

تحلیل میدان‌های الکترومغناطیسی پراکنده شده از یک شکاف نیم دایره کوتاه شده در اثر برخورد یک موج صفحه ای با قطبش افقی

مهدی بزرگی^۱

۱- استادیار- دانشکده مهندسی برق- دانشگاه اراک- اراک- ایران

M-Bozorgi@araku.ac.ir

چکیده: در این تحقیق، پراکندگی امواج الکترومغناطیسی از یک شکاف نیم دایره کوتاه شده واقع در یک صفحه هادی ایده‌ال مورد مطالعه قرار می‌گیرد. ابتدا ناحیه مورد تحلیل توسط یک نیم دایره فرضی به دو قسمت مجزا تقسیم می‌شود. میدان‌های الکترومغناطیسی مماسی در هر ناحیه بر حسب توابع موجی بسط داده شده و با اعمال شرایط مرزی، سه معادله مستقل استخراج می‌گردد. با تبدیل معادلات بدست آمده به دستگاه معادلات خطی و حل آن، ضرایب بسط میدان‌های پراکنده محاسبه می‌گردند. نتایج بدست آمده توسط این روش پیشنهادی با روش عددی ممان مقایسه و اعتبارسنجی می‌گردند. این روش زمان محاسبات را کاهش داده و می‌تواند در شبیه‌سازیهای میدان‌های الکترومغناطیسی استفاده شود. با بکارگیری این روش، تاثیر عمق شکاف و زاویه تابش موج بر روی الگوی پراکندگی بررسی می‌شود.

واژه‌های کلیدی: پراکندگی امواج، شکاف نیم دایره‌ای کوتاه شده، توابع موجی بسط

نوع مقاله: پژوهشی

DOI: 10.61186/jiaeee.21.3.1

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۲/۱/۲۵

تاریخ پذیرش مشروط مقاله: ۱۴۰۲/۱۱/۶

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۱۲/۲۴

نام نویسنده‌ی مسئول: مهدی بزرگی

نشانی نویسنده‌ی مسئول: ایران - اراک - بلوار کربلا - دانشگاه اراک - دانشکده فنی مهندسی - گروه برق

۱- مقدمه

در سالهای اخیر تلاشهای زیادی برای محاسبه میدان‌های پراکنده شده از دریاچه‌ها، حفره‌ها و محفظه‌های مختلف صورت گرفته است [۲۲-۱]. نتایج بدست آمده از این مطالعات می‌تواند در طراحی و ساخت انواع ساختارهای الکترومغناطیسی و اپتیکی بکار گرفته شود. با آگاهی از نحوه رفتار امواج الکترومغناطیسی در ساختارهای مختلف می‌توان در کنترل و تغییر آنها در راستای اهداف تعیین شده (برای مثال: کاهش سطح مقطع راداری) گام برداشت [۲۳].

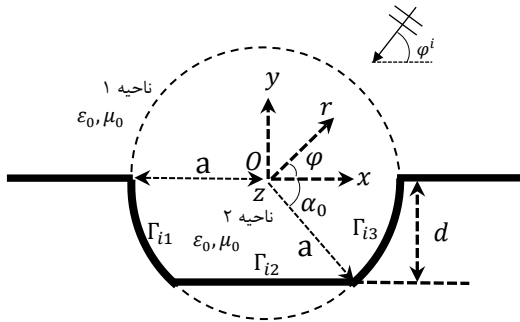
برای آنالیز میدان‌های پراکنده شده از حفره‌ها یا شکافها، روشهای زیادی پیشنهاد شده است که هر کدام مزایای خود را دارا می‌باشند [۱-۲۲]. بطور کلی سه روش اساسی برای تحلیل میدان‌های پراکنده شده از این گونه ساختارها وجود دارد که عبارتند از روشهای تحلیلی، روشهای نیمه تحلیلی و روشهای کاملاً عددی. در روش اول با استفاده از روابط ریاضی و حل معادله موج یک فرمول تحلیلی برای پراکندگی میدان‌های الکترومغناطیسی بدست می‌آید [۱۱، ۴، ۶، ۹، ۱۰].

