psi S_\theta C_\phi + S_\psi S_\phi) \frac{U1}{m_q} \\ U_y &= -(S_\psi S_\theta C_\phi - C_\psi S_\phi) \frac{U1}{m_q} \end{aligned} \quad (۱۱)$$

$U_z = g - (C_\theta C_\phi) \frac{U1}{m_q}$   
سپس می‌توان تابع تبدیل حلقه موقعیت را به صورت زیر نوشت.

$$\frac{x(s)}{U_x} = \frac{1}{s^2}, \quad \frac{y(s)}{U_y} = \frac{1}{s^2}, \quad \frac{z(s)}{U_z} = \frac{1}{s^2} \quad (۱۲)$$



$$G_m(s) = G_{m-}(s) G_{m+}(s) \quad (15)$$

$$G_{IMC}(s) = \frac{1}{G_{m-}(s)} f(s) \quad (16)$$

در رابطه (۱۶)،  $f(s)$  یک فیلتر پایین گذر است. هدف از افزودن فیلتر، تضمین پایداری و مقاومت سیستم است. این فیلتر بایستی طوری انتخاب شود تا جبران ساز سره باشد و همچنین رفتار مطلوب سیستم در حالت ماندگار را نیز تضمین نماید. فرم کلی فیلتر که در معادله (۱۶) معرفی شده است به شکل زیر پیشنهاد می‌شود.

$$f(s) = \frac{1}{(\lambda s + 1)^2} \quad (17)$$

در نهایت با در نظر گرفتن (۱۳) به عنوان تابع تبدیل مدل فرایند، با ذکر این نکته که مدل بدست آمده فاقد بخش غیر کمینه فاز  $G_{m+}(s)$  می‌باشد و اضافه کردن فیلتر پیشنهادی (۱۷)، زمانی که موقعیت و وضعیت بردار خروجی  $Y = [x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T$  مورد هدف کنترل باشند، کنترل کننده پیش خور  $G_{IMC}(s)$  به صورت زیر بدست می‌آید.

$$G_{IMC} = \left[ \frac{s^2}{(\lambda_1 s + 1)^2} \quad \frac{s^2}{(\lambda_2 s + 1)^2} \quad \frac{s^2}{(\lambda_3 s + 1)^2} \quad \frac{I_{xx} s^2}{(\lambda_4 s + 1)^2} \quad \frac{I_{yy} s^2}{(\lambda_5 s + 1)^2} \quad \frac{I_{zz} s^2}{(\lambda_6 s + 1)^2} \right]^T \quad (18)$$

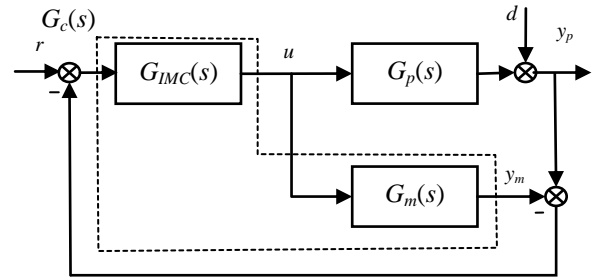
در رابطه (۱۸)،  $\lambda$  ثابت زمانی فیلتر و تنها پارامتر طراحی کنترل کننده مدل داخلی است. این پارامتر طوری اختیار می‌شود تا موازنه‌ای بین مقاوم بودن و رفتار مناسب حالت گذرا را برقرار سازد، به طوری که هر چه  $\lambda$  کوچک‌تر باشد مقاومت سیستم به اغتشاش‌ها و عدم قطعیت کمتر و در عوض سرعت بیشتر و عملکرد حالت گذرا بهتر می‌باشد.

#### ۴-۲-۲- طراحی زوایای مطلوب رول و پیچ

برخلاف ارتفاع و جهت‌گیری چهارپره، دینامیک موقعیت‌های  $x$  و  $y$  دارای اثرات تعاملی هستند و به طور مستقیم با استفاده از ورودی‌های کنترلی  $U_1 \sim U_4$  قابل کنترل نیستند. از طرف دیگر، موقعیت  $x$  و  $y$  از طریق زوایای رول و پیچ کنترل می‌شوند. زوایای مطلوب رول و پیچ  $(\phi_d, \theta_d)$  را می‌توان از معادلات حرکت انتقالی (۱) محاسبه کرد. در ادامه با توجه به زیرسیستم دینامیک انتقالی چهارپره در سه راستای  $x$ ،  $y$ ، و  $z$ ،

