

# طراحی و تحلیل لیزر نیمه‌هادی حلقوی با قفل تزریقی

رضا اسمعیل پور گیلده<sup>۱</sup> محمدحسن یآوری<sup>۲</sup> محمد حیدری<sup>۲</sup>

۱- دانشجوی دکتری- دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه شاهد - تهران- ایران

[reza.esmailpoor@shahed.ac.ir](mailto:reza.esmailpoor@shahed.ac.ir)

۲- استادیار- دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه شاهد - تهران- ایران

[mh.yavari@shahed.ac.ir](mailto:mh.yavari@shahed.ac.ir)

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد- دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه شاهد - تهران- ایران

[mohammad.heydari@shahed.ac.ir](mailto:mohammad.heydari@shahed.ac.ir)

**چکیده:** در این مقاله بر اساس معادلات نرخ لیزر پیرو، روابط جدیدی برای فرکانس ناکوکی، پاسخ فرکانسی مدولاسیون مستقیم لیزر نیمه‌هادی حلقوی با قفل تزریقی، پاسخ فرکانسی مدولاسیون دامنه و فاز لیزر راهبر توسعه داده شد. با افزایش توان تزریق لیزر راهبر مشاهده می‌گردد که پهنای ناحیه قفل شده، فرکانس نوسانات واهلشی و پهنای باند مدولاسیون‌های مستقیم لیزر پیرو و همچنین دامنه و فاز لیزر راهبر افزایش می‌یابد. در مقایسه بین روش‌های مختلف مدولاسیون، مدولاسیون فاز لیزر راهبر در حالتی که سیگنال پاسخ، دامنه لیزر پیرو است بیشترین پهنای باند (۸۰ برابر پاسخ فرکانسی مدولاسیون مستقیم لیزر پیرو) را ارائه می‌کند.

**واژه‌های کلیدی:** قفل تزریق، فرکانس ناکوکی، لیزر راهبر، لیزر پیرو، لیزر نیمه‌هادی حلقوی، ناحیه قفل شدگی

نوع مقاله: پژوهشی

DOI: 10.52547/jiaeee.19.2.73

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۹/۶/۲۰

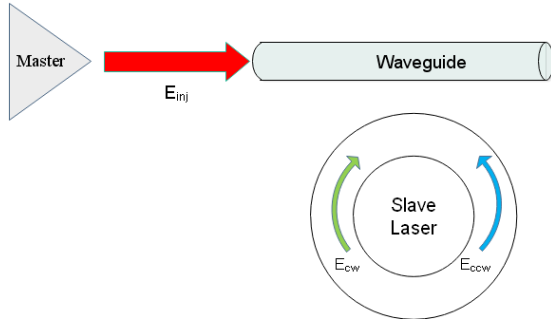
تاریخ پذیرش مشروط مقاله: ۱۴۰۰/۰۱/۱۴

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۰۲/۳۰

نام نویسنده‌ی مسئول: دکتر محمدحسن یآوری

نشانی نویسنده‌ی مسئول: ایران - تهران - بزرگراه خلیج فارس - دانشگاه شاهد - دانشکده‌ی فنی و مهندسی

## ۱- مقدمه



شکل (۱): ساختار یک لیزر نیمه‌هادی حلقوی تحت تزریق نوری

معادلات نرخ برای دو میدان CW و CCW به صورت بدون ابعاد به شرح زیر است [۱۲].

$$\frac{dE_{cw}}{dt} = \kappa(1+i\alpha) \left[ N(1-s|E_{cw}|^2 - c|E_{ccw}|^2) - 1 \right] E_{cw} - ke^{i\phi_k} E_{ccw} - i\Delta\omega E_{cw} + \frac{1}{\tau_{in}} E_{inj} \quad (1)$$

$$\frac{dE_{ccw}}{dt} = \kappa(1+i\alpha) \left[ N(1-s|E_{ccw}|^2 - c|E_{cw}|^2) - 1 \right] E_{ccw} - ke^{i\phi_k} E_{cw} - i\Delta\omega E_{ccw} \quad (2)$$

$$\frac{dN}{dt} = \gamma_N \left[ \mu - N - N(1-s|E_{cw}|^2 - c|E_{ccw}|^2) |E_{cw}|^2 - \gamma_N N(1-s|E_{ccw}|^2 - c|E_{cw}|^2) |E_{ccw}|^2 \right] \quad (3)$$

که در آنها  $N$  تعداد حامل‌ها،  $\mu$  جریان نرمالیزه است و به صورت  $\mu = \frac{J - J_{tr}}{J_{th} - J_{tr}}$  تعریف می‌شود [۱۳] مقدار  $\mu = 1$  زمانی خواهد بود که جریان برابر مقدار آستانه باشد،  $\kappa$  نرخ نابودی میدان،  $\gamma_N$  نرخ نابودی حامل،  $\alpha$  فاکتور بهبود عرض خط،  $\tau_{in}$  زمان چرخش درون کاواک،  $k$  ضریب دامنه میدان،  $\phi_k$  شیفت فاز،  $\Delta\omega$  فرکانس ناکوکی،  $s$  و  $c$  ضریب اشباع خود و اشباع متقابل و  $E_{inj}$  میدان تزریقی توسط لیزر راهبر است.