مزیت این روش دقت بالا و راندمان محاسباتی آن است و معمولاً برای اعتبار سنجی روشهایی دیگر استفاده می‌گردد. اما عیب این روش این است که بیشتر برای ساختارهای ساده قابل استفاده بوده و در ساختارهای پیچیده بعثت دشواری حل معادلات و انتگرالهای بدست آمده، استفاده زیادی ندارد. در مقابل روش‌های تحلیلی، روش‌های کاملاً عددی وجود دارد که از ابتدا با تقسیم نواحی محاسباتی و حل معادله موج بصورت عددی، سعی می‌کنند که جواب نهایی را به یک جواب یکتا همگرا کنند [۷، ۵، ۱۷، ۸]. از مهمترین مزیت‌های این روش آن است که برای هر ساختار پیچیده و دلخواه قابل استفاده هستند. بکارگیری این روش در ساختارهای بزرگ و شبیه‌سازی‌های دقیق، بعثت افزایش چشمگیر تعداد تقسیمات مکانی (مش‌ها) بسیار زمانبر بوده و از بازده محاسباتی کمتری برخوردار هستند. در این میان روشهای هم هستند که هم مزیت روشهای تحلیلی و هم مزیت روشهای عددی را دارا می‌باشند و به روشهای نیمه تحلیلی مشهور هستند. در این روشها با استفاده از روابط ریاضی حاکم، معادلات میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بصورت تحلیلی بدست آمده و سپس با استفاده از روشهای عددی حل می‌شوند [۱۳، ۱۸، ۱۶، ۲۱]. یکی از این روشهای نیمه تحلیلی که برای آنالیز مسایل پراکندگی امواج کاربرد زیادی دارد، روش بسط مودال است. در این روش میدانها بوسیله توابع موجی مناسب بسط داده شده و سعی می‌گردد که ضرایب مجهول این بسط‌ها محاسبه گردند. در این مقاله ما هم برای بررسی میدان‌های پراکنده شده از یک شکاف نیم دایره کوتاه شده از ترکیب دو روش موثر و پرکاربرد شامل روش تقسیم ناحیه توسط مرزهای فرضی و روش بسط مودها استفاده می‌کنیم. بدیهی است زمان شبیه سازی میدان‌های پراکنده شده توسط این روش بسیار کمتر از روش عددی ممان است و این برتری هنگامی که نیاز به شبیه‌سازی‌های

متعدد می‌باشد بسیار حائز اهمیت می‌باشد. اغلب حفره‌ها و محفظه‌هایی که در اجسام پرنده استفاده می‌شود دایره‌ای شکل هستند لذا تعیین وابستگی امواج پراکنده شده به تغییرات عمق و شکل حفره، می‌تواند ما را در طراحی اشکال بهینه جهت کاهش یا حتی افزایش سطح مقطع راداری اجسام یاری نماید. در حالتی که تغییر اندازه حفره دایره‌ای بعثت ملزومات طراحی ممکن نباشد می‌توان با تغییر دیگر پارامترها نظیر عمق حفره تا حدودی الگوی پراکندگی را تغییر داد. در این تحقیق سعی می‌گردد با ارائه یک روش تحلیلی مناسب، چگونگی و میزان تغییرات الگوی پراکندگی یک حفره نیم دایره‌ای کوتاه شده با تغییر شکل حفره بررسی گردد. پراکندگی از یک شکاف نیم دایره‌ای کامل در یک صفحه هادی ایده‌ال در اثر تابش میدانهای الکترومغناطیسی در مقاله‌های [۱۴، ۹، ۴، ۲۱، ۱۶] مورد بررسی قرار گرفته است. این مساله ابتدا در مقاله [۴] مورد مطالعه قرار گرفت و یک فرمول ریاضی جهت محاسبه ضرایب بسط میدان‌ها معرفی گردید. در این مقاله با فرض کوچک بودن شکاف و ساده‌سازی فرمولها، یک عبارت ریاضی برای محاسبه سطح مقطع راداری در قطبشهای مختلف بدست آمد. همچنین در مقاله [۹] یک راه حل دقیق برای یک کانال نیم دایره‌ای شکل واقع در یک صفحه هادی با ابعاد بی‌نهایت با شرایط مرزی خاص پیشنهاد گردید. در این تحقیق برخلاف مقاله قبل، از معادله انتگرال فرد هولم نوع دوم برای محاسبه ضرایب بسط استفاده گردید. اما در مقاله [۱۵]، مساله پراکندگی از حفره‌های دایره‌ای کم عمق و کمائی شکل برای قطبش عمودی بررسی گردید و با استفاده از روش تطبیق مودها در نواحی مرزی تعیین شده، فرمولهای ریاضی دقیقی بصورت یک سری بی‌نهایت از توابع بسل استخراج گردید. در یک تحقیق دیگری در مقاله [۱۴] و مشابه روشی که در مقاله [۱۵] بکار گرفته شد، میدانهای پراکنده شده در اثر میدان تابشی با قطبش افقی مورد بررسی قرار گرفت. مساله پراکندگی امواج الکترومغناطیسی از یک حفره به شکل قطاعی از یک دایره دلخواه برای قطبشهای عمودی و افقی در مقاله [۱۶] مطالعه گردید. اما در مقاله [۲۱] یک روش عمومی جهت محاسبه میدانهای پراکنده شده برای کلیه حفره‌های دایره‌ای شکل در قطبشهای مختلف پیشنهاد گردید. در این مقاله با اعمال شرایط مرزی روی یک دایره فرضی در دو دستگاه مختصات جداگانه، معادلات عمومی استخراج شده و با استفاده از قضایای ریاضی تبدیل مختصات و تعامد توابع مثلثاتی، یک دستگاه معادلات خطی بر حسب ضرایب بسط سری استخراج می‌شود.

