

Simulation and Estimation of the Capacity of Four Qubit GHZ State Superdense Coding Protocol on the Platform of IBM Quantum Computer

Seyed Mohsen Moosavi Khansari¹

¹ Assistant Professor, Department of Physics, Faculty of Basic Science, Ayatollah Boroujerdi University, Boroujerd, Iran
m.moosavikhansari@abru.ac.ir

Abstract:

This article introduces an innovative four-qubit GHZ state protocol for superdense quantum coding, aimed at maximizing the capacities of quantum systems. The coding capacity was theoretically compared to the Holevo bound, which defines the limit of extractable information from a quantum system. Simulations were performed using quantum computing software, followed by implementation on the IBM Quantum Computer to assess both theoretical and practical outcomes. Experimental findings revealed a slight deviation from theoretical predictions: while theory assigned a 50% probability to each state, practical results indicated 50.19531% and 49.80469%. These differences are attributed to environmental noise and qubit interactions, which pose challenges in quantum computing. The study highlights the need for strategies to mitigate noise and enhance measurement precision. Results were presented using bar charts, facilitating clear data analysis and revealing patterns better. Overall, this research provides a new protocol and addresses key challenges in quantum technology, contributing significantly to the field of quantum computing and paving the way for future advancements.

Keywords: Quantum superdense coding, Four qubit GHZ state , Holevo bound, IBM Quantum Computer

Article Type: Research

Received: 24. 09. 2023

Revised: 15. 02. 2024

Accepted: 22. 12. 2024

Corresponding author: Seyed Mohsen Moosavi Khansari

Corresponding author's address: The third kilometer of Khorramabad road, Ayatollah Boroujerdi University, Boroujerd, Iran



1. Motivation of the work

The development and validation of an innovative quantum coding protocol designed to enhance the efficiency of quantum information processing. By focusing on maximizing the capacities of quantum systems, the article seeks to address the critical challenges that arise in practical quantum computing scenarios, such as environmental noise and interaction with qubits. The comparison with the Holevo bound emphasizes the protocol's theoretical foundation and its capacity to push the boundaries of what is achievable in quantum coding. The practical implementation on the IBM Quantum Computer provides a necessary bridge between theory and application, highlighting the real-world viability of the proposed protocol despite observed discrepancies due to environmental factors. Additionally, emphasizing the use of bar charts to analyze results illustrates a commitment to clear data presentation, which aids researchers in understanding and interpreting complex information. Ultimately, the article aims to contribute valuable insights to the field of quantum computing, encouraging ongoing exploration and technological advancements in this rapidly evolving area.

2. Contributions

Innovative Protocol: The four-qubit GHZ state protocol significantly advances superdense quantum coding, enhancing the efficiency and capacity of quantum information processing. **Theoretical Foundation:** Comparing the protocol's coding capacity with the Holevo bound establishes a strong theoretical framework for understanding information extraction limits in quantum systems. **Validation Through Simulation:** Simulations using quantum computing software allow thorough testing of the protocol, enhancing result reliability before practical implementation. **Real-World Application:** The protocol's implementation on the IBM Quantum Computer demonstrates its feasibility in practical quantum computing, bridging theory and application.

Insight into Discrepancies: Analyzing deviations between theoretical and experimental results offers insights into environmental noise and qubit interactions, crucial for improving quantum technologies. **Emphasis on Noise Reduction:** Addressing the need for noise mitigation and improved measurement precision tackles a key challenge, benefiting future quantum research and development.

Effective Data Presentation: Bar charts enhance the clarity of complex results, making it easier for researchers to identify patterns and draw conclusions.

Contribution to Quantum Research: This research advances the understanding of quantum technologies, serving as a foundation for future innovations and progress in quantum computing.

3. Procedures

Development of the Protocol: The study begins with designing a four-qubit GHZ state protocol to enhance superdense quantum coding, maximizing quantum systems' potential for information encoding. **Theoretical Analysis:** Researchers compare the new protocol's coding capacity to the Holevo bound, establishing a strong understanding of the maximum extractable information and confirming the protocol's effectiveness. **Simulations:** Simulations using specialized quantum computing software rigorously test the protocol's theoretical aspects, ensuring it meets performance metrics before real-world application.

Practical Implementation: The protocol is implemented on the IBM Quantum Computer, allowing observation of its operation in real-world conditions, critical for validating simulation results and practical viability.

Data Collection and Analysis: After experiments, researchers collect performance data, noting slight deviations from predicted probabilities (theoretical: 50%, experimental: 50.19531% and 49.80469%).

Investigation of Discrepancies: Discrepancies are analyzed and attributed to environmental noise and qubit interactions, known challenges in quantum computing. **Focus on Noise Mitigation:** The study emphasizes developing strategies to reduce noise and improve measurement precision, vital for enhancing quantum technology reliability. **Data Visualization:** Results are presented using bar charts, aiding clear analysis and helping researchers identify patterns, making findings more accessible. **Contributions to Quantum Computing:** The study highlights its contributions to quantum computing, showing how the protocol and insights can foster future advancements in the field.

4. Findings

New Protocol Development: The innovative four-qubit GHZ state protocol enhances superdense quantum coding, optimizing the efficiency of information encoding and transmission. **Comparison with the Holevo Bound:** Evaluating the protocol against the Holevo bound establishes its effectiveness in maximizing extractable information from quantum systems. **Simulation and Practical Implementation:** Rigorous testing involved simulations followed by implementation on the IBM Quantum Computer, confirming the protocol's practical viability. **Experimental Results and Deviations:** Slight deviations from predicted probabilities (50.19531% and 49.80469%) reveal real-world challenges from environmental noise and qubit interactions. **Focus on Noise Mitigation:** Emphasizing strategies for noise reduction and measurement precision is crucial for advancing reliable quantum technologies. **Data Visualization:** Bar charts facilitate clear analysis and pattern recognition in results, enhancing understanding and accessibility.

5. Conclusion

This article presents a novel four-qubit GHZ state protocol for superdense quantum coding that demonstrates potential for maximizing the capabilities of quantum systems. By comparing the protocol's coding capacity to the Holevo bound and validating it through simulations and practical implementation on the IBM Quantum Computer, the study effectively bridges theoretical expectations with real-world applications. The observed deviations in probabilities highlight critical challenges such as environmental noise and qubit interactions, underscoring the necessity for improved noise mitigation strategies and measurement precision in quantum computing. Overall, this research not only advances the understanding of quantum technologies but also sets the stage for future innovations in the field.

شبیه‌سازی و برآورد ظرفیت پروتکل کدگذاری فوق فشرده حالت GHZ چهار کیوبیتی در بستر رایانه کوانتومی IBM

سید محسن موسوی خوانساری^۱

۱- استادیار- گروه فیزیک- دانشکده علوم پایه- دانشگاه آیت الله بروجردی (ره)- بروجرد- ایران

m.moosavikhansari@abru.ac.ir

چکیده: در این مقاله، یک پروتکل نوآورانه برای کدگذاری فوق فشرده کوانتومی بر اساس حالت GHZ چهار کیوبیتی توسعه یافته است. این پروتکل نوین با هدف بهره‌گیری از ظرفیت حداکثری سیستم‌های کوانتومی طراحی شده و به طور جامع از منظر نظری بررسی شده است. در این راستا، ظرفیت کدگذاری پروتکل با کران Holevo مقایسه شده که این کران، حداکثر اطلاعات قابل استخراج از یک سیستم کوانتومی را مشخص می‌کند. برای اعتبارسنجی این پروتکل، شبیه‌سازی‌هایی با استفاده از نرم‌افزارهای محاسبات کوانتومی انجام شده است. به منظور بررسی عملی، پروتکل بر روی رایانه کوانتومی IBM پیاده‌سازی گردیده است. این مراحل به محققان اجازه می‌دهد تا نتایج نظری و عملی را با یکدیگر مقایسه کنند. نتایج تجربی نشان‌دهنده تفاوت‌هایی با پیش‌بینی‌های نظری بودند؛ به طوری که در نتایج نظری، هر حالت دارای احتمال وقوع ۵۰٪ بود، اما در شرایط عملی، این مقادیر به ۵۰٫۱۹۵۳۱٪ و ۴۹٫۸۰۴۶۹٪ تغییر یافت. تفاوت اشاره شده ناشی از نوفه محیط و برهمکنش‌های کیوبیت-محیط است؛ مسئله‌ای که یکی از چالش‌های اساسی در عرصه محاسبات کوانتومی محسوب می‌شود. این تحقیق نه تنها به بررسی این چالش‌ها پرداخته، بلکه بر اهمیت یافتن راه‌حلی برای کاهش نوفه و بهبود دقت اندازه‌گیری‌ها نیز تاکید دارد. برای نمایش نتایج، از نمودارهای میله‌ای استفاده شده که ابزاری مؤثر برای ارائه داده‌ها به شکل بصری و تسهیل تحلیل‌های دقیق‌تر هستند. استفاده از این نمودارها، درک الگوها و ناهمبستگی در داده‌ها را ساده‌تر می‌سازد و به محققان امکان می‌دهد تا به شناسایی و تحلیل جزئیات بیشتری بپردازند. به طور کلی، این پژوهش با ارائه یک پروتکل جدید و بررسی دقیق چالش‌ها و توانمندی‌های تکنولوژی‌های کوانتومی، به توسعه دانش در حوزه محاسبات کوانتومی کمک شایانی می‌کند. این دستاوردها می‌توانند زمینه‌ساز پیشرفت‌های بعدی در این فناوری نوظهور باشند.