به منظور بدست آوردن معادلات نرخ فوتون‌ها و حامل‌ها در معادلات میدان (۱) و (۲) میدان الکتریکی را به صورت  $E(t) = A(t)e^{i\phi(t)}$  در نظر گرفته و سپس با جداسازی بخش‌های حقیقی و موهومی آنها را از یکدیگر دو رابطه نرخ برای دامنه میدان‌ها و دو رابطه برای فاز این میدان‌ها، و همچنان یک رابطه برای تعداد حامل‌ها بدست می‌آید.

$$\frac{dA_{cw}}{dt} = \kappa \left[ N(1-sA_{cw}^2 - cA_{ccw}^2) - 1 \right] A_{cw} - kA_{ccw} \cos(\phi_k + \phi_{ccw} - \phi_{cw}) + \frac{1}{\tau_{in}} A_{inj} \cos(\phi_{inj} - \phi_{cw}) \quad (4)$$

$$\frac{d\phi_{cw}}{dt} = \alpha\kappa \left[ N(1-sA_{cw}^2 - cA_{ccw}^2) - 1 \right] - k \frac{A_{ccw}}{A_{cw}} \sin(\phi_k + \phi_{ccw} - \phi_{cw}) - \Delta\omega + \frac{1}{\tau_{in}} \frac{A_{inj}}{A_{cw}} \sin(\phi_{inj} - \phi_{cw}) \quad (5)$$

پس از آنکه هویگنز در سال ۱۶۶۵ ساعت پاندولی را اختراع کرد، مشاهده نمود که پاندول دو ساعت که از یک تیرک آویزان شده‌اند علیرغم آنکه در ابتدای حرکت در زاویه‌های متفاوتی بوده‌اند، اما پس از مدتی هماهنگ با هم حرکت می‌نمایند. استدلال دانشمندان بر این بود که ساعت‌ها (به عنوان یک نوسان‌گر) فرکانس و فاز خود را از طریق تیرکی که بر روی آن آویزان بودند با یکدیگر به اشتراک می‌گذارند [۱]. پدیده قفل شدن نوسان‌گرها بر روی یکدیگر و یکسان شدن فرکانس آنها، بعدها توسط آدلر در مدارات نوسان‌گر الکترونیکی نیز معرفی گردید [۲]. با فاصله اندکی (پنج سال) پس از اختراع لیزر، پدیده قفل شدگی، در لیزرها نیز بررسی شد [۳] و به ارائه اولین لیزر قفل تزریق شده انجامید [۴]. در سالیان بعد ساختارهای متعددی با استفاده از قفل تزریق شدگی لیزرها ساخته شده است [۵-۷]. همچنین تحقیقات بسیاری در مورد تأثیرات قفل شدگی بر روی ویژگی‌های لیزر انجام شد [۸، ۹]. با توجه به شکل ساختاری و وجود دو میدان الکتریکی متقابل در ساختار لیزر نیمه‌هادی حلقوی، تحقیقات تجربی بسیاری در خصوص پدیده قفل شدگی در این لیزرها نیز صورت گرفته است [۱۰، ۱۱]. با این وجود تحلیل ریاضی معادلات نرخ میدان‌های الکتریکی و توسعه روابط ریاضی ناحیه قفل شدگی و پاسخ فرکانسی در این نوع از لیزرها بررسی نشده است.

در این مقاله تلاش شده است با بسط معادلات نرخ، روابط جدیدی برای فرکانس ناکوکی و پاسخ فرکانسی مدولاسیون مستقیم لیزر پیرو، پاسخ فرکانسی مدولاسیون دامنه لیزر راهبر، پاسخ‌های فرکانسی مدولاسیون فاز لیزر راهبر بدست آید. پس از این مقدمه در بخش دوم معادلات نرخ برای دامنه و فاز میدان‌های الکتریکی بسط داده شده است. در بخش سوم حالت پایدار لیزر در حالت با تزریق و بدون تزریق نوری بررسی می‌گردد. در بخش چهارم فرکانس ناکوکی و در بخش پنجم تحلیل سیگنال کوچک و در بخش ششم پاسخ فرکانسی مدولاسیون مستقیم و در بخش هفتم تعریفی جهت نرخ تزریق ارائه شده است. در بخش هشتم شروط ناحیه قفل شدگی لیزر پیرو بررسی می‌گردد و در بخش نهم ناحیه قفل شدگی و در بخش دهم فرکانس نوسانات واهلشی بررسی می‌گردد. در بخش یازدهم روابط پاسخ‌های فرکانسی مختلف ارائه می‌شود و در بخش دوازدهم نمودارهای پاسخ‌های فرکانسی با یکدیگر مقایسه می‌گردند و بخش سیزدهم نتیجه گیری می‌شود.

## ۲- معادلات میدان الکتریکی در لیزر نیمه‌هادی حلقوی

در این نوع از لیزرها، همچنان که در شکل (۱) دیده می‌شود نور در یک ساختار موجبری دایره‌ای محدود می‌شود لذا دو میدان الکتریکی و با دو جهت انتشار متقابل (موافق حرکت عقربه‌های ساعت CW و مخالف حرکت عقربه‌های ساعت CCW) تولید می‌کند.

این سه رابطه به یکدیگر کوپل شده‌اند. به منظور حل آنها نیاز است تا برای بعضی از پارامترها مقداری فرض شود و سپس سایر آنها محاسبه گردند. مناسب‌ترین راه این است که مقدار تزریق و مقدار فاز را فرض کرده و سایر موارد بر این اساس محاسبه شوند.

#### ۴- فرکانس ناکوکی

فرکانس ناکوکی به صورت اختلاف فرکانس لیزر راهبر و فرکانس ذاتی لیزر پیرو تعریف می‌شود. با قفل شدن لیزر پیرو بر روی فرکانس لیزر راهبر، فرکانس ناکوکی را می‌توان به عنوان میزان تغییر فرکانس جدید لیزر پیرو به فرکانس ذاتی خود تعبیر کرد. با کمک رابطه (۱۲) فرکانس ناکوکی را بدست می‌آید.

$$\Delta\omega = -\frac{1}{\tau_{in}} \frac{A_{inj}}{A_{cw0}} \sqrt{1+\alpha^2} \sin(\phi_{cw} + \tan^{-1} \alpha) \quad (13)$$

در محدوده قفل‌شدگی فرکانس لیزر پیرو از فرکانس لیزر راهبر تبعیت کند اما با افزایش فرکانس و خروج از این محدوده، لیزر پیرو از حالت قفل شده خارج می‌شود و مجدداً به فرکانس ذاتی خود برمی‌گردد.