ما در این مقاله قصد داریم که میدانهای الکترومغناطیسی پراکنده شده از برخورد یک موج صفحه‌ای به یک شکاف نیم‌دایره کوتاه شده (مطابق شکل (۱)) را مورد بررسی قرار دهیم. نتایج این تحقیق می‌تواند در مطالعات مربوط به سطح مقطع راداری اجسام مورد استفاده قرار گیرد. در مقاله [۲۴] به بررسی رفتار امواج برشی (نوعی امواج الاستیکی هستند که در اثر زلزله بوجود می‌آیند) که به یک حفره نیم دایره کوتاه شده برخورد می‌کنند، پرداخته شده است. در

می‌گردد. فرض میکنیم یک موج استوانه‌ای صفحه‌ای با قطبش افقی، تحت زاویه φ^i بصورت زیر به شکاف مورد نظر برخورد می‌کند:



شکل (۱): حفره نیم دایره ای کوتاه شده در یک صفحه هادی بی نهایت

$$\vec{E}_z^i = \vec{z} e^{jk_0 r \cos(\varphi - \varphi^i)} \quad \varphi^i \in (0, \pi) \quad (1)$$

میدان الکتریکی است. همچنین Z مولفه E_z^i در معادله (۱) میدان به ترتیب ثابت موج و زاویه تابش نسبت به φ^i و k_0 پارامترهای باشند. برای حل این مساله ابتدا نیم دایره فرضی Γ_0 به سطح افق می‌شعاع a و مرکز O را در نظر می‌گیریم. این نیم دایره فرضی ناحیه مورد محاسبه را به دو قسمت تقسیم می‌کند. ناحیه ۱ که بالای نیم دایره فرضی است و ناحیه بسته ۲ که ناحیه پایین نیم دایره فرضی است و ناحیه داخل شکاف را هم شامل می‌شود. بنابراین ما دو ناحیه جدا داریم که می‌توانیم برای هر کدام با توجه به شرایط مرزی و تاکید بر ارضا معادله موج، معادلات جداگانه‌ای را برای میدان‌های انتشاری در نظر بگیریم. با توجه به ساختار دایره‌ای شکل مساله می‌توان میدانهای الکترومغناطیسی را با استفاده از توابع موجی استوانه‌ای که شامل توابع بسل هستند بسط دهیم [۲۵]. اگر میدان الکتریکی تابشی را در ناحیه ۱ بصورت E_z^i و میدان الکتریکی برگشتی را بصورت E_z^r و میدان پراکنده شده را بصورت E_z^s در نظر بگیریم، میدان الکتریکی کل E_z^t در ناحیه ۱ در مختصات استوانه‌ای (r, φ) عبارتند از:

$$E_z^t(r, \varphi) = E_z^i(r, \varphi) + E_z^r(r, \varphi) + E_z^s(r, \varphi) \quad (2)$$

میدان پراکنده شده در ناحیه ۱ با توجه به شرایط مرزی با استفاده از تابع هنکل نوع دوم $H_m^{(2)}$ بصورت زیر بسط داده می‌شود [۴] و [۲۵]:

$$E_z^s(r, \varphi) = \sum_{m=1}^{+\infty} a_m H_m^{(2)}(k_0 r) \sin(m\varphi) \quad (3)$$

که در معادله (۳) پارامترهای a_m ضرایب بسط سری هستند که هدف ما محاسبه این ضرایب مجهول است. با جایگزین کردن معادله (۳) در معادله (۲) و بسط میدانهای تابشی و بازگشتی داریم:

$$E_z^t(r, \varphi) = \sum_{m=1}^{+\infty} 4i^m J_m(k_0 r) \sin(m\varphi) \sin(m\varphi^i) +$$