کلمات کلیدی: کدگذاری فوق فشرده کوانتومی، حالت GHZ چهار کیوبیتی، کران Holevo، رایانه کوانتومی IBM

نوع مقاله: پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۲/۰۷/۰۲

بازنگری: ۱۴۰۳/۰۹/۱۵

پذیرش: ۱۴۰۳/۱۰/۰۲

نام نویسنده‌ی مسئول: سید محسن موسوی خوانساری

نشانی نویسنده‌ی مسئول: ایران - بروجرد - ۳ جاده خرم آباد- دانشگاه آیت الله بروجردی (ره)

۱- مقدمه

برخلاف پیشنهاد اولیه، که در آن برای هر ذره ارسال شده دو بیت اطلاعات در نظر گرفته می‌شد، اکنون این وضعیت تغییر کرده و ما تنها یک و نیم بیت اطلاعات در هر ذره داریم. این تغییر نشان‌دهنده اهمیت و پیچیدگی‌هایی است که در دنیای کوانتومی وجود دارد. در این تحقیق، ما از یک حالت کوانتومی GHZ چهار کیوبیتی بهره خواهیم برد و قصد داریم به بررسی یک پروتکل خاص پردازیم که به وسیله این حالت، امکان انتقال پیام‌های کلاسیک را به صورت فوق فشرده فراهم می‌آورد. این پروتکل می‌تواند به شیوه‌های نوینی در ارتباطات و انتقال اطلاعات منجر شود و عمیق‌تر به درک ما از ظرفیت‌های ارتباطات کوانتومی کمک کند.

۲- مطالب اصلی

۲-۱- کد گذاری فوق فشرده کوانتومی

کدگذاری فوق فشرده کوانتومی یک روش پیشرفته در انتقال اطلاعات است که اساس آن بر استفاده از ویژگی‌های خاص مکانیک کوانتوم و به‌ویژه اصول درهم‌تنیدگی و تصحیح خطا بنا شده است. این نوع کدگذاری به منظور بهبود کارایی و امنیت انتقال داده‌ها طراحی شده است.

مفاهیم اصلی در کدگذاری فوق فشرده کوانتومی:

۱. **درهم‌تنیدگی:** درهم‌تنیدگی پدیده‌ای است که در آن دو ذره کوانتومی به گونه‌ای به یکدیگر متصل می‌شوند که وضعیت یکی بلافاصله بر وضعیت دیگری تأثیر می‌گذارد، حتی اگر این دو ذره فاصله زیادی از یکدیگر داشته باشند. این ویژگی می‌تواند در فرآیند انتقال اطلاعات برای ایجاد ارتباط مستقیم و امن به کار رود.

۲. **کدهای تصحیح خطا:** استفاده از کدهای تصحیح خطا در کدگذاری فوق فشرده کوانتومی باعث می‌شود که حتی در صورت بروز اختلالات در انتقال داده، اطلاعات به شکل صحیح بازبایی شوند. این کدها به گونه‌ای طراحی شده‌اند که بتوانند خطای ناشی از اختلالات محیطی را شناسایی و تصحیح کنند.

۳. **انتقال اطلاعات با حداکثر ظرفیت:** با استفاده از کدگذاری فوق فشرده کوانتومی، می‌توان داده‌ها را با حداکثر ظرفیت موجود در کانال‌های کوانتومی انتقال داد. این روش به کاهش اتلاف اطلاعات کمک می‌کند و باعث بهبود کارایی سیستم‌های ارتباطی می‌شود.

۴. **استفاده از حالت‌های چندبخشی:** یکی از پیشرفت‌های اخیر در کدگذاری فوق فشرده کوانتومی، استفاده از حالت‌های چند بخشی است. این روش به افزایش کمیت و کیفیت انتقال اطلاعات کمک می‌کند و امکانات جدیدی را برای توسعه فناوری‌های کوانتومی فراهم می‌آورد.

کاربردها و اهمیت:

کدگذاری فوق فشرده کوانتومی به تقویت امنیت اطلاعات در سیستم‌های مخابراتی، بانکداری الکترونیک، و بسیاری از حوزه‌های دیگر که نیاز به انتقال امن و سریع اطلاعات دارند، کمک می‌کند. این

در سال‌های اخیر، حالت‌های کوانتومی و ویژگی‌های منحصر به فرد آن‌ها در زمینه مخابرات و همچنین در حوزه رمزنگاری کوانتومی به‌طور قابل توجهی مورد توجه و بررسی قرار گرفته‌اند. این توجه فزاینده به دلیل پتانسیل‌های بالای این فناوری‌ها در ایجاد سیستم‌های ارتباطی امن‌تر و روش‌های جدید برای رمزگشایی داده‌ها به وجود آمده است. طرح مخابره دوطرفه کوانتومی کنترلی به‌طور خاص با استفاده از یک کانال ده کیوبیتی طراحی شده است که در آن، ظرفیت‌های خاص ارتباطات کوانتومی به کار گرفته می‌شود. علاوه بر این، به‌طور مستقل گفتگوی امن کوانتومی نیز که به عنوان مخابره مستقیم امن کوانتومی دوطرفه شناخته می‌شود، مورد مطالعه قرار گرفته است. در این راستا، بررسی‌های دقیق و جامعی در ارتباط با ویژگی‌ها، عملکرد و قابلیت‌های این روش‌ها صورت گرفته است تا به درک بهتری از پتانسیل‌های آنها در زمینه ارتباطات امن دست یابیم [۱،۲].

ایده اولیه پروتکل کدگذاری فوق فشرده کوانتومی توسط بنت و ویزنر در مقاله‌ای بنیادی و مهم در زمینه علوم کوانتومی بنا نهاده شد که تأثیر بسزایی بر تحقیقات بعدی داشت. این پروتکل به‌وضوح توضیح می‌دهد که چگونه حالت‌های درهم‌تنیده می‌توانند ظرفیت ارتباطی طرفین را در یک مبادله اطلاعاتی به طرز قابل توجهی افزایش دهند و این امر می‌تواند به بهبود روش‌های ارتباطی منجر شود.

در یک کانال کلاسیک ایده‌آل، لازمه انتقال دو بیت اطلاعات، دستکاری و انتقال حداقل دو ذره یا حالت فیزیکی است که برای رمزگذاری اطلاعات مورد استفاده قرار می‌گیرند. به عبارت دیگر، اگر آلیس تصمیم به ارسال دو بیت اطلاعات به باب داشته باشد، این به این معناست که او باید دو ذره را به صورت مجزا برای باب ارسال کند تا اطلاعات مورد نظر منتقل شود. با این حال، اگر طرفین بتوانند یک حالت حداکثر درهم‌تنیده دوبرخی را که به‌صورت ریاضی به شکل $(|0_A\rangle|0_B\rangle + |1_A\rangle|1_B\rangle)/\sqrt{2}$ تعریف می‌شود، به اشتراک بگذارند، در این صورت آلیس قادر خواهد بود که دو بیت اطلاعات را با دستکاری و ارسال تنها یک کیوبیت ارسال کند. این ویژگی منحصر به فرد در پروتکل‌های کوانتومی نشان‌دهنده ظرفیت بالای ارتباطات کوانتومی در مقایسه با روش‌های کلاسیک است و می‌تواند به شیوه‌های جدیدی از انتقال اطلاعات کمک کند [۳،۴].