#### ۵- تحلیل سیگنال کوچک

به منظور تحلیل رفتار لیزر در حوزه سیگنال کوچک، ابتدا معادلات نرخ (۴) تا (۸) را در حول نقطه پایدار به صورت خطی تبدیل می‌شوند. البته همانطور که پیشتر بیان شد لیزر پیرو پس از قفل تزریق از میدان مخالف عقربه ساعت به میدان موافق عقربه ساعت تغییر وضعیت می‌دهد. لذا مقادیر دامنه و فاز میدان مخالف عقربه ساعت صفر شده و در نظر گرفته نمی‌شود. به منظور تحلیل سیگنال کوچک از روش مشابه با روش معرفی شده در [۱۶] استفاده می‌شود و هر یک از متغیرها در حول نقطه پایدار به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$x = x_0 + \Delta x \quad (14)$$

که در آن  $x$  هر یک از متغیرهای  $A_{cw}$ ،  $\phi_{cw}$ ،  $A_{inj}$ ،  $\phi_{inj}$ ،  $N$  و  $\mu$  است و  $x_0$  نیز به طور مشابه همین مقادیر در حالت پایدار و  $\Delta x$  نیز تغییرات ناشی از نوسانات سیگنال کوچک برای همان متغیر است. نتیجه خطی سازی به فرم ماتریسی به صورت زیر است.

$$\begin{bmatrix} m_{11}-j\omega & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22}+j\omega & m_{23} \\ m_{31} & 0 & m_{33}+j\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta A_{cw} \\ \Delta \phi_{cw} \\ \Delta N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \gamma_N \end{bmatrix} \Delta \mu + \begin{bmatrix} -\cos\phi_{cw0}/\tau_{in} \\ -\sin\phi_{cw0}/A_{cw0}\tau_{in} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta A_{inj} + \begin{bmatrix} A_{inj}\sin\phi_{cw0}/\tau_{in} \\ A_{inj}\cos\phi_{cw0}/A_{cw0}\tau_{in} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta \phi_{inj} \quad (15)$$

که در آن ضرایب عبارتند از

$$\frac{dA_{ccw}}{dt} = \kappa \left[ N \left( 1 - sA_{ccw}^2 - cA_{cw}^2 \right) - 1 \right] A_{ccw} - kA_{cw} \cos(\phi_k + \phi_{cw} - \phi_{ccw}) \quad (6)$$

$$\frac{d\phi_{ccw}}{dt} = \alpha \kappa \left[ N \left( 1 - sA_{ccw}^2 - cA_{cw}^2 \right) - 1 \right] - k \frac{A_{cw}}{A_{ccw}} \sin(\phi_k + \phi_{cw} - \phi_{ccw}) - \Delta\omega \quad (7)$$

$$\frac{dN}{dt} = \gamma_N \left[ \mu - N - N \left( 1 - sA_{ccw}^2 - cA_{cw}^2 \right) A_{cw}^2 \right] - \gamma_N N \left( 1 - sA_{ccw}^2 - cA_{cw}^2 \right) A_{ccw}^2 \quad (8)$$

در این معادلات  $A_{cw}$  و  $\phi_{cw}$  به ترتیب اندازه و فاز میدان موافق حرکت عقربه‌های ساعت و  $A_{ccw}$  و  $\phi_{ccw}$  به ترتیب اندازه و فاز میدان مخالف جهت حرکت عقربه‌های ساعت و  $A_{inj}$  و  $\phi_{inj}$  به ترتیب اندازه و فاز میدان تزریقی است.

#### ۳- حالت پایدار

##### ۳-۱- بدون تزریق نوری

در حالت بدون تزریق نوری، چنانچه مقدار جریان بایاس لیزر پیرو در محدوده مشخصی قرار گیرد، میدان لیزر در یک جهت پایدار و در جهت مخالف صفر می‌شود [۱۴]. لذا در ادامه این مقاله فرض بر این است که در حالت بدون تزریق با استفاده از جریان بایاس، میدان در جهت مخالف عقربه‌های ساعت متمرکز است. اکنون معادلات نرخ (۴) تا (۸) در حالت پایدار ساده شده و رابطه دامنه میدان بدون تزریق و تعداد حامل‌ها به دست می‌آید

$$\mu - N_{th} = A_{ccw0}^2 \quad (9)$$

##### ۳-۲- حالت پایدار با تزریق نوری

میدان پس از تزریق نوری توسط لیزر راهبر و قفل‌شدگی از جهت مخالف عقربه ساعت به جهت موافق عقربه‌های ساعت تغییر وضعیت می‌دهد [۱۵]. لذا در حالت پایدار با تزریق نوری، میدان در جهت مخالف عقربه‌های ساعت صفر در نظر گرفته می‌شود. همچنین با فرض مبدا بودن فاز میدان لیزر راهبر، فاز میدان موافق عقربه ساعت لیزر پیرو بیانگر اختلاف فاز است. در این شرایط معادلات نرخ ساده سازی شده و سه معادله برای دامنه و فاز میدان موافق عقربه ساعت و تعداد حامل‌ها به دست می‌آید

$$A_{cw0}^2 - \frac{A_{inj}}{\kappa\tau_{in}} \cos(\phi_{cw}) A_{cw0} + N_0 - \mu = 0 \quad (10)$$

$$N_0 = \frac{\mu}{1 + A_{cw0}^2 (1 - sA_{cw0}^2)} \quad (11)$$

$$\phi_{cw0} = \sin^{-1} \left( -\frac{\tau_{in} A_{cw0} \Delta\omega}{A_{inj} \sqrt{1 + \alpha^2}} \right) - \tan^{-1} \alpha \quad (12)$$

در این رابطه  $P_{inj}$  و  $A_{inj}$  توان و دامنه میدان لیزر راهبر و  $P_{fr}$  و  $A_{fr}$  توان و دامنه لیزر پیرو پیش از تزریق است.