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -(C_\psi S_\theta C_\phi + S_\psi S_\phi) \frac{U_1}{m_q} \\ \ddot{y} &= -(S_\psi S_\theta C_\phi - C_\psi S_\phi) \frac{U_1}{m_q} \end{aligned} \quad (19)$$

و با فرض داشتن کنترل مستقیم روی دینامیک  $\ddot{x} = U_x$ ،  $\ddot{y} = U_y$  و  $\ddot{z} = U_z$ ، می‌توان ۳ ورودی کنترل مجازی برای آنها تعریف کرد. ورودی‌های مجازی در واقع خروجی کنترل کننده‌های موقعیت هستند.



شکل (۲): ساختار کلی یک کنترل مبتنی بر مدل داخلی

تابع تبدیل سیستم از ورودی مرجع و اغتشاش به خروجی به صورت زیر خواهد بود.

$$y = \frac{G_{IMC}(s)G_p(s)}{I + G_{IMC}(s)[G_p(s) - G_m(s)]} r + \frac{1}{I + G_{IMC}(s)[G_p(s) - G_m(s)]} d \quad (14)$$

از معادله (۱۴) مشخص است که با طراحی مناسب جبران‌ساز  $G_{IMC}(s)$  می‌توان به عملکرد ردیابی مناسب ورودی مرجع و عملکرد مناسب رد اغتشاش خارجی به طور هم‌زمان دست یافت. در ضمن هنگامی که مدل نامی به طور کامل با فرایند تحت کنترل مطابقت نداشته باشد، مقدار سیگنال پس‌خور، برخی از اطلاعات مربوط به عدم تطابق مدل و فرایند را در خود دارد که در این حالت نیز  $G_{IMC}(s)$  می‌تواند این مقدار عدم تطابق مدل را جبران کند. به طور کلی IMC نوعی کنترل کننده مقاوم است.

#### ۴-۲-۴- کنترل چهارپره با بار معلق

در طراحی این کنترل کننده دینامیک سیستم به دو زیرسیستم حرکت انتقالی و حرکت دورانی تقسیم شده است به راحتی از معادلات حرکت در رابطه (۱) می‌توان دریافت که معادلات زیرسیستم حرکت دورانی از حرکت انتقالی، مستقل و دارای تحریک کامل است، در حالی که حرکت انتقالی زیرتحریک و به حرکت دورانی وابستگی دارد. بنابراین از ساختار کنترلی با حلقه‌های داخلی و بیرونی استفاده شده است که در آن حلقه کنترل داخلی به منظور تضمین ردیابی مجانبی حالت‌های مطلوب وضعیتی (زوایای رول، پیچ و یاو) و حلقه بیرونی به منظور نوبری (قرارگیری چهارپره در موقعیت مطلوب) طراحی شده است.

#### ۴-۲-۱- طراحی کنترل کننده $G_{IMC}(s)$

طراحی کنترل کننده مدل داخلی عموماً به روش آفست<sup>۱۱</sup> اصلاح شده [۱۵] انجام می‌گیرد. در این روش مدل فرایند تحت کنترل  $G_m(s)$  در ابتدا به دو بخش کمینه فاز  $G_m(s)$  و فیلتر تمام‌گذر (نا کمینه فاز)  $G_{m+}(s)$  تقسیم می‌شود که تمام قطب‌های ناپایدار و تأخیر زمانی را شامل می‌شود. در مرحله بعدی کنترل کننده مدل داخلی  $G_{IMC}(s)$  از وارون بخش کمینه فاز به همراه یک فیلتر حاصل می‌شود.

روش‌های پس‌خور اغلب با افزودن یک کنترل‌کننده پیش‌خور قابل بهبود می‌باشد. در ضمن جبران‌گرهای پیش‌خور تا حد زیادی پیچیدگی‌های کنترل‌کننده‌های پس‌خور را برای رسیدن به وضعیت مورد نظر کاهش می‌دهند. یک روش پیش‌خور پرکاربرد و مفید برای کاهش نوسانات سیستم‌ها روش شکل‌دهی ورودی می‌باشد. در این بخش از روش پیش‌خور شکل‌دهی ورودی برای کاهش نوسانات و همچنین جلوگیری از ایجاد مودهای ارتعاشی برای بار آویزان استفاده شده است.