بعدها مشخص شد که با استفاده از یک حالت GHZ درهم‌تنیده سه بخشی که به صورت حالت کوانتومی $(|0_A\rangle|0_B\rangle|0_C\rangle + |1_A\rangle|1_B\rangle|1_C\rangle)/\sqrt{2}$ بیان می‌شود، امکان انتقال سه بیت اطلاعات به‌طور همزمان وجود دارد. این انتقال اطلاعات تنها به دو کیوبیت برای ارسال نیازی دارد که این خود به‌عنوان یک پیشرفت چشمگیر در زمینه ارتباطات کوانتومی محسوب می‌شود. استفاده از چنین حالتی نه تنها می‌تواند کارایی پروتکل‌های کوانتومی را افزایش دهد، بلکه همچنین این پتانسیل را دارد که شیوه‌های جدیدی برای تحقق ارتباطات مؤثر و سریع فراهم کند [۳،۴].

$$|GHZ^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0000\rangle \pm |1111\rangle) \quad (۷)$$

$$|G^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0100\rangle \pm |1011\rangle) \quad (۸)$$

$$|H^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1000\rangle \pm |0111\rangle) \quad (۹)$$

$$|Z^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1100\rangle \pm |0011\rangle) \quad (۱۰)$$

ما این حالت‌ها را با بهره‌گیری از نرم‌افزارهای پیشرفته محاسبات کوانتومی به چهار گروه مختلف تقسیم‌بندی خواهیم کرد تا بتوانیم هر یک را به‌طور مجزا و با جزئیات بیشتر بررسی کنیم. سپس، برای هر یک از این گروه‌ها، مدارها و محاسبات مرتبط با آن‌ها را به دقت شبیه‌سازی می‌نماییم. این شبیه‌سازی‌ها به ما کمک می‌کند تا عملکرد و ویژگی‌های مشخصه هر گروه را بهتر درک کنیم و در نهایت به اطلاعات دقیقی دست یابیم که برای ادامه تحقیقات ما ضروری است.

شکل‌های ۱ تا ۴ که در انتهای مقاله ارائه شده‌اند، به وضوح شبیه‌سازی این حالت‌های کوانتومی را به تصویر می‌کشند و ما را در درک بهتر این وضعیت‌ها یاری می‌کنند. این شکل‌ها نمایانگر جنبه‌های متنوع و مختلفی هستند و نتایج مرتبط با این شبیه‌سازی‌ها را نشان می‌دهند که اطلاعات مفیدی را در اختیار ما قرار می‌دهند و می‌توانند به تحلیل‌های دقیق‌تری کمک کنند.

حال به اثبات این ادعا می‌پردازیم: حالت مذکور نمی‌تواند برای اجرای پروتکلی که تعداد کیوبیت مورد نیاز آن نصف تعداد پیام‌هایی است که قصد داریم ارسال شوند، به کار برده شود.

حداکثر مقدار اطلاعات کلاسیکی که یک دستگاه کوانتومی d بعدی می‌تواند منتقل کند، کران Holevo نامیده می‌شود و به صورت $H = \log_2 d$ (بیت) بیان می‌شود [۹]. در مورد حالت‌های ۴ کیوبیتی، چون $d = 2^4 = 16$ است، $H = \log_2 16 = 4$ بیت است. اما به طور کلی، ظرفیت کدگذاری فشرده، ξ برای یک حالت مشترک معین شده با ζ^{AB} بین دو طرف A و B با رابطه

$$\xi(\zeta^{AB}) = \log_2 d_A + S(\zeta^B) - S(\zeta^{AB}) \quad (۱۱)$$

تعریف می‌شود [۹]؛ که در آن d_A بعد دستگاه آلیس است، $\zeta^B = \text{Tr}_A(\zeta^{AB})$ ماتریس چگالی کاهیده برحسب زیردستگاه A است، ζ^{AB} ماتریس چگالی کل دستگاه است و $S(\rho) = -\text{Tr}(\rho \log_2 \rho)$ آنروپی فون نیومن است. با استفاده از معادله (۵) برای مورد تحت بررسی می‌توان نوشت:

$$\zeta^{AB} = |GHZ\rangle\langle GHZ| = \quad (۱۲)$$

فناوری به عنوان یکی از بخش‌های اصلی در توسعه کامپیوترهای کوانتومی و شبکه‌های کوانتومی محسوب می‌شود که به آینده فناوری اطلاعات و ارتباطات شکل خواهد داد

در نتیجه، کدگذاری فوق فشرده کوانتومی با به کارگیری اصول دقیق فیزیک کوانتومی، امکان جابجایی و ذخیره‌سازی داده‌ها را به سطوح جدیدی از کارایی و امنیت می‌رساند و به پیشرفت‌های فناوری در آینده کمک خواهد کرد.

پیش از اینکه پروتکل خود را با جزئیات ارائه کنیم، برای درک بهتر موضوع، پروتکل کدگذاری فوق فشرده کوانتومی اولیه را که در کتاب های مرجع محاسبات و اطلاعات کوانتومی مطرح می‌شود، به طور خلاصه مرور می‌کنیم. فرض کنیم که آلیس، $\mathcal{A}$ و باب، $\mathcal{B}$ حالت بل زیر را با هم به اشتراک گذاشته اند:

$$|\Phi^+\rangle = \frac{|0_{\mathcal{A}}\rangle|0_{\mathcal{B}}\rangle + |1_{\mathcal{A}}\rangle|1_{\mathcal{B}}\rangle}{\sqrt{2}} \quad (۱)$$

آلیس که به صورت محلی روی ذره خود گیت اعمال می‌کند، از طریق تبدیل های یکانی زیر، چهار حالت بل متعامد را به دست می‌آورد:

$$I|\Phi^+\rangle = \frac{|0_{\mathcal{A}}\rangle|0_{\mathcal{B}}\rangle + |1_{\mathcal{A}}\rangle|1_{\mathcal{B}}\rangle}{\sqrt{2}} = |\Phi^+\rangle \quad (۲)$$

$$\sigma_{\mathcal{A}}^z|\Phi^+\rangle = |\Phi^-\rangle = \frac{|0_{\mathcal{A}}\rangle|0_{\mathcal{B}}\rangle - |1_{\mathcal{A}}\rangle|1_{\mathcal{B}}\rangle}{\sqrt{2}} \quad (۳)$$

$$\sigma_{\mathcal{A}}^x|\Phi^+\rangle = |\Psi^+\rangle = \frac{|0_{\mathcal{A}}\rangle|1_{\mathcal{B}}\rangle + |1_{\mathcal{A}}\rangle|0_{\mathcal{B}}\rangle}{\sqrt{2}} \quad (۴)$$

$$i\sigma_{\mathcal{A}}^y|\Phi^+\rangle = |\Psi^-\rangle = \frac{|0_{\mathcal{A}}\rangle|1_{\mathcal{B}}\rangle - |1_{\mathcal{A}}\rangle|0_{\mathcal{B}}\rangle}{\sqrt{2}} \quad (۵)$$

پس از اجرای یکی از چهار تبدیل یکانی محلی، آلیس کیوبیت خود را برای باب می‌فرستد. باب با انجام اندازه‌گیری در پایه بل می‌تواند پیام دو بیتی را بازخوانی کند.

۲-۲- کد گذاری فوق فشرده کوانتومی با استفاده از حالت GHZ چهار کیوبیتی

حالت کوانتومی GHZ عمومی n کیوبیتی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$|GHZ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle^{\otimes n} + |1\rangle^{\otimes n}) \quad (۶)$$

بنابراین حالت GHZ چهار کیوبیتی ($n=4$)، به صورت $|GHZ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0000\rangle + |1111\rangle)$ نوشته می‌شود.

این حالت نمی‌تواند برای اجرای پروتکلی که تعداد کیوبیت مورد نیاز آن نصف تعداد پیام‌هایی که قصد داریم ارسال شوند است، به کار برده شود. آلیس با دستکاری دو کیوبیت خود فقط می‌تواند هشت حالت درهم تنیده متعامد به صورت زیر را ایجاد کند [۸-۵]:

۳- اجرای پروتکل در بستر IBM Quantum Computer

بستر برخط IBM Quantum Computer به محققان و برنامه‌نویسان اجازه می‌دهد تا با روش‌های نوین و بررسی‌های تجربی، ظرفیت سیستم‌های کوانتومی را در زمینه اطلاعات و کدگذاری بهبود دهند. پس از طراحی و شبیه‌سازی مدار، می‌توان آن را بر روی سیستم‌های کوانتومی IBM اجرا کرد. IBM Quantum Platform به محققان این امکان را می‌دهد که با استفاده از محیط برنامه‌نویسی Qiskit به سخت‌افزار دسترسی پیدا کنند. بسته به مدار و نوع کیوبیت‌ها، می‌توان از پیش‌پردازش‌ها و تکنیک‌های کاهش خطا برای بهینه‌سازی نتایج استفاده کرد [۱۲-۱۰].