### ۸- محدوده قفل شدگی و پایداری

محدوده قفل شدگی لیزر پیرو، محدوده‌ای است که در آن فرکانس لیزر پیرو بر روی فرکانس لیزر راهبر قفل شده و تغییرات آن را دنبال می‌کند. بدین منظور معادلات نرخ (۴) تا (۸) در حالت پایدار باید بررسی شود. با مراجعه به این روابط مشاهده می‌شود که محدوده پایداری و قفل شدگی توسط سه شرط کنترل می‌شود.

#### ۸-۱- محدوده تغییرات فاز

اولین شرط ناشی از سینوس فاز میدان موافق عقربه ساعت است. بر اساس قوانین مثلثات محدوده تغییرات  $\arcsin$  در ناحیه بین  $-\pi/2$  تا  $\pi/2$  است. پس از رابطه (۱۲) دو حد دارد

$$-\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \alpha \leq \phi_{cw_0} \leq \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \alpha \quad (22)$$

#### ۸-۲- جمعیت حامل‌ها

با توجه به اینکه با افزایش جمعیت حامل‌ها به مقداری بیشتر از آستانه، لیزر به حالت ناپایدار می‌رود پس در رابطه (۱۰) تعداد حامل‌ها مساوی با مقدار آستانه قرار داده می‌شود.

$$A_{cw_0}^2 - \frac{A_{inj}}{\kappa \tau_{in}} \cos(\phi_{cw}) A_{cw_0} + N_{th} - \mu = 0 \quad (23)$$

اما حاصل دو بخش انتهایی این رابطه با توجه به رابطه (۹) برابر است با دامنه میدان مخالف عقربه ساعت در حالت بدون تزریق، لذا

$$A_{cw_0}^2 - A_{cw_{fr}}^2 = \frac{A_{inj} A_{cw_0}}{\kappa \tau_{in}} \cos \phi_{cw_0} \quad (24)$$

با توجه به اینکه دامنه میدان پس از قفل شدن بیشتر از دامنه میدان در حالت بدون تزریق است لذا سمت چپ این معادله باید مثبت باشد. پس سمت راست معادله نیز مثبت خواهد بود. در نتیجه فاز میدان از سمت چپ محدود می‌شود به

$$\phi_{cw_0} \geq -\frac{\pi}{2} \quad (25)$$

این شرایط باعث می‌شود تا فاز بین دو ناحیه کوچک‌تر محدود گردد،

$$-\frac{\pi}{2} \leq \phi_{cw_0} \leq \cot^{-1} \alpha \quad (26)$$

لذا محدوده تغییرات فرکانس ناکوکی برابر است با

$$-\frac{1}{\tau_{in}} \frac{A_{inj}}{A_{cw_0}} \sqrt{1 + \alpha^2} \leq \Delta \omega \leq \frac{1}{\tau_{in}} \frac{A_{inj}}{A_{cw_0}} \quad (27)$$

#### ۸-۳- قطب‌های پاسخ فرکانسی

بر اساس تئوری پایداری نوسان‌گر، باید بخش حقیقی قطب‌های پاسخ فرکانسی منفی باشد والا نوسانگر (در اینجا لیزر) در حالت ناپایدار قرار

$$m_{11} = \kappa \left[ N_0 (1 - 3sA_{cw_0}^2) - 1 \right]$$

$$m_{12} = -\frac{A_{inj}}{\tau_{in}} \sin \phi_{cw_0}$$

$$m_{13} = \kappa A_{cw_0} (1 - sA_{cw_0}^2)$$

$$m_{21} = 2\alpha \kappa s A_{cw_0} N_0 - \frac{A_{inj}}{\tau_{in} A_{cw_0}^2} \sin(\phi_{cw_0}) \quad (16)$$

$$m_{22} = \frac{A_{inj}}{\tau_{in} A_{cw_0}} \cos(\phi_{cw_0})$$

$$m_{23} = \alpha \kappa (sA_{cw_0}^2 - 1)$$

$$m_{31} = 2\gamma_N N_0 A_{cw_0} (1 - 2sA_{cw_0}^2)$$

$$m_{33} = \gamma_N (1 + A_{cw_0}^2 (1 - sA_{cw_0}^2))$$

### ۶- پاسخ فرکانسی مدولاسیون مستقیم

پاسخ فرکانسی مدولاسیون مستقیم لیزر پیرو را به صورت نسبت تغییرات سیگنال کوچک دامنه میدان لیزر پیرو بر تغییرات سیگنال کوچک جریان لیزر پیرو تعریف می‌شود [۱۷].

$$H(s) = \frac{\Delta A_{cw}}{\Delta \mu} \quad (17)$$

با استفاده از ماتریس (۱۵) و ساده سازی روابط، پاسخ فرکانسی خواهد بود

$$H(s) = \frac{\Delta A_{cw}}{\Delta \mu} = M \frac{S + Z}{S^3 + AS^2 + BS + C} \quad (18)$$