در این روش سیگنال ورودی با ترکیب شدن با یک سری سیگنال‌های متوالی ضربه که شکل‌دهنده ورودی نامیده می‌شوند، اصلاح می‌شود. در این صورت اگر فرمان ورودی اصلاح شده یا شکل‌دهی شده به سیستم ارتعاشی اعمال شود پاسخ سیستم ارتعاشات مانده کمتری نسبت به فرمان اصلاح نشده خواهد داشت. روش شکل‌دهی ورودی به اندازه‌گیری برخط حالت‌های سیستم برای طراحی سری سیگنال‌های ضربه مذکور نیاز ندارد.

ساده‌ترین شکل‌دهنده پیشنهاد شده برای زمانی که دامنه سیگنال‌های ضربه مثبت در نظر گرفته شود و تخمین پارامترهای سیستم کاملاً دقیق باشند از دو سیگنال ضربه تشکیل شده است. در آغاز یک سیگنال ضربه  $A_1$  به سیستم اثر می‌کند که باعث ارتعاش سیستم خواهد شد. بنابراین به جای این که به سیستم اجازه ارتعاش داده شود، یک سیگنال ضربه دیگر در زمان مناسب به سیستم اعمال می‌شود که باعث حذف ارتعاش سیستم شود. تابع تبدیل عمومی این شکل‌دهنده به صورت زیر است.

$$G_{is} = A_1 e^{-t_1 s} + A_2 e^{-t_2 s} + \dots + A_n e^{-t_n s}$$

که  $A_i$  دامنه سیگنال ضربه  $i$  ام و  $t_i$  زمان وقوع سیگنال ضربه  $i$  ام است. (در حالت کلی  $t_1=0$  در نظر گرفته می‌شود). بنابراین هدف از طراحی شکل‌دهنده ورودی، حساب کردن دامنه سیگنال‌های ضربه و زمان وقوع آنها برای حذف کردن یا کاهش نوسانات می‌باشد.

کوتاه‌ترین شکل‌دهنده ممکن، شامل دو سیگنال ضربه است که منجر به ایجاد چهار مجهول  $A_1, A_2, t_1, t_2$  می‌شود. در ضمن، یافتن زمان هر دو سیگنال ضربه ضرورتی ندارد، تنها با دانستن تفاوت زمانی بین دو سیگنال ضربه و در نظر گرفتن  $t_1=0$  می‌توان  $t_2$  را بدست آورد. کوتاه‌ترین زمان  $t_2$  به صورت زیر بدست می‌آید.

$$t_2 = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{T_d}{2}$$

که  $T_d$  پریود نوسانات میرایی سیستم می‌باشد.

$$A_1 = \frac{1}{1+k} \quad A_2 = \frac{K}{K+1}$$

که

$$K = e^{\left( \frac{\zeta \pi}{\sqrt{1-\zeta^2}} \right)}$$

$$\begin{aligned} U_x &= -(C_\psi S_\theta C_\phi + S_\psi S_\phi) \frac{U_1}{m_q} \\ U_y &= -(S_\psi S_\theta C_\phi - C_\psi S_\phi) \frac{U_1}{m_q} \end{aligned} \quad (20)$$

$$U_z = g - (C_\theta C_\phi) \frac{U_1}{m_q}$$

معادلات (20) با جایگذاری  $U_1 \rightarrow U_d$  و  $\theta \rightarrow \theta_d$  و  $\phi \rightarrow \phi_d$  به شکل زیر بازنویسی می‌شوند.

$$-\frac{m_q U_x}{U_d} = (C_\psi S_{\theta_d} C_{\phi_d} + S_\psi S_{\phi_d}) \quad (21)$$

$$-\frac{m_q U_y}{U_d} = (S_\psi S_{\theta_d} C_{\phi_d} - C_\psi S_{\phi_d}) \quad (22)$$

$$-\frac{m_q (U_z - g)}{U_d} = (C_{\theta_d} C_{\phi_d}) \quad (23)$$

با ضرب  $S_\psi$  در معادله (21) و ضرب  $C_\psi$  در معادله (22) و حذف جمله مشترک، معادله زیر بدست می‌آید.

$$S_\phi = \frac{1}{U_d} (-m_q U_x S_\psi + m_q U_y C_\psi) \quad (24)$$

از معادله (25) مقدار مطلوب زاویه پیچ محاسبه می‌شود.

$$\phi_d = \sin^{-1} \left\{ \frac{1}{U_d} (m_q U_x S_\psi - m_q U_y C_\psi) \right\} \quad (25)$$