کیوبیت‌های مورد استفاده در این شبیه‌سازی را مبتنی بر قراردادهای این بستر، به ترتیب با $q[0]$ ، $q[1]$ ، $q[2]$ و $q[3]$ نمایش می‌دهیم. سپس از گیت کوانتومی هادامارد (H) و گیت کوانتومی کنترل (CNOT) و گیت کوانتومی پاولی (Z) برای شبیه‌سازی تمامی حالت‌های پروتکل بهره می‌بریم.

با استفاده از بستر برخط رایانه کوانتومی IBM حالت اولیه $|GHZ^+\rangle$ را پیاده‌سازی می‌کنیم. این شبیه‌سازی در شکل ۵ ارائه شده است. برای پیاده‌سازی حالت $|GHZ^-\rangle$ نیز از عملگر پاولی Z که روی کیوبیت اول اعمال می‌شود، استفاده می‌کنیم. این شبیه‌سازی در شکل ۶ ارائه شده است. به همین منظور در شکل ۷ تا شکل ۱۲ و به ترتیب حالت‌های $|G^+\rangle$ و $|G^-\rangle$ و $|H^+\rangle$ و $|H^-\rangle$ و $|Z^+\rangle$ و $|Z^-\rangle$ ، شبیه‌سازی گردیده اند. اما نکته مهمی که در اینجا به آن می‌پردازیم، مبحث اندازه‌گیری کوانتومی است. به دلیل حجم زیاد محاسبات و شکل‌ها فقط اندازه‌گیری روی حالت $|G^-\rangle$ را تشریح می‌کنیم. با توجه به شکل ۲ این حالت به صورت $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0100\rangle - |1011\rangle)$ نوشته می‌شود. احتمال این که از اندازه‌گیری روی $|G^-\rangle$ حالت $|0100\rangle$ به دست آید، $\Pr_{th}(|0100\rangle) = (1/\sqrt{2})^2 = 0.5$ و نیز احتمال این که از اندازه‌گیری روی $|G^-\rangle$ حالت $|1011\rangle$ به دست آید، $\Pr_{th}(|1011\rangle) = (1/\sqrt{2})^2 = 0.5$ است. به عبارتی هر دو حالت با احتمال یکسان و برابر با ۵۰ درصد، رخ می‌دهند. حال اگر به شکل ۱۳ نگاه کنیم که در آن اندازه‌گیری روی هر چهار کیوبیت حالت $|G^-\rangle$ به صورت عملی پیاده‌سازی گردیده، خواهیم داشت $\Pr_{ex}(|0100\rangle) = 50.19531\%$ و $\Pr_{ex}(|1011\rangle) = 49.80469\%$.

۴- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، یک پروتکل نوآورانه و کارآمد برای کدگذاری فوق فشرده کوانتومی ارائه شد که بر پایه حالت GHZ چهار کیوبیتی استوار می‌شود و تلاش دارد تا از ظرفیت‌های بالقوه سیستم‌های کوانتومی به نحو احسن استفاده نماید. این پروتکل به‌طور جامع و دقیق با استفاده از نرم‌افزارهای تخصصی محاسبات کوانتومی توسعه داده شده و

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

از طرفی

$$\zeta^B = \text{Tr}_A(\zeta^{AB}) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (13)$$

اما بعد دستگاه A، $d_A = 4$ برابر 2^2 است اما چون ζ^{AB} قطری شدنی است، برای تجزیه طیفی این ماتریس ابتدا ویژه مقادیر آن را محاسبه می‌کنیم که مجموعه این ویژه مقادیر به صورت $\{1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$ هستند بنابراین فقط ویژه مقدار $\lambda = 1$ با ویژه تابع $u = (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$ در محاسبات وجود دارند. در نهایت می‌توان نوشت

$$S(\zeta^{AB}) = \lim_{\eta \rightarrow 0} (-\eta \log_2 \eta) + \lim_{\eta \rightarrow 1} (-\eta \log_2 \eta) = 0 \quad (14)$$

حال نتیجه می‌گیریم که

$$\xi(|GHZ\rangle\langle GHZ|) = \log_2 4 + S(\zeta^B) \quad (15)$$

اما

$$S(\zeta^B) = -\text{Tr} \left[\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \log_2(\frac{1}{2}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \log_2(\frac{1}{2}) \end{pmatrix} \right] \quad (16)$$

با جمع کردن این مقادیر به دست می‌آوریم

$$\xi(|GHZ\rangle\langle GHZ|) = \log_2 4 + 1 = 2 + 1 = 3 < 4 (= \text{Holevo Bound}) \quad (17)$$

بنابراین حالت مذکور قادر نیست که چهار بیت اطلاعات را با استفاده از دو کیوبیت کدگذاری کند. این حالت فقط می‌تواند سه بیت اطلاعات را با استفاده از دو کیوبیت کدگذاری می‌کند.

می‌کند تا به راحتی تفاوت‌ها و الگوهای موجود در داده‌ها را شناسایی کنیم و تحلیل‌های دقیق‌تری را انجام دهیم. اما نکته قابل توجه و بنیادی در زمینه اندازه‌گیری همین اجزاء با استفاده از بستر برخط معرفی شده، به وضوح قابل مشاهده است. با وجود اینکه احتمالات به‌دست آمده در شرایط عملی نزدیک به پنجاه درصد می‌باشند، اما به‌صورت کامل و دقیق با این مقدار مطابقت ندارند. برای اینکه پیش از این تحلیل شد، این احتمالات به‌صورت ۵۰,۱۹۵۳۱ درصد برای یکی از حالت‌ها و ۴۹,۸۰۴۶۹ درصد برای حالت‌های دیگر مورد ارزیابی قرار گرفتند. دلایل این اختلاف قابل تامل، به طراحی مرتبط با کیوبیت‌های ابررسانا در رایانه کوانتومی IBM بازمی‌گردد. این رایانه هنوز قادر به رفع کامل برهمکنش کیوبیت-محیط نیست و به همین دلیل، نوفه محیط به اشکال مختلف، مانع از منزوی شدن کیوبیت‌های مورد استفاده در این رایانه می‌شود و این نوفه خود می‌تواند تأثیرات قابل توجهی بر نتایج نهایی داشته باشد. به همین خاطر، نتایج به‌دست آمده از عملکرد این سیستم با نتایج نظری که پیش‌بینی شده بود در تطابق کامل نیست و این موضوع نشان‌دهنده چالش‌های موجود در عرصه محاسبات کوانتومی و اهمیت بررسی دقیق‌تر و حل مسائل تکنیکی موجود در این زمینه است.

همچنین به صورت عملی در بستر برخط رایانه کوانتومی IBM پیاده‌سازی گردید و آزمایش‌های مربوط به آن در شرایط مختلف و تحت کنترل‌های لازمه انجام گرفت. علاوه بر این، اندازه‌گیری‌های نظری و عملی به‌دقت و با رعایت جزئیات لازم بر روی حالت خاص $|G^-\rangle$ انجام شد که این امر خود نشانه‌ای از دقت و حرفه‌ای بودن این تحقیق است. درحین این اندازه‌گیری‌ها، تفاوت‌هایی در مورد احتمالاتی که مورد بررسی قرار گرفت، به‌وضوح مشاهده شد و این موضوع به نکات جالبی در زمینه تحلیل داده‌های کوانتومی می‌انجامد. احتمالات به‌دست آمده برای تمامی هشت حالت در محاسبات نظری که با استفاده از نرم‌افزارهای محاسبات کوانتومی به دست آمد، برابر با $Pr = (1/\sqrt{2})^2 = 0.5$ بود که خود نشان‌دهنده یک توازن منطقی و پیش‌بینی‌شده در نتایج می‌باشد. به بیان دیگر، اگر اندازه‌گیری‌های لازم بر روی هر یک از اجزای این هشت حالت انجام شود، هر کدام از آنها پنجاه درصد احتمال وقوع را به دست می‌دهند و این به معنای وجود یک توزیع متوازن در سیستم کوانتومی است.