که ضرایب در این رابطه به قرار زیر هستند.

$$\begin{aligned} A &= m_{33} + m_{22} - m_{11} \\ B &= m_{12}m_{21} + m_{13}m_{31} + m_{33}m_{22} - m_{11}m_{33} - m_{11}m_{22} \\ C &= m_{13}m_{31}m_{22} + m_{12}m_{21}m_{33} \\ &\quad - m_{12}m_{13}m_{23} - m_{11}m_{22}m_{33} \\ M &= \gamma_N m_{13} \\ Z &= m_{22} - \frac{m_{12}m_{23}}{m_{13}} \end{aligned} \quad (19)$$

در بخش ۸-۳- قطب‌های پاسخ فرکانسی با استفاده از مخرج رابطه (۱۸) و تعریف دترمینان به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$D(S) = S^3 + AS^2 + BS + C \quad (20)$$

### ۷- نرخ تزریق

به منظور ارائه معیاری از میزان توان تزریق شده به درون کواک لیزر پیرو، نرخ تزریق به صورت نسبت توان تزریق شده لیزر راهبر به توان لیزر پیرو در حالت بدون تزریق تعریف می‌شود.

$$R_{inj} = \frac{P_{inj}}{P_{fr}} = \left( \frac{A_{inj}}{A_{fr}} \right)^2 \quad (21)$$

$$D(S) = S^3 + AS^2 + BS + C \quad (28)$$

با توجه به اینکه در فرکانس‌های بالا (محدوده پاسخ فرکانسی لیزر) اندازه C نسبت به سایر بخش‌ها بسیار کم است

$$C \ll S^3, AS^2, BS \quad (29)$$

لذا قابل صرفنظر است علاوه بر اینکه در فرکانس تاثیر نداشته و در دامنه فرکانس تشدید اثر گذار است. پس می‌توان مخرج را به صورت زیر تخمین زد

$$D(j\omega) \approx j\omega(B - \omega^2 + j\omega A) \quad (30)$$

این مقدار متناسب با مقدار مخرج در رابطه پاسخ فرکانسی ذکر شده در [18] است،

$$D(j\omega) \approx j\omega(\omega_R^2 - \omega^2 + j\omega\gamma) \quad (31)$$

که در آن

$$B \approx \omega_R^2, \gamma \approx A \quad (32)$$

از پنج بخش ضریب B در رابطه (19) سه بخش آخر تاثیر ناچیزی داشته و قابل صرفنظر کردن است لذا

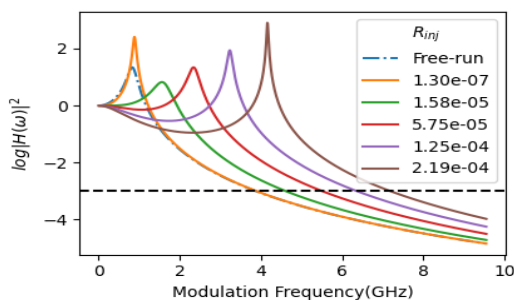
$$\omega_R^2 = m_{13}m_{31} + m_{12}m_{21} \quad (33)$$

از بخش دوم رابطه فوق می‌توان مشاهده کرد که با افزایش توان تزریق، فرکانس نوسانات واهلشی نیز افزایش می‌یابد.

## ۱۱- پاسخ فرکانسی

### ۱۱-۱- پاسخ فرکانسی مدولاسیون مستقیم لیزر پیرو

پاسخ فرکانسی مدولاسیون مستقیم لیزر پیرو با استفاده از رابطه (18) برای چند نرخ تزریق مختلف محاسبه شده و در شکل (3) مشاهده می‌گردد. همانگونه که در این شکل مشهود است با افزایش توان تزریق، پهنای باند لیزر پیرو نیز زیاد می‌شود.



شکل (3): در پاسخ فرکانسی مدولاسیون مستقیم لیزر پیرو، مشاهده می‌گردد که با افزایش نرخ تزریق پهنای باند زیاد می‌شود

### ۱۱-۲- پاسخ فرکانسی مدولاسیون دامنه لیزر راهبر

بجای آنکه سیگنال بر روی جریان لیزر پیرو سوار شود، می‌توان سیگنال را بر روی دامنه میدان لیزر راهبر اعمال نمود، مثلاً با استفاده از مدولاسیون مستقیم لیزر راهبر. آنگاه پاسخ فرکانسی مدولاسیون دامنه لیزر راهبر به صورت نسبت تغییرات سیگنال کوچک دامنه

می‌گیرد. [18] پس لازم است تا قطب‌های رابطه (18) بررسی گردد. حذف قطب‌های با بخش حقیقی مثبت باعث می‌شود تا محدوده قفل‌شدگی نامتقارن شده و بخش منفی فرکانس ناکوکی پهن باشد.

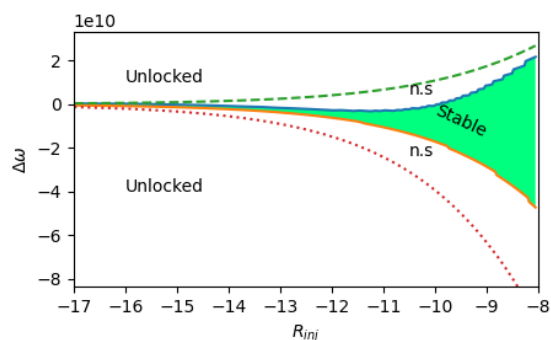
## ۹- ناحیه قفل‌شدگی

به منظور شبیه‌سازی میزان تاثیر قفل تزریق نوری از مقادیر عددی جدول (1) استفاده شده است [12].