با ضرب  $C_\psi$  در معادله (21) و ضرب  $S_\psi$  در معادله (22) و حذف جمله مشترک، معادله زیر بدست می‌آید.

$$\frac{1}{U_d} (-m_q U_x C_\psi - m_q U_y S_\psi) = C_\phi S_\theta \quad (26)$$

با استفاده از معادله (23) و ترکیب آن با معادله (26)، معادله زیر حاصل می‌شود.

$$\tan(\theta) = \frac{U_x C_\psi + U_y S_\psi}{U_z - g} \quad (27)$$

و در نتیجه:

$$\theta_d = \tan^{-1} \left\{ \frac{U_x C_\psi + U_y S_\psi}{U_z - g} \right\} \quad (28)$$

مقدار مطلوب نیروی رانش کل نیز با جمع مربع طرفین معادله (21) - (23) بدست می‌آید.

$$U_d = m_q \sqrt{U_x^2 + U_y^2 + (U_z - g)^2} \quad (29)$$

نکته: لازم به ذکر است  $U_d$  از معادله (29) فقط در محاسبه زوایای مطلوب استفاده می‌شود.

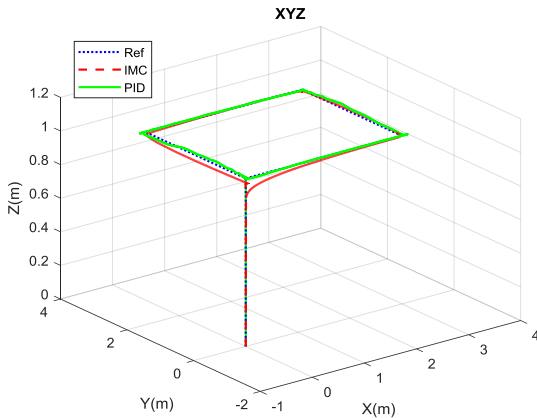
### ۴-۳- کنترل نوسانات بار آویزان به روش شکل‌دهی

#### ورودی

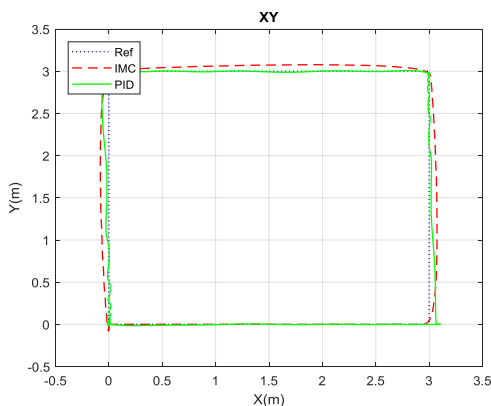
در این بخش یک سیستم کنترلی جهت کاهش نوسانات چهارپره و همچنین بهبود رفتار جسم آویزان در زمان پرواز مانند جلوگیری از ایجاد نوسانات بار با دامنه زیاد پیشنهاد و طراحی شده است. عملکرد



از معادله (۱) و (۳) به عنوان فرآیند تحت کنترل، معادله (۱۳) به عنوان مدل نامی فرایند، معادله (۱۸) به عنوان کنترل کننده پیش خور  $G_{IMC}(s)$  و معادله های (۲۵)، (۲۸) و (۲۹) به عنوان تولید زوایای مطلوب رول و پیچ جهت ردیابی مسیر دلخواه استفاده می شود.



شکل (۳): نمای سه بعدی پرواز چهارپره در ردیابی مسیر مربعی



شکل (۴): نمای دو بعدی پرواز چهارپره در ردیابی مسیر مربعی

شکل های (۳) و (۴) مسیر حرکت پرنده به همراه بار آویزان را نشان می دهند. همان طور که مشاهده می شود، کنترل کننده IMC توانسته است عملیات ردیابی مسیر را به خوبی انجام دهد. اندازه بیشینه خطای ردیابی مسیر حدود ۵ سانتی متر است. خطای ماندگار در راستای Z مشاهده می شود که دلیل آن تفاوت ضریب رانش محاسبه شده توسط مدل ( $U_1$ ) در هر لحظه با ضریب رانشی است که برای محاسبه سرعت زاویه ای مطلوب روتورها توسط کنترل کننده ( $U_d$ ) به کار می رود. این خطای ماندگار، به راحتی با افزودن انتگرال گیر به کنترل کننده موقعیت قابل کاهش است. البته، افزودن انتگرال گیر تحلیل پایداری سیستم را دستخوش تغییر می کند که در این جا به آن پرداخته نمی شود.