این بستر برای نمایش اندازه‌گیری‌های خود، همان‌گونه که در شکل ۱۳ به‌طور واضح و مشخص دیده می‌شود، از نمودارهای میله‌ای استفاده می‌کند. نمودارهای میله‌ای به‌خوبی قابلیت نمایش داده‌ها و اندازه‌گیری‌ها را دارند و می‌توانند اطلاعات را به صورت بصری و در قالبی قابل درک به نمایش بگذارند. این روش نمایشی به ما کمک

(*Group 1*)

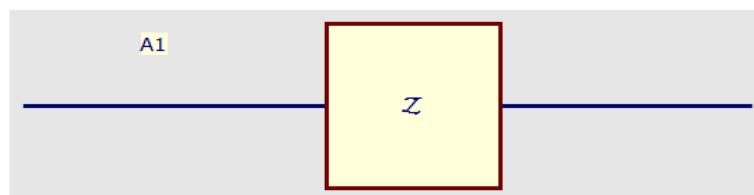
$$|GHZplus\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0_{A1}, 0_{A2}, 0_{B1}, 0_{B2}\rangle + |1_{A1}, 1_{A2}, 1_{B1}, 1_{B2}\rangle);$$

TraditionalForm[|GHZplus>]

$$|GHZminus\rangle = \text{QuantumPlot}[Z_{A1}]$$

TraditionalForm[QuantumEvaluate[Z_{A1} · |GHZplus>]]

$$\frac{|0000\rangle + |1111\rangle}{\sqrt{2}}$$



$$\frac{|0000\rangle}{\sqrt{2}} - \frac{|1111\rangle}{\sqrt{2}}$$

شکل (۱): شبیه‌سازی حالت‌های $|GHZ^\pm\rangle$

(*Group 2*)

$$| \text{GHZ1} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (| 0_{\hat{A}_1}, 0_{\hat{A}_2}, 0_{\hat{B}_1}, 0_{\hat{B}_2} \rangle + | 1_{\hat{A}_1}, 1_{\hat{A}_2}, 1_{\hat{B}_1}, 1_{\hat{B}_2} \rangle);$$

QuantumPlot[$\mathcal{X}_{\hat{A}_2}$]

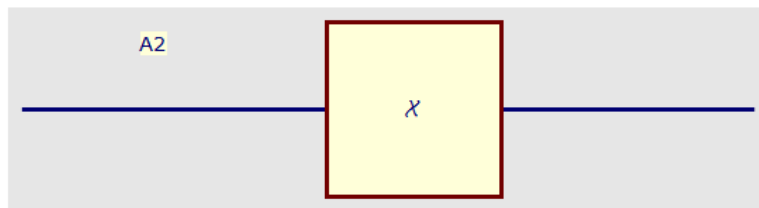
$$| \text{Gplus} \rangle = \text{QuantumEvaluate}[\mathcal{X}_{\hat{A}_2} \cdot | \text{GHZ1} \rangle];$$

TraditionalForm[| Gplus>]

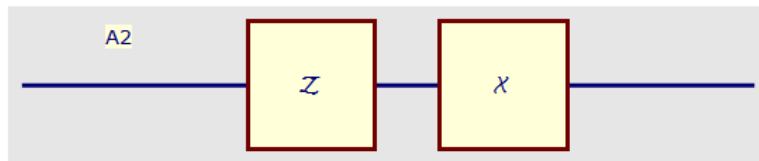
QuantumPlot[$\mathcal{X}_{\hat{A}_2} \cdot \mathcal{Z}_{\hat{A}_2}$]

$$| \text{Gminus} \rangle = \text{QuantumEvaluate}[\mathcal{X}_{\hat{A}_2} \cdot \mathcal{Z}_{\hat{A}_2} \cdot | \text{GHZ1} \rangle];$$

TraditionalForm[| Gminus>]



$$\frac{| 0100 \rangle}{\sqrt{2}} + \frac{| 1011 \rangle}{\sqrt{2}}$$



$$\frac{| 0100 \rangle}{\sqrt{2}} - \frac{| 1011 \rangle}{\sqrt{2}}$$

شکل (۲): شبیه‌سازی حالت‌های $| \mathbf{G}^{\pm} \rangle$

(*Group 3*)

$$|\text{GHZ1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0_{\hat{A}1}, 0_{\hat{A}2}, 0_{\hat{B}1}, 0_{\hat{B}2}\rangle + |1_{\hat{A}1}, 1_{\hat{A}2}, 1_{\hat{B}1}, 1_{\hat{B}2}\rangle);$$

QuantumPlot[$\chi_{\hat{A}1}$]

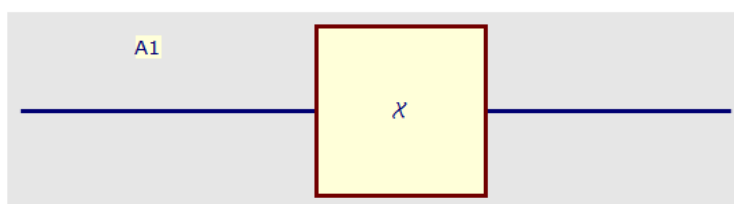
$$|\text{Hplus}\rangle = \text{QuantumEvaluate}[\chi_{\hat{A}1} \cdot |\text{GHZ1}\rangle];$$

TraditionalForm[$|\text{Hplus}\rangle$]

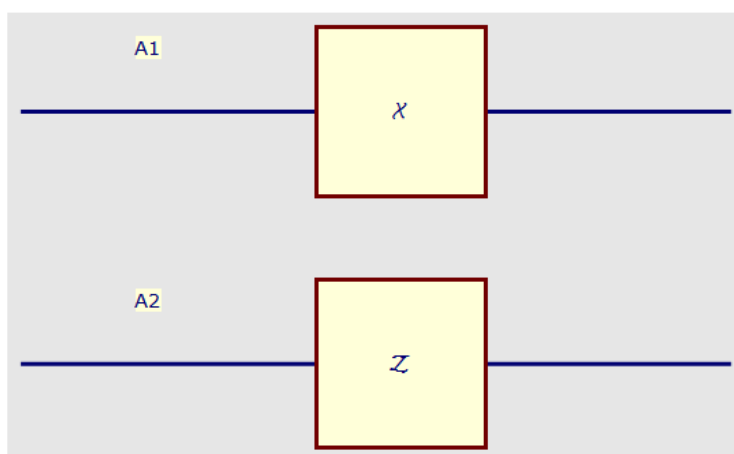
QuantumPlot[$\chi_{\hat{A}1} \cdot \mathcal{Z}_{\hat{A}2}$]

$$|\text{Hminus}\rangle = \text{QuantumEvaluate}[\chi_{\hat{A}1} \cdot \mathcal{Z}_{\hat{A}2} \cdot |\text{GHZ1}\rangle];$$

TraditionalForm[$|\text{Hminus}\rangle$]



$$\frac{|0111\rangle}{\sqrt{2}} + \frac{|1000\rangle}{\sqrt{2}}$$



$$\frac{|1000\rangle}{\sqrt{2}} - \frac{|0111\rangle}{\sqrt{2}}$$

شکل (۳): شبیه‌سازی حالت‌های $|H^{\pm}\rangle$

(*Group 4*)

$$|\text{GHZ1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|0_{\hat{A}1}, 0_{\hat{A}2}, 0_{\hat{B}1}, 0_{\hat{B}2}\rangle + |1_{\hat{A}1}, 1_{\hat{A}2}, 1_{\hat{B}1}, 1_{\hat{B}2}\rangle \right);$$

QuantumPlot[$X_{\hat{A}1} \cdot X_{\hat{A}2}$]

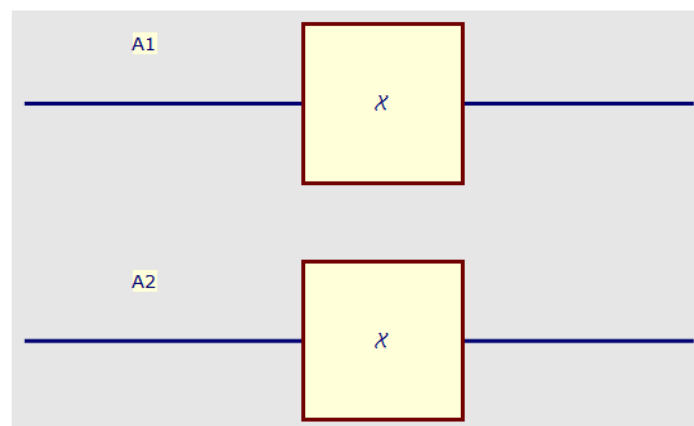
$|Z_{\text{plus}}\rangle = \text{QuantumEvaluate}[X_{\hat{A}1} \cdot X_{\hat{A}2} \cdot |\text{GHZ1}\rangle];$