در شکل (2) نمودار تغییرات فرکانس ناکوکی بر حسب تغییرات دامنه میدان تزریق رسم و ناحیه قفل‌شدگی با رنگ سبز مشخص شده است. فاصله بین این ناحیه و دو خط چین، بخش ناپایدار است که با توجه به شرط بند 8-3- از ناحیه قفل‌شدگی جدا شده‌اند. در خارج فاصله بین دو خط چین نیز ناحیه‌ای است که قفل‌شدگی اتفاق نمی‌افتد.

جدول (1): مقدار ثابت‌های استفاده شده در شبیه‌سازی [12]

نام ثابت	علامت اختصاری	مقدار	واحد
بهبود عرض خط	$\alpha$	3.5	-
ضریب اشباع خود	S	0.005	-
ضریب اشباع متقابل	C	0.01	-
ضریب دامنه میدان	k	0.4412	ns <sup>-1</sup>
شیفت فاز	$k\phi$	1.4966	-
زمان چرخش درون کاواک	$\tau_{in}$	0.6	ps
نرخ نابودی حامل	$\gamma$	0.2	ns <sup>-1</sup>
جریان	$\mu$	1.704	-



شکل (2): نمودار مشخصه ناحیه قفل‌شدگی (ناحیه سبز رنگ)

مشاهده می‌گردد که با افزایش نرخ، ناحیه قفل‌شدگی پهن‌تر شده و یا به عبارتی فرکانس ناکوکی افزایش یافته است.

## ۱۰- فرکانس نوسانات واهلشی

به منظور بدست آوردن فرکانس نوسانات واهلشی مجدداً لازم است تا پاسخ فرکانسی رابطه (18) بررسی گردد

پهنای باند مدولاسیون دامنه لیزر راهبر بسیار بیشتر (بیش از ۳۰۰ برابر) پهنای باند مدولاسیون مستقیم لیزر پیرو است. با افزایش نرخ تزریق مشاهده می‌گردد که پهنای باند پاسخ فرکانسی کاهش می‌یابد.

### ۱۱-۳- پاسخ فرکانسی مدولاسیون فاز لیزر راهبر

#### ۱۱-۳-۱- سیگنال پاسخ دامنه لیزر پیرو است

چنانچه سیگنال به فاز میدان لیزر راهبر اعمال شود، آنگاه پاسخ فرکانسی لیزر پیرو در حالتی که سیگنال پاسخ دامنه میدان لیزر راهبر باشد، برابر است با تغییرات سیگنال کوچک دامنه میدان لیزر پیرو بر تغییرات سیگنال کوچک فاز میدان لیزر راهبر

$$H_{MPSA}(S) = \frac{\Delta A_{cw}}{\Delta \phi_{inj}} \quad (37)$$

و با بهره‌گیری از ماتریس رابطه (۱۵) پاسخ فرکانسی مدولاسیون فاز لیزر راهبر بدست می‌آید

$$H_{MPSA}(S) = U \frac{S^2 + WS + Y}{D(S)} \quad (38)$$

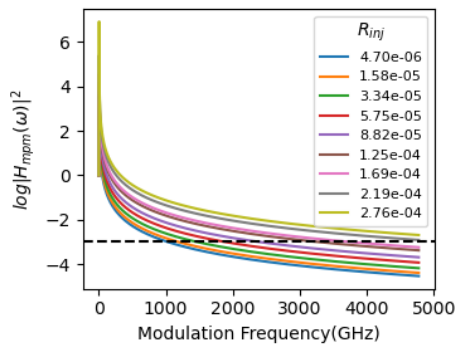
که در این رابطه  $D(S)$  همان مخرج رابطه (۱۸) است و سایر ضرایب عبارتند از

$$U = -\frac{A_{inj}}{\tau_{in}} \sin \phi_{cw_0}$$

$$W = m_{22} + m_{33} - \frac{m_{12}}{A_{cw_0}} \cot \phi_{cw_0} \quad (39)$$

$$Y = m_{22}m_{33} - \frac{m_{12}m_{33}}{A_{cw_0}} \cot \phi_{cw_0}$$

پهنای باند پاسخ فرکانسی همانگونه که در شکل (۶) مشاهده می‌گردد پهنای باند در محدوده چند ده تراهرتز است. یعنی بسیار بیشتر از مدولاسیون مستقیم لیزر پیرو و مدولاسیون دامنه لیزر راهبر است.



شکل (۶) پهنای باند مدولاسیون فاز لیزر راهبر در حالتی که سیگنال پاسخ دامنه میدان لیزر پیرو است. افزایش نرخ تزریق باعث افزایش پهنای باند شده است.

همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش نرخ تزریق پهنای باند افزایش یافته است. در شکل (۷) نیز تاثیر مثبت افزایش نرخ تزریق بر روی افزایش فرکانس قله‌ها مشاهده می‌گردد.