فرکانس طبیعی سیستم را با تقریب خوبی می توان  $\omega_n = \sqrt{\frac{g}{l_c}}$  در نظر گرفت، همچنین می توان با تخمین نسبتاً خوبی نسبت میرایی را برابر با صفر ( $\zeta = 0$ ) در نظر گرفت و  $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$  است. همچنین با تقریب نسبتاً دقیقی، می توان فرض کرد که بار آویزان تنها تحت تأثیر حرکت افقی چهارپره می باشد. بنابراین کفایت که فیلتر پیش خور شکل دهنده به مقادیر مرجع موقعیت  $x_d$  و  $y_d$  اعمال شود. روش شکل دهی ورودی با ضرب یک سری سیگنال ضربه در هر فرمان مطلوب پیاده سازی و اعمال می شود، به طوری که:

$$\bar{C}^*(t) = \Gamma * \bar{C}(t)$$

که  $\bar{C}$  فرمان اولیه،  $\Gamma$  فیلتر شکل دهنده ورودی و  $\bar{C}^*$  فرمان شکل دهی شده است. برای سیستم چهار پره با بار معلق، پارامترهای فیلتر شکل دهی به صورت زیر بدست می آیند.

$$\omega_n = \sqrt{g}, A_1 = 0.5, A_2 = 0.5, t_1 = 0, t_2 = 1.003036207$$

## ۵- شبیه سازی

### ۵-۱- عملکرد کنترل کننده در مأموریت ردیابی

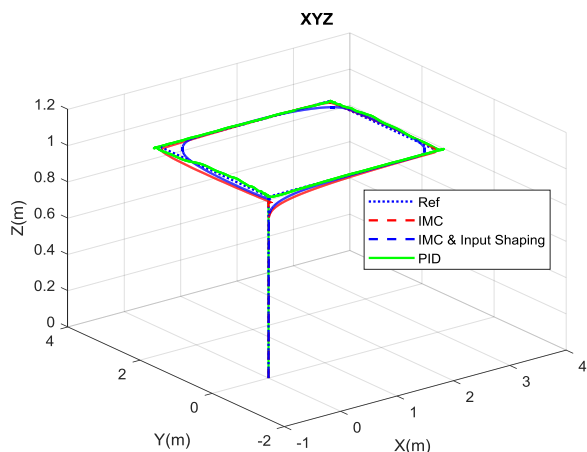
#### مسیر با کنترل کننده مدل داخلی

در این بخش هدف نهایی عبارتست از ردیابی دقیق یک مسیر و بررسی و ارزیابی عملکرد کنترل کننده در ردیابی مسیر. در این مأموریت، برای نشان دادن عملکرد مطلوب سیستم کنترلی فرض شده است که چهارپره بر روی یک مسیر مربعی از پیش تعیین شده حرکت می کند. هدف از انتخاب این مسیر آن است که بتوان عملکرد کنترل کننده طراحی شده را زمانی که چهارپره با یک تغییر ناگهانی مسیر با زاویه تند رو به رو می شود مورد بررسی قرار گیرد.

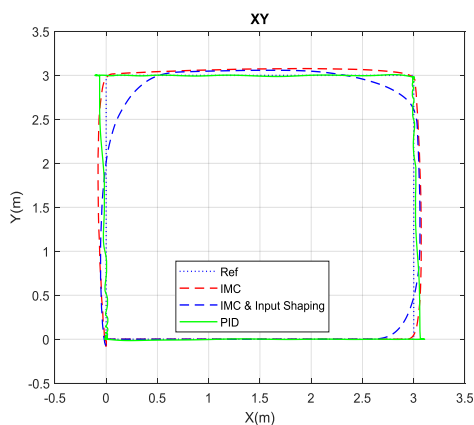
پارامترهای سیستم چهارپره مورد استفاده در شبیه سازی در جدول (۱) آورده شده است.