TraditionalForm[$|Z_{\text{plus}}\rangle$]

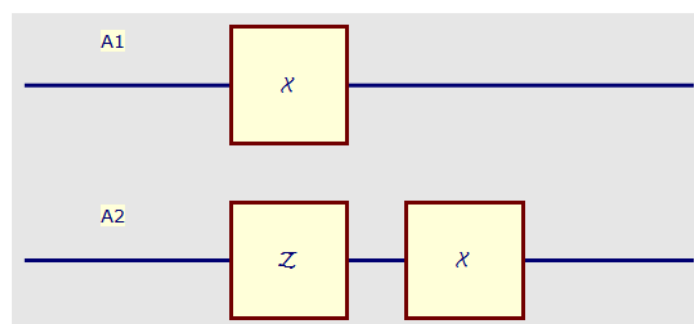
QuantumPlot[$X_{\hat{A}1} \cdot X_{\hat{A}2} \cdot Z_{\hat{A}2}$]

$|Z_{\text{minus}}\rangle = \text{QuantumEvaluate}[X_{\hat{A}1} \cdot X_{\hat{A}2} \cdot Z_{\hat{A}2} \cdot |\text{GHZ1}\rangle];$

TraditionalForm[$|Z_{\text{minus}}\rangle$]

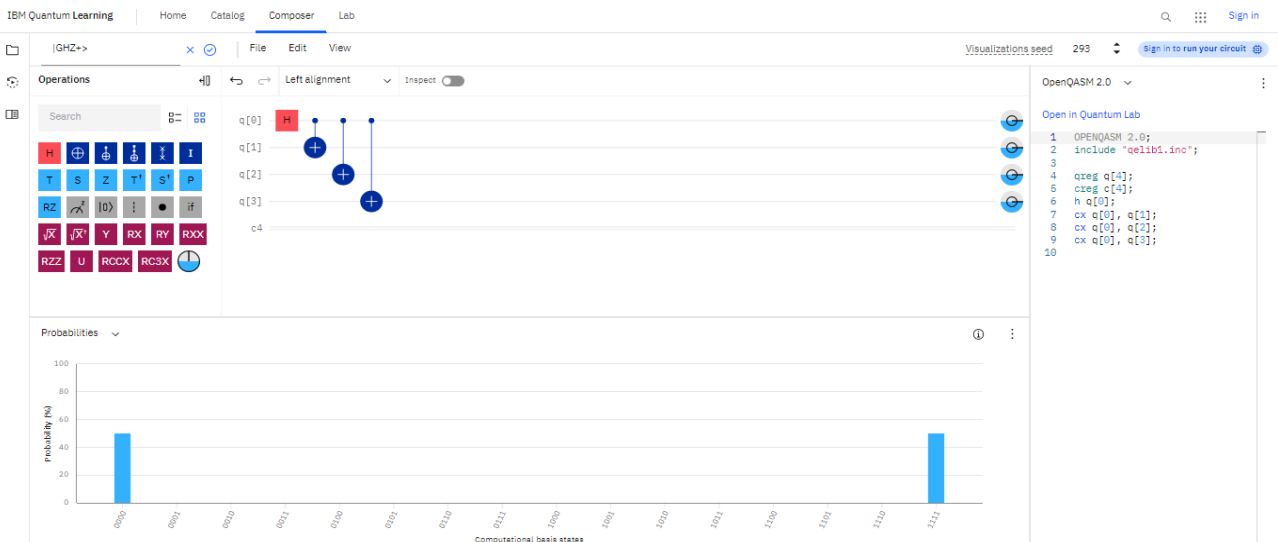


$$\frac{|0011\rangle}{\sqrt{2}} + \frac{|1100\rangle}{\sqrt{2}}$$

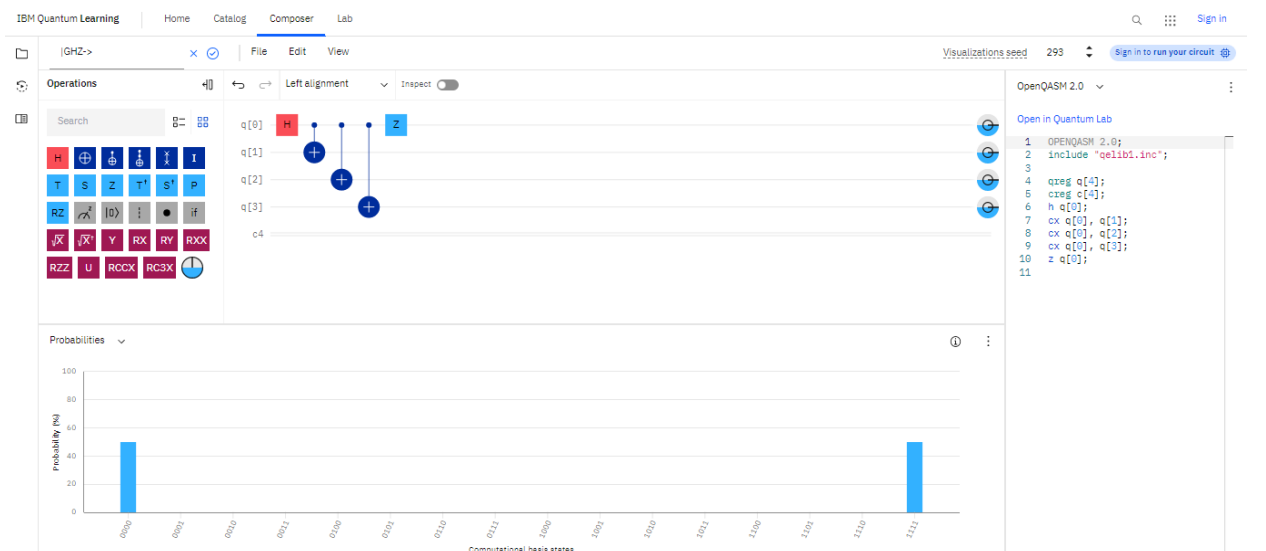


$$\frac{|1100\rangle}{\sqrt{2}} - \frac{|0011\rangle}{\sqrt{2}}$$

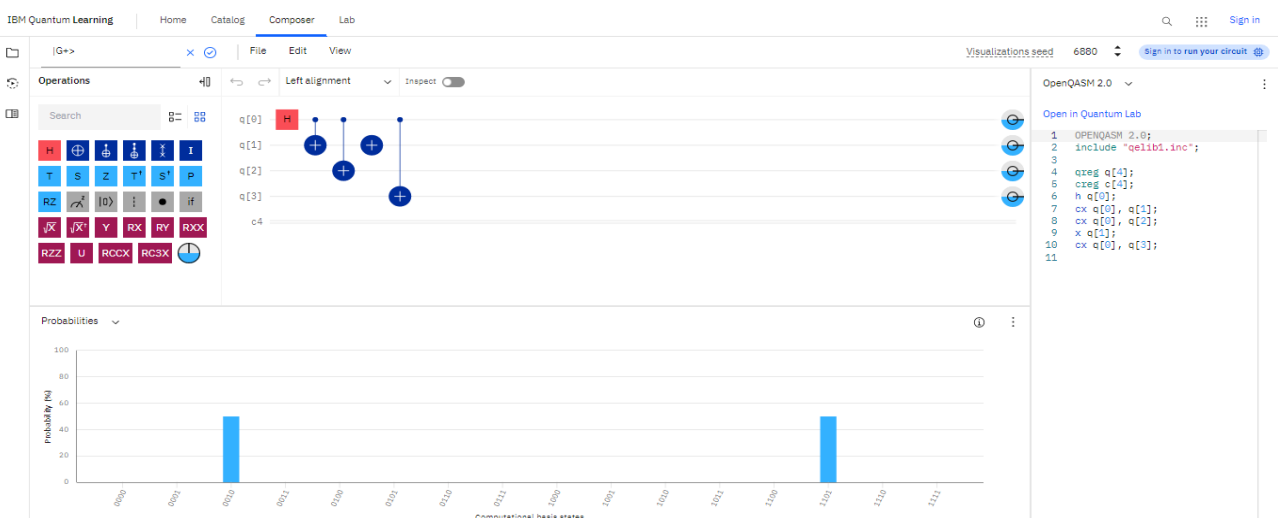
شکل (۴): شبیه‌سازی حالت‌های $|Z^{\pm}\rangle$