مقاله [۲۵] جهت محاسبه جابجایی پوسته زمین در اثر این برخورد، ابتدا یک کمان دایره‌ای فرضی (که کوچکتر از 180° درجه است) در ناحیه γ منفی در نظر گرفته می‌شود. سپس با بسط معادلات جابجایی در دو دستگاه مختصات جداگانه در هر ناحیه، شرایط مرزی اعمال میگردد. با استفاده از قضیه گراف، معادلات بدست آمده به یک دستگاه مختصات انتقال داده می‌شوند و در ادامه این معادلات به دستگاه معادلات خطی تبدیل می‌شوند. به هر حال استفاده از قضیه گراف ما را با چالشهای زیادی مواجه می‌کند. یکی از این چالشها احتمال عدم همگرایی سریها و افزایش زمان محاسبات می‌باشد. اما ما در این تحقیق برای مساله پراکندگی میدان‌های الکترومغناطیسی از یک شکاف نیم دایره کوتاه شده راه حل ساده‌تری را پیشنهاد می‌کنیم که از قضیه گراف استفاده نمی‌کند. مراحل حل این مساله بصورت خلاصه بصورت ذیل می‌باشد.

ابتدا یک مرز نیم دایره‌ای فرضی در ناحیه γ مثبت در نظر می‌گیریم و این ناحیه را به دو منطقه مجزا تقسیم‌بندی می‌کنیم. این نیم دایره فرضی این امکان را به ما می‌دهد که از تعامد توابع مثلثاتی در محدوده نصف دوره تناوب استفاده کرده و معادلات را ساده‌تر نماییم. در مرحله بعد میدانهای مماسی هر ناحیه با توجه به الزام ارضای همزمان شرایط مرزی و معادله موج، برحسب توابع بسل بسط داده می‌شود و برای این میدانها، عبارات ریاضی مناسب بدست می‌آید. با اعمال پیوستگی میدانهای الکتریکی و مغناطیسی مماسی بر روی مرز نیم دایره‌ای شکل، دو معادله مستقل استخراج می‌گردد. معادله سوم هم با شرط صفر بودن میدانهای الکتریکی مماسی روی سطح شکاف که مطابق شکل (۱) از دو ناحیه کمائی شکل و یک ناحیه مسطح تشکیل شده است، بدست می‌آید. با استفاده از تعامد توابع مثلثاتی، معادلات استخراج شده به دستگاه معادلات خطی تبدیل و با حل آن، ضرایب بسط محاسبه می‌گردند. با ارائه دو مثال، نتایج بدست آمده با استفاده از این روش و نتایج بدست آمده از روش عددی ممان مقایسه شده و اعتبارسنجی می‌گردد. برای شبیه‌سازی عددی شکاف دو بعدی با استفاده از روش ممان، از نرم‌افزار شبیه‌ساز میدان‌های الکترومغناطیسی FEKO استفاده گردیده است. در ادامه بررسی نتایج، با طرح چندین مثال مختلف روند و چگونگی تغییرات سطح مقطع راداری و الگوی پراکندگی با تغییر عمق شکاف و زاویه تابش موج، مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

۲- طرح مساله

ساختاری که در این تحقیق مورد بررسی قرار می‌گیرد در شکل (۱) نمایش داده شده است. در این شکل یک شکاف دو بعدی نیم دایره‌ای شکل از جنس هادی کامل به شعاع a که در عمق d کوتاه شده (یا بریده شده)، در یک صفحه هادی بی نهایت واقع شده است. زاویه α_0 تعریف شده در این شکل از رابطه $\alpha_0 = \sin^{-1}(\frac{d}{a})$ محاسبه

$$E_z^{in}(r, \varphi) = \begin{cases} \pi \leq \varphi \leq \pi + \alpha_0 & \Gamma_{i3} \text{ مرز} \\ \pi + \alpha_0 \leq \varphi \leq 2\pi - \alpha_0 & \Gamma_{i2} \text{ مرز} \\ 2\pi - \alpha_0 \leq \varphi \leq 2\pi & \Gamma_{i1} \text{ مرز} \end{cases} \quad (11)$$

با مشخص شدن شرایط مرزی می‌توان آنها را بر روی معادلات (۴) تا (۸) اعمال و سه معادله مستقل استخراج نمود.
معادله اول:

$$\begin{aligned} & \sum_{m=1}^{+\infty} 4i^m J_m(k_0 a) \sin(m\varphi) \sin(m\varphi^i) + \\ & \sum_{m=1}^{+\infty} a_m H_m^{(2)}(k_0 a) \sin(m\varphi) = \\ & \sum_{m=0}^{+\infty} J_m(k_0 a) [b_m \cos(m\varphi) + c_m \sin(m\varphi)] \end{aligned} \quad \Gamma_0 \text{ روی مرز} \quad (12)$$