جدول (۱) پارامترهای شبیه سازی

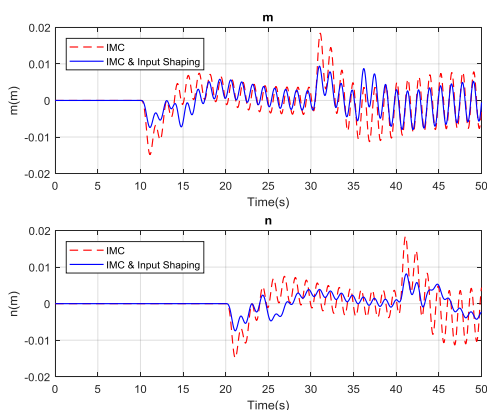
پارامتر چهارپره	تعریف	مقدار	واحد
$m$	وزن چهارپره	۰,۴۶۸	kg
$g$	گرانش زمین	۹,۸	$m/s^2$
$L$	طول بازو	۰,۲۲۵	m
$I_{xx}$	ممان اینرسی بدنه حول محور X	$۴,۸۵۶ \times ۱۰^{-۱۰}$	$Kgm^2$
$I_{yy}$	ممان اینرسی بدنه حول محور Y	$۴,۸۵۶ \times ۱۰^{-۱۰}$	$Kgm^2$
$I_{zz}$	ممان اینرسی بدنه حول محور Z	$۴,۸۵۶ \times ۱۰^{-۱۰}$	$Kgm^2$
$I_r$	ممان اینرسی الکتروموتور	$۳,۳۵۷ \times ۱۰^{-۵}$	$Kgm^2$
$k$	ضرب ثابت نیروی برا	$۲,۹۸۰ \times ۱۰^۶$	$N.s^2$
$b$	ضریب ثابت نیروی پسا	$۱,۱۴۰ \times ۱۰^۷$	$Nm.s^2$
$m_l$	وزن بار	۰,۱	kg
$l_c$	طول طناب فولادی	۱	m



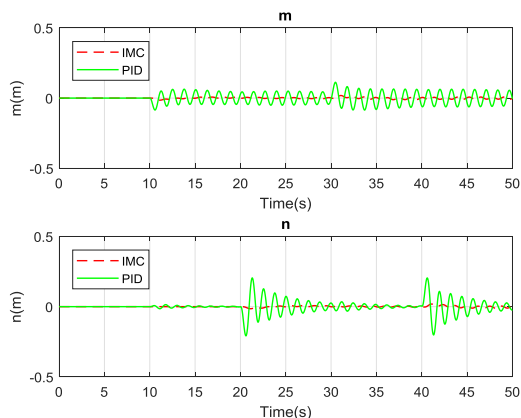
شکل (۶): نمای سه بعدی پرواز چهارپره در ردیابی مسیر مربعی



شکل (۷): نمای دو بعدی پرواز چهارپره در ردیابی مسیر مربعی



شکل (۸): موقعیت بار در راستای محور طولی و عرضی در مأموریت ردیابی مسیر مربعی



شکل (۵): موقعیت بار در راستای محور طولی و عرضی در مأموریت ردیابی مسیر

شکل (۵) رفتار بار آویزان در دو محور طولی و عرضی را نشان می‌دهد. برای نمایش بهتر چگونگی رفتار بار، جابجایی بار در محور  $X$  و  $Y$  به صورت جداگانه نمایش داده شده است. خطای جابجایی بار در حالتی که از کنترل کننده  $IMC$  استفاده شده نسبت به حالتی که از کنترل کننده  $PID$  استفاده شده کمتر است. نوسان جرم آویزان سبب نوسانی شدن پاسخ سیستم در راستای محورهای موقعیت می‌گردد. استفاده از کنترل کننده  $IMC$ ، سبب کاهش دامنه نوسانات به میزان تقریبی ۵ سانتیمتر در دو محور  $X$  و  $Y$  می‌شود.

## ۵-۲- عملکرد کنترل کننده شکل‌دهی ورودی در مأموریت ردیابی مسیر پرواز مربعی با افزودن فیلتر شکل دهی به ورودی

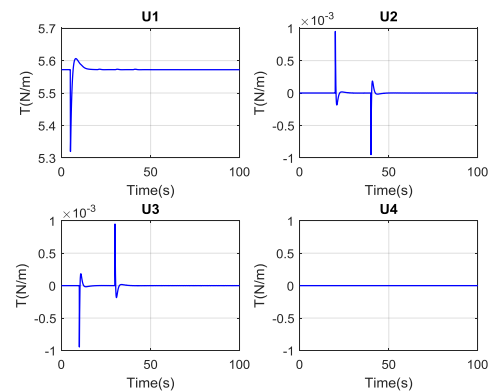
برای مشاهده عملکرد روش کنترل شکل‌دهی ورودی در کاهش نوسانات جرم آویزان، مسیر مربعی که در بخش قبل برای چهارپره تعریف شده است مورد آزمایش قرار می‌گیرد. در این شبیه‌سازی‌ها فرض شده است که طول کابل ثابت باشد.