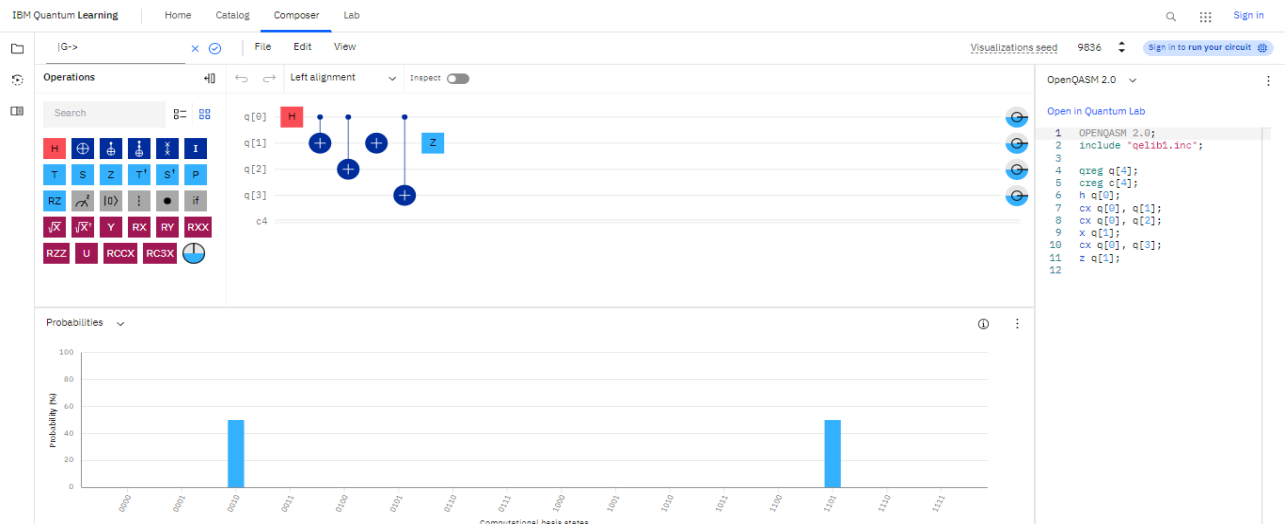
شکل (۵): پیاده‌سازی حالت اولیه $|GHZ^+\rangle$ در بستر برخط رایانه کوانتومی IBM



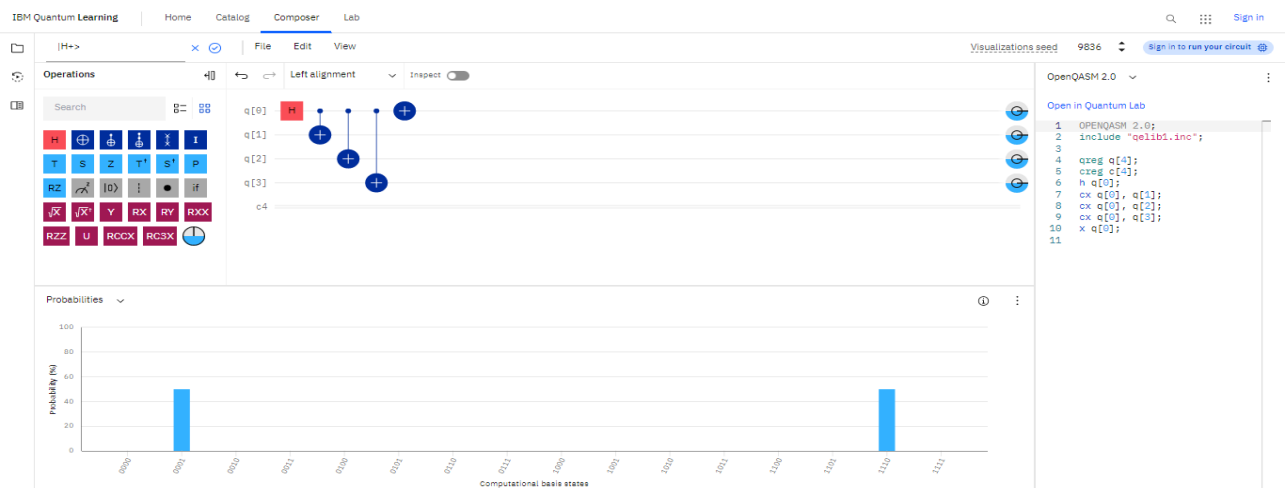
شکل (۶): پیاده‌سازی حالت $|GHZ^-\rangle$ در بستر برخط رایانه کوانتومی IBM



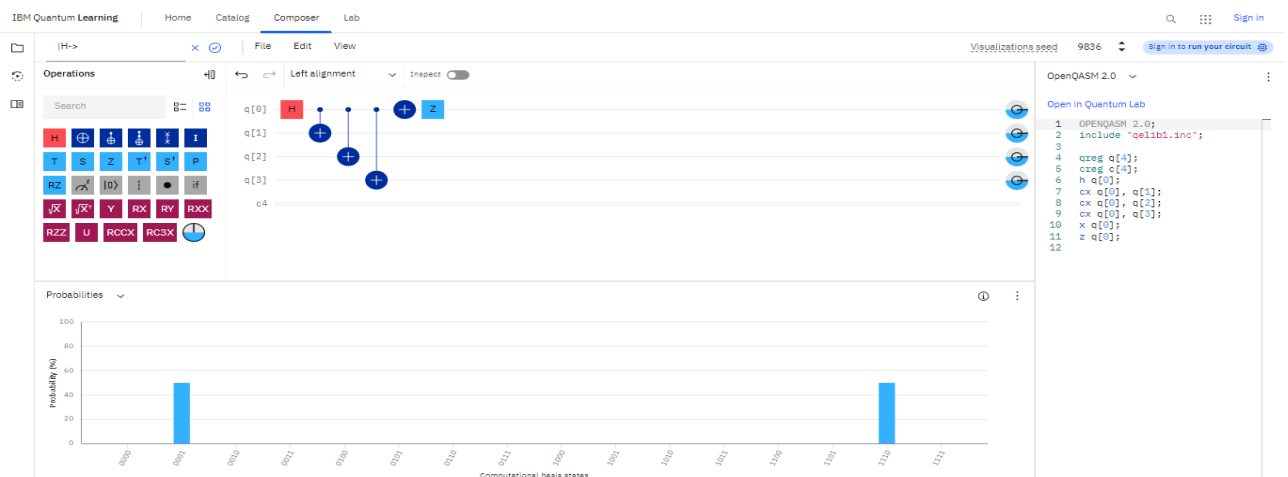
شکل (۷): پیاده‌سازی حالت $|G^+\rangle$ در بستر برخط رایانه کوانتومی IBM



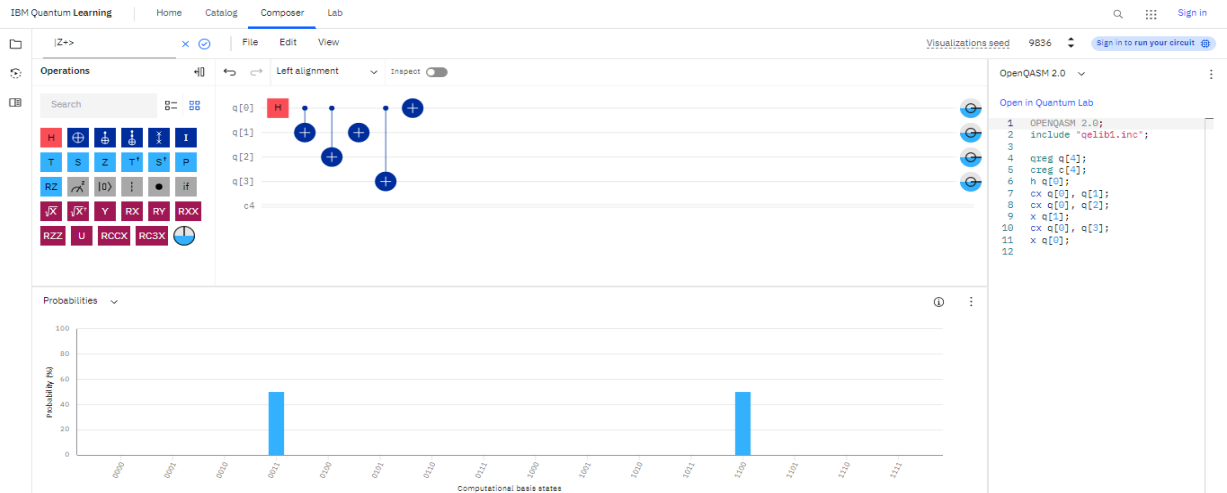
شکل (۸): پیاده‌سازی حالت $|G^-\rangle$ در بستر برخط رایانه کوانتومی IBM