میدان لیزر پیرو به تغییرات سیگنال کوچک دامنه میدان لیزر راهبر تعریف می‌شود،

$$H_{MAM}(S) = \frac{\Delta A_{cw}}{\Delta A_{inj}} \quad (34)$$

با استفاده از ماتریس رابطه (۱۵) پاسخ فرکانسی مدولاسیون دامنه لیزر راهبر بدست می‌آید،

$$H_{MAM}(S) = P \frac{S^2 + RS + T}{D(S)} \quad (35)$$

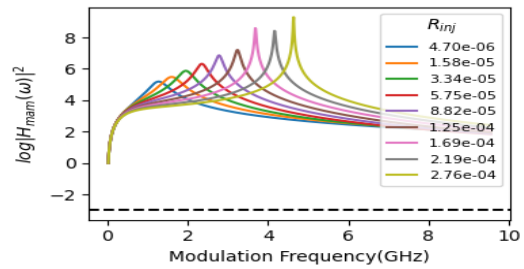
که در آن  $D(S)$  همان مخرج پاسخ فرکانسی مدولاسیون مستقیم رابطه (۱۸) است. سایر ضرایب نیز عبارتند از

$$P = \frac{\cos \phi_{cw_0}}{\tau_{in}}$$

$$R = m_{22} + m_{33} - \frac{m_{12}}{A_{cw_0}} \tan \phi_{cw_0} \quad (36)$$

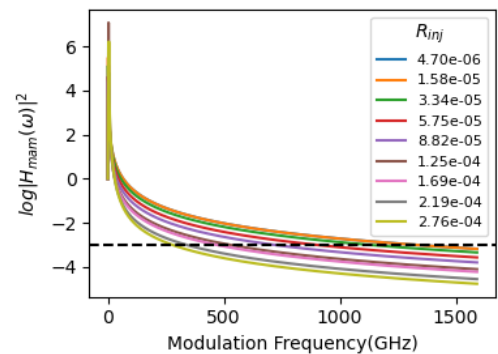
$$T = m_{22}m_{33} - \frac{m_{11}m_{33}}{A_{cw_0}} \tan \phi_{cw_0}$$

در شکل (۴) نمودار پاسخ فرکانسی مدولاسیون دامنه لیزر راهبر مشاهده می‌گردد. قله پاسخ فرکانسی با افزایش نرخ تزریق به سمت فرکانس‌های بالاتر شیفت یافته است.



شکل (۴): در پاسخ فرکانسی مدولاسیون دامنه لیزر راهبر، با افزایش نرخ تزریق قله پاسخ فرکانسی به سمت فرکانس‌های بالاتر و اندازه بیشتر جابجا می‌شود.

همچنین پهنای باند این مدولاسیون در شکل (۵) مشاهده می‌گردد.



شکل (۵): پهنای باند مدولاسیون دامنه لیزر راهبر با افزایش نرخ تزریق، کاهش می‌یابد.



## ۱۲- مقایسه پاسخ‌های فرکانسی

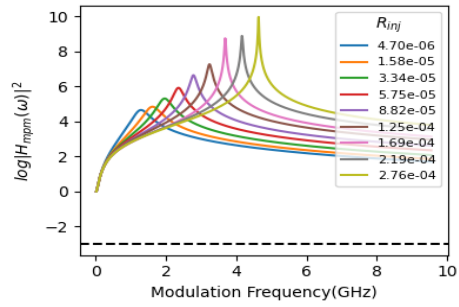
نمودار پاسخ فرکانسی چهار مدل مدولاسیون (مستقیم پیرو، دامنه راهبر، فاز راهبر با پاسخ دامنه پیرو و فاز راهبر با پاسخ فاز پیرو) در بخش قبل ترسیم شد. با توجه به اینکه در هر چهار رابطه دترمینان ثابت بود پس قطب‌های پاسخ فرکانسی تاثیر مشابهی را بر روی پاسخ فرکانسی خواهند داشت. این موضوع با توجه به اینکه قله‌های موجود در پاسخ فرکانسی متناسب هستند با فرکانس تشدید (یا نوسانات واهلشی) [۱۸] و فرکانس تشدید نیز طبق روابط بخش ۱۰-نسبت مستقیم با نرخ تزریق دارد لذا همانگونه که در نمودارهای پاسخ فرکانسی مشهود بود، قطب‌ها با افزایش نرخ تزریق به سمت فرکانس‌های بالاتر شیف‌ت یافته‌اند. موضوع مهم دیگر در اینجا پهنای باند مدولاسیون است در مدولاسیون‌های لیزر راهبر پاسخ فرکانسی در صورت خود رابطه‌ای درجه دو است بر خلاف مدولاسیون مستقیم لیزر پیرو که در صورت رابطه درجه یک داشت. لذا این انتظار می‌رود که با افزایش فرکانس، پاسخ فرکانسی دیرتر تحلیل برود. یا به عبارت دیگر پهنای باند مدولاسیون بیشتر شود. با بررسی نمودارها این موضوع تایید می‌گردد به نحوی که پهنای باند مدولاسیون فاز لیزر راهبر در حالتی که پاسخ دامنه لیزر پیرو است، بیشترین مقدار را دارد (در حدود ۸۰ برابر پهنای باند مدولاسیون مستقیم لیزر پیرو است).

## ۱۳- نتیجه‌گیری

بر اساس معادلات میدان الکتریکی و جمعیت حامل‌ها در لیزر نیمه‌هادی حلقوی روابط جدیدی برای فرکانس ناکوکی، محدوده پایداری لیزر پیرو در حالت قفل شده و پاسخ فرکانسی مدولاسیون مستقیم لیزر پیرو، پاسخ فرکانسی مدولاسیون دامنه لیزر راهبر و پاسخ فرکانسی مدولاسیون فاز لیزر راهبر ارائه گردید. مشاهده گردید که با افزایش توان تزریق لیزر راهبر، ناحیه قفل‌شدگی پهن‌تر شده و پهنای باند پاسخ فرکانسی و همچنین فرکانس نوسانات واهلشی افزایش می‌یابد. همچنین پاسخ فرکانسی مدولاسیون فاز لیزر راهبر در حالتی که سیگنال پاسخ دامنه لیزر پیرو باشد با بیشترین پهنای باند محاسبه شد لذا چنانچه نیاز به افزایش پهنای باند باشد استفاده از این نوع مدولاسیون مفید خواهد بود.