در این حالت همانطور که در شکل (۸) مشاهده می‌شود نوسانات جرم آویزان به خوبی حذف شده است و این نشان می‌دهد که روش شکل‌دهی ورودی برای مانورهای پیچیده‌تر نیز به طور مؤثر عمل می‌کند و باعث کاهش نوسانات جرم آویزان می‌شود. همانطور که بیان شد روش شکل‌دهی ورودی زمان رسیدن به پاسخ مطلوب را افزایش می‌دهد، اما در مقایسه با حالت شکل‌دهی نشده این افزایش زمان قابل قبول است. همچنین در شکل‌های (۷) و (۸) مشاهده می‌شود که چهارپره در گوشه‌های مربع مسیر منحنی شکلی را طی می‌کند که دلیل این رویداد نیز استفاده از روش شکل‌دهی ورودی می‌باشد. شکل (۹) نمایانگر سیگنال‌های کنترل جهت ردیابی مسیر مطلوب در این آزمایش می‌باشد.

- [5] F. A. Goodarzi, D. Lee, and T. Lee, "Geometric control of a quadrotor UAV transporting a payload connected via flexible cable," *Int. J. Control. Autom. Syst.*, vol. 13, no. 6, pp. 1486–1498, 2015, doi: 10.1007/s12555-014-0304-0.
- [6] F. A. Goodarzi, D. Lee, and T. Lee, "Geometric stabilization of a quadrotor UAV with a payload connected by flexible cable," *Proc. Am. Control Conf.*, pp. 4925–4930, 2014, doi: 10.1109/ACC.2014.6859419.
- [7] C. De Crousaz, F. Farshidian, M. Neunert, and J. Buchli, "Unified motion control for dynamic quadrotor maneuvers demonstrated on slung load and rotor failure tasks," *Proc. - IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, vol. 2015-June, no. June, pp. 2223–2229, 2015, doi: 10.1109/ICRA.2015.7139493.
- [8] G. Wu and K. Sreenath, "Geometric control of multiple quadrotors transporting a rigid-body load," *Proc. IEEE Conf. Decis. Control*, vol. 2015-Febru, no. February, pp. 6141–6148, 2014, doi: 10.1109/CDC.2014.7040351.
- [9] Y. Feng, C. A. Rabbath, S. Rakheja, and C. Y. Su, "Adaptive controller design for generic quadrotor aircraft platform subject to slung load," *Can. Conf. Electr. Comput. Eng.*, vol. 2015-June, no. June, pp. 1135–1139, 2015, doi: 10.1109/CCECE.2015.7129434.
- [10] P. O. Pereira, M. Herzog, and D. V. Dimarogonas, "Slung load transportation with a single aerial vehicle and disturbance removal," *24th Mediterr. Conf. Control Autom. MED 2016*, pp. 671–676, 2016, doi: 10.1109/MED.2016.7536040.
- [11] A. Faust, I. Palunko, P. Cruz, R. Fierro, and L. Tapia, "Automated aerial suspended cargo delivery through reinforcement learning," *Artif. Intell.*, vol. 247, pp. 381–398, 2017, doi: 10.1016/j.artint.2014.11.009.
- [12] K. Klausen, T. I. Fossen, and T. A. Johansen, "Nonlinear Control with Swing Damping of a Multirotor UAV with Suspended Load," *J. Intell. Robot. Syst. Theory Appl.*, vol. 88, no. 2–4, pp. 379–394, 2017, doi: 10.1007/s10846-017-0509-6.
- [13] T. Luukkonen, "Modelling and control of quadcopter," 2011.
- [14] M. Nourimotlagh, P. Safarpour, and M. Pourgholi, "Dynamic modeling, simulation and control of a quadrotor using feedback linearization and PID controller based on MEMS sensors' experimental data," *MODARES Mech. Eng.*, 2016.
- [15] J. E. Trachte, L. Felipe, G. Toro, and A. Mcfadyen, "Multi-rotor with Suspended Load: System Dynamics and Control Toolbox," *IEEE Aerosp. Conf.*, 2015.
- [16] X. Zhou, R. Liu, J. Zhang, and X. Zhang, "Stabilization of a Quadrotor With Uncertain Suspended Load Using Sliding Mode Control," *Proc. ASME 2016 Int. Des. Eng. Tech. Conf. Comput. Inf. Eng. Conf. Vol. 5A 40th Mech. Robot. Conf. Charlotte, North Carolina, USA. August 21–24, 2016*.
- [17] A. Marcos and G. J. Balas, "Development of Linear-Parameter-Varying Models for Aircraft," *J. Guid. Control. Dyn.*, 2004.
- [18] Q. Geo, M. Du, and Y. Ji, "The Controller Design of Quadrotor UAV Based on Internal Model Control," *Chinese Control Conf.*, pp. 505–510, 2017.
- [19] Z. He and L. Zhao, "Quadrotor Trajectory Tracking Based on Quasi-LPV System and Internal Model Control ZeFang," *Math. Probl. Eng.*, 2015.