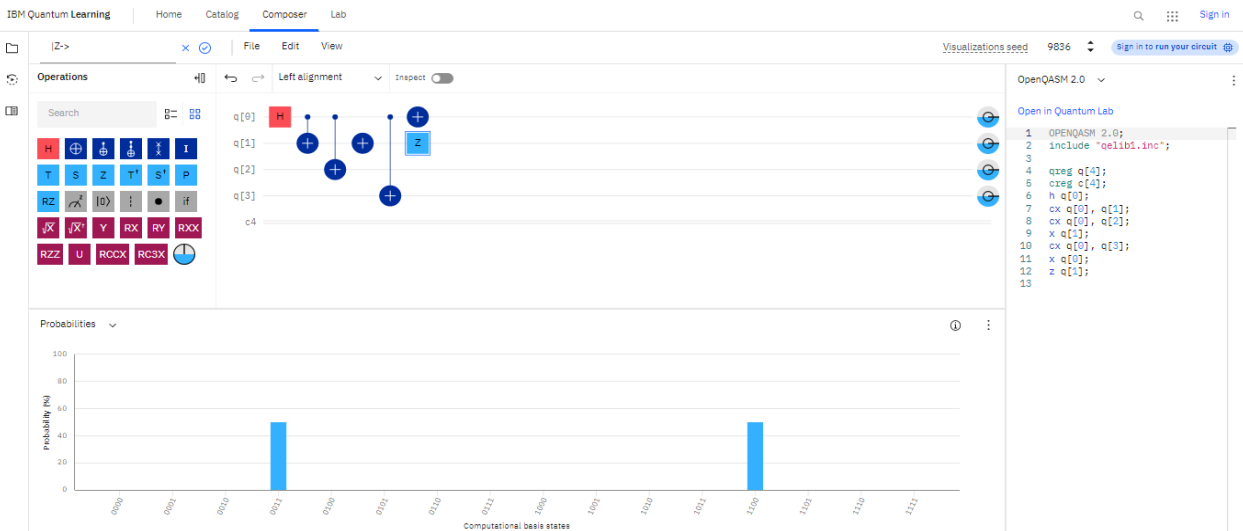
شکل (۸): پیاده‌سازی حالت $|H^+\rangle$ در بستر برخط رایانه کوانتومی IBM



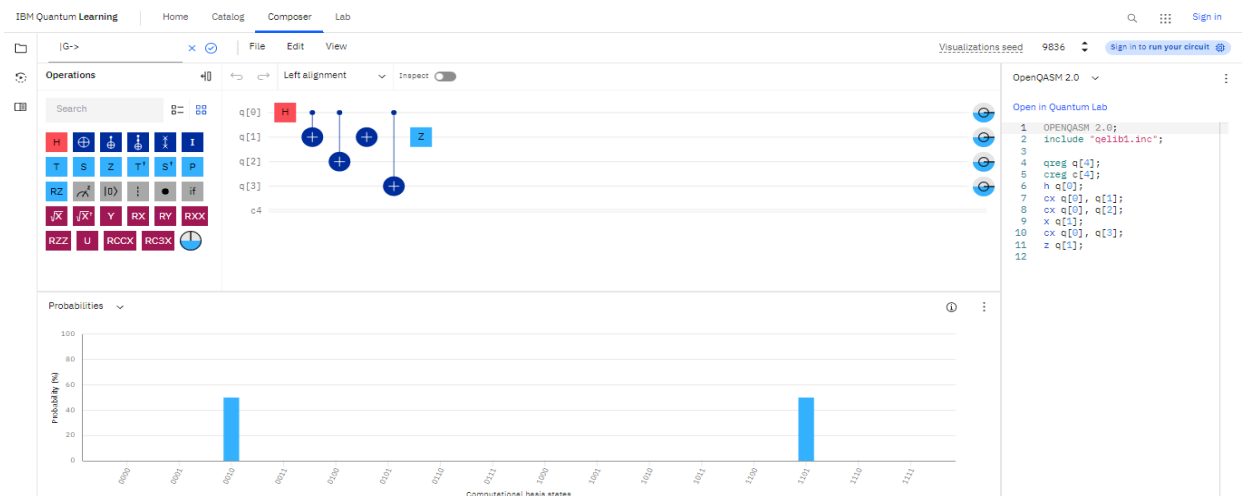
شکل (۹): پیاده‌سازی حالت $|H^-\rangle$ در بستر برخط رایانه کوانتومی IBM



شکل (۱۰): پیاده‌سازی حالت $|Z^+\rangle$ در بستر برخط رایانه کوانتومی IBM



شکل (۱۱): پیاده‌سازی حالت $|Z^-\rangle$ در بستر برخط رایانه کوانتومی IBM



شکل (۱۲): پیاده‌سازی اندازه‌گیری عملی روی هر چهار کیوبیت حالت $|G^-\rangle$ در بستر برخط رایانه کوانتومی IBM

سپاسگزاری

از داوران گرامی به خاطر ارائه نظرات و پیشنهادات سازنده ایشان صمیمانه قدردانی می‌کنم.

مراجع

- [1] Sadeghzadeh S, houshmand M, Aghababa H, Koochakzadeh M. Quantum Controlled Teleportation of three-qubit GHZ states using Ten-Qubit Channel. Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers 2020; 17 (1):103-114
- [2] Forghani B, Houshmand M, Bolokian M. Secure Quantum Dialogue Under the Collective Noise Targeting to Improve Efficiency. Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers 2023; 20 (3):67-80
- [3] C. H. Bennett and S. J. Wiesner, "Communication via one- and two-particle operators on Einstein-Podolsky-Rosen states", Phys. Rev. Lett. 69, 2881 (1992).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.69.2881>
- [4] V. N. Gorbachev, A. I. Trubilko, A. I. Zhiliba, and E. S. Yakovleva, "Teleportation of entangled states and dense coding using a multiparticle quantum channel", eprint quant-ph/0011124.
<https://doi.org/10.48550/arXiv.quant-ph/0011124>
- [5] J. L. Cereceda, "Quantum dense coding using three qubits", eprint quant-ph/0105096.
<https://doi.org/10.48550/arXiv.quant-ph/0105096>
- [6] K. Mattle, H. Weinfurter, P. G. Kwiat, and A. Zeilinger, "Dense Coding in Experimental Quantum Communication", Phys. Rev. Lett. 76, 4656 (1996).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.76.4656>
- [7] J.W. Pan, M. Daniell, S. Gasparoni, G. Weihs, and A. Zeilinger, "Experimental Demonstration of Four-Photon Entanglement and High-Fidelity Teleportation", Phys. Rev. Lett. 86, 4435 (2001).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.4435>
- [8] Z. Zhao, Y.A. Chen, A.N. Zhang, T. Yang, H. J. Briegel, and J.W. Pan, "Experimental demonstration of five-photon entanglement and open-destination teleportation", Nature 430, 54 (2004).
<https://doi.org/10.1038/nature02643>
- [9] D. Bruss, G. M. D'Ariano, M. Lewenstein, C. Macchiavello, A. Sen(De), and U. Sen, "Distributed quantum dense coding", eprint quant-ph/0407037.
- [10] M. AbuGhanem, "IBM Quantum Computers: Evolution, Performance, and Future Directions", arXiv preprint arXiv:2410.00916, 2024
<https://doi.org/10.48550/arXiv.2410.00916>
- [11] A. Javadi-Abhari, et al. "Quantum computing with Qiskit", arXiv preprint arXiv:2405.08810 (2024)
<https://doi.org/10.48550/arXiv.2405.08810>
- [12] TH. Vu, VTD. Le, HL. Pham, QC. Nguyen, Y. Nakashima, "FQsun: A Configurable Wave Function-Based Quantum Emulator for Power-Efficient Quantum Simulations",
arXiv preprint arXiv:2411.04471, 2024
<https://doi.org/10.48550/arXiv.2411.04471>.