## مراجع

- [1] Ramirez, J.P., et al., The sympathy of two pendulum clocks: beyond Huygens' observations. Scientific reports, 2016. 6: p. 23580.
- [2] Adler, R., A study of locking phenomena in oscillators. Proceedings of the IRE, 1946. 34(6): p. 351-357.
- [3] Pantell, R., The laser oscillator with an external signal. Proceedings of the IEEE, 1965. 53(5): p. 474-477.
- [4] Steier, W. and H. Stover, Locking of laser oscillators by light injection. IEEE Journal of Quantum Electronics, 1966. 2(4): p. 111-112.



شکل (۷) پاسخ فرکانسی مدولاسیون فاز لیزر راهبر در حالتیکه پاسخ دامنه لیزر پیرو است.

## ۱۱-۳-۲- سیگنال پاسخ فاز لیزر پیرو است

چنانچه سیگنال پاسخ، فاز میدان لیزر پیرو باشد، آنگاه پاسخ فرکانسی به صورت نسبت تغییرات سیگنال کوچک فاز لیزر پیرو به تغییرات سیگنال کوچک فاز لیزر راهبر تعریف می‌گردد

$$H_{MPSP}(S) = \frac{\Delta\phi_{cw}}{\Delta\phi_{inj}} \quad (40)$$

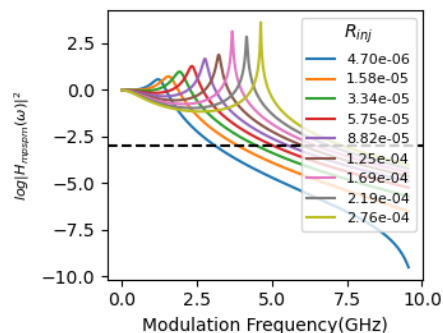
با استفاده از ماتریس رابطه (۱۵) می‌توان پاسخ فرکانسی را محاسبه کرد.

$$H_{MPSP}(S) = V \frac{S^2 + GS - F}{D(S)} \quad (41)$$

که در آن  $D(S)$  همان مخرج پاسخ فرکانسی مدولاسیون مستقیم (رابطه (۱۸)) است. و ضرایب عبارتند از

$$\begin{aligned} V &= \frac{A_{inj}}{A_{cw_0} \tau_{in}} \cos \phi_{cw_0} \\ G &= m_{33} - m_{11} + A_{cw_0} \tan \phi_{cw_0} \\ F &= m_{13} m_{31} + m_{11} m_{33} \\ &\quad + (m_{23} m_{31} - m_{21} m_{23}) A_{cw_0} \tan \phi_{cw_0} \end{aligned} \quad (42)$$

نمودار این پاسخ فرکانسی در شکل (۸) رسم شده است. پهنای باند در محدوده گیگاهرتز و مانند مدولاسیون مستقیم لیزر پیرو است.



شکل (۸) پهنای باند، در پاسخ فرکانسی مدولاسیون فاز لیزر راهبر در حالتی که پاسخ فاز لیزر پیرو، با افزایش نرخ تزریق، افزایش می‌یابد.

- [5] Shortiss, K., et al., The effect of relaxation oscillations in integrated optical comb demultiplexers based on injection locking. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 2019. 55(6): p. 1-6.
- [6] Sun, C., et al., Modulation characteristics enhancement of monolithically integrated laser diodes under mutual injection locking. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2015. 21(6): p. 628-635.
- [7] Perrott, A.H., et al. A comparison between off and on-chip injection locking in a photonic integrated circuit. in *Photonics*. 2019. Multidisciplinary Digital Publishing Institute.
- [8] Liu, Z. and R. Slavik, *Optical Injection Locking: from Principle to Applications*. *Journal of Lightwave Technology*, 2019.
- [9] Lau, E.K., L.J. Wong, and M.C. Wu, Enhanced modulation characteristics of optical injection-locked lasers: A tutorial. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2009. 15(3): p. 618-633.
- [10] Khoder, M., G. Van der Sande, and G. Verschaffelt, Reducing the sensitivity of semiconductor ring lasers to external optical injection using selective optical feedback. *Journal of Applied Physics*, 2018. 124(13): p. 133101.
- [11] Mu, P., P. He, and N. Li, Simultaneous chaos time-delay signature cancellation and bandwidth enhancement in cascade-coupled semiconductor ring lasers. *IEEE Access*, 2019. 7: p. 11041-11048.
- [12] Coomans, W., et al., Optical injection in semiconductor ring lasers. *Physical Review A*, 2010. 81(3): p. 033802.
- [13] Sorel, M., et al., Operating regimes of GaAs-AlGaAs semiconductor ring lasers: experiment and model. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 2003. 39(10): p. 1187-1195.
- [14] Sorela, M., et al., Unidirectional bistability in semiconductor waveguide ring lasers. *APPLIED PHYSICS LETTERS*, 2002. 80(17).
- [15] Gelens, L., et al., Optical injection in semiconductor ring lasers: backfire dynamics. *Optics express*, 2008. 16(15): p. 10968-10974.
- [16] Numai, T., *Fundamentals of semiconductor lasers*. 2015, Springer.
- [17] Chuang, S.L., *Physics of photonic devices*. Vol. 80. 2012: John Wiley & Sons.
- [18] Coldren, L.A., S.W. Corzine, and M.L. Mashanovitch, *Diode lasers and photonic integrated circuits*. Second ed. Vol. 218. 2012: John Wiley & Sons.

زیر نویس ها

<sup>1</sup> Clock Wise

<sup>2</sup> Counter Clock Wise

<sup>3</sup> Linewidth enhancement factor

<sup>4</sup> Cavity round trip time

<sup>5</sup> Detuning frequency

<sup>6</sup> Relaxation oscillation