[۲۰] علی، فضل و محمدحسین کاظمی. "مدل سازی خطی پارامتر

متغیر (LPV) بازوی PUMA560 در تخمین گشتاور محاسبه شده



شکل ۵-۷ رفتار ورودی‌های کنترلی در مأموریت ردیابی مسیر مربعی

## ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، کنترل سیستم چهارپره با بار آویزان مورد مطالعه قرار گرفته است. با توجه به ضرورت کنترل چهارپره‌ها بر روی مسیرهای مطلوب و همچنین کنترل نوسانات بار آویزان دو نوع کنترل‌کننده مدل داخلی و شکل‌دهی ورودی برای ردیابی مسیر مطلوب توسط پرنده و کاهش نوسانات بار طراحی شده است. با توجه به نتایج حاصله، کنترل‌کننده IMC توانست کنترل و پایداری پرنده را در مأموریت‌های مختلف حفظ کند و با وجود سیستم غیرخطی چهارپره و بار آویزان و همچنین همگیر بودن دینامیک سیستم، این کنترل‌کننده در مقایسه با کنترل‌کننده PID مرسوم فراجش خاصی را تجربه نکرده است و رفتار مطلوبی از خود نشان داده است. در ادامه تحقیقات انجام شده، روش کنترلی جدید که مبتنی بر شکل‌دهی فرمان ورودی است طراحی گردید. این روش کنترلی که شکل‌دهی ورودی نام دارد، با ساختن سیگنال‌های ضربه در فواصل زمانی معین و اعمال آن به ورودی‌های سیستم باعث حذف یا کاهش اثرات نوسان بار بر چهارپره می‌شود. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد با ترکیب کردن کنترل‌کننده شکل‌دهی ورودی و IMC، رفتار بار بهبود یافته و از دامنه نوسانات کاسته شده است البته اضافه کردن این کنترل‌کننده باعث کند شدن پاسخ سیستم نیز شده است که در مجموع عملکرد قابل قبولی دارد.

## مراجع

- [1] D. Ni, G. Yu, and S. Rathinam, "Unmanned Aircraft System and Its Applications in Transportation," *J. Adv. Transp.*, vol. 2017, 2017, doi: 10.1155/2017/7156153.
- [۲] سمانه، دزفولی زاده و زهرا، مبینی. "استراق سمع فعال با کمک UAV برای بهبود امنیت شبکه های مخابرات مشارکتی" نشریه مهندسی برق و الکترونیک ایران، دوره: ۱۸، شماره: ۳، ص: ۱۴۳-۱۴۰، ۱۵۱.
- [3] M. Villa, D.K.D., Brandão, A.S. & Sarcinelli-Filho, "A Survey on Load Transportation Using Multirotor UAVs," *J Intell Robot Syst*, 2020.
- [4] S. Sadr, S. A. A. Moosavian, and P. Zarafshan, "Dynamics modeling and control of a quadrotor with swing load," *J. Robot.*, vol. 2014, 2014, doi: 10.1155/2014/265897.

جهت کنترل مسیر " نشریه مهندسی برق و الکترونیک ایران، دوره:

۱۷، شماره: ۳، ص: ۳۹-۵۰، ۱۳۹۹.

[21] J. S. S. Shamma, "Analysis and design of gain scheduled control systems," Dissertation. p. 201, 1988.

[22] D. J. Leith and W. E. Leithead, "Survey of gain-scheduling analysis and design." 2000.

## زیر نویس ها

---

- <sup>1</sup> Thrust
- <sup>2</sup> Drag
- <sup>3</sup> Propeller
- <sup>4</sup> Lift
- <sup>5</sup> Inertia moment
- <sup>6</sup> Shamma
- <sup>7</sup> Decoupled
- <sup>8</sup> Coupled
- <sup>9</sup> Performance
- <sup>10</sup> Robustness
- <sup>11</sup> Offset