معادله دوم:

$$\begin{aligned} & \sum_{m=1}^{+\infty} 4i^m J'_m(k_0 a) \sin(m\varphi) \sin(m\varphi^i) + \\ & \sum_{m=1}^{+\infty} a_m H_m^{(2)'}(k_0 a) \sin(m\varphi) = \\ & \sum_{m=0}^{+\infty} J'_m(k_0 a) [b_m \cos(m\varphi) + c_m \sin(m\varphi)] \end{aligned} \quad \Gamma_0 \text{ روی مرز} \quad (13)$$

معادله سوم:

$$\sum_{m=0}^{+\infty} J_m(k_0 r) [b_m \cos(m\varphi) + c_m \sin(m\varphi)] = 0 \quad \Gamma_{i=1,2,3} \text{ روی مرز} \quad (14)$$

برای ساده‌سازی و خطی کردن معادلات (۱۲) تا (۱۴) و محاسبه ضرایب بسط a_m ، b_m و c_m می‌توان از خاصیت تعامد توابع مثلثاتی استفاده نمود. برای این منظور معادلات (۱۲) تا (۱۴) را در تابع $\sin(m\varphi)$ ضرب کرده و روی نیم دایره از بازه ۰ تا π انتگرال‌گیری می‌کنیم. با توجه به روابط زیر [۲۶]:

$$\begin{aligned} \int_0^\pi \sin(n\varphi) \cos(m\varphi) d\varphi &= \begin{cases} 0 & m = n \\ \frac{(1-(-1)^{n-m})n}{n^2-m^2} & m \neq n \end{cases} \\ \int_0^\pi \sin(n\varphi) \sin(m\varphi) d\varphi &= \begin{cases} 0 & m \neq n \\ \pi/2 & m = n \end{cases} \end{aligned} \quad (15)$$

می‌توان معادلات (۱۲) تا (۱۴) را بصورت زیر بازنویسی کنیم:

$$\begin{aligned} & a_n [-H_n^{(2)}(k_0 a)] + b_n [J_n(k_0 a)] + \\ & \sum_{m=1, m+n=\text{odd}}^{+\infty} c_m J_m(k_0 a) \frac{2n}{\pi(n^2-m^2)} = \\ & 2i^n J_n(k_0 a) \sin(n\varphi^i) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & a_n [-H_n^{(2)'}(k_0 a)] + b_n [J'_n(k_0 a)] + \\ & \sum_{m=0, m+n=\text{odd}}^{+\infty} c_m J'_m(k_0 a) \frac{2n}{\pi(n^2-m^2)} = \end{aligned}$$

$$\sum_{m=1}^{+\infty} a_m H_m^{(2)}(k_0 r) \sin(m\varphi) \quad (4)$$

که در معادله بالا عبارت $J_m(\cdot)$ تابع بسط نوع اول مرتبه m می باشد. همانطور که می‌بینیم میدان کل E_z^t ، شرایط مرزی روی صفحه هادی زمین و در ناحیه دور را ارضاء می‌کند. پس از مشخص شدن میدانها در ناحیه ۱ می‌بایست میدانهای داخل ناحیه بسته ۲ تعیین گردند. با توجه به ساختار استوانه ای شکل شکاف می‌توان میدان داخلی E_z^{in} را بصورت مجموع توابع بسط به‌مراه ترکیب خطی توابع سینوسی و کسینوسی بصورت زیر نوشت [۴].

$$E_z^{in}(r, \varphi) = \sum_{m=0}^{+\infty} J_m(k_0 r) [b_m \cos(m\varphi) + c_m \sin(m\varphi)] \quad (5)$$

که در معادله (۵) ضرایب b_m ، c_m ضرایب بسط هستند که باید محاسبه گردند. همانطور که می‌دانیم در قطبش افقی ما سه مولفه میدان H_r ، H_φ و E_z داریم که دو مولفه E_z ، H_φ مولفه‌های مماسی هستند و معادلات براساس این دو مولفه شکل می‌گیرند. با استفاده از فرمول (۶) که از معادلات ماکسول بدست می‌آید می‌توان مولفه φ میدان مغناطیسی را بدست آورد:

$$H_\varphi = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial E_z}{\partial r} \quad (6)$$

بنابراین میدان H_φ برای ناحیه ۱ بصورت:

$$\begin{aligned} H_\varphi^t(r, \varphi) &= \\ & \frac{k_0}{j\omega\mu_0} \sum_{m=1}^{+\infty} 4i^m J'_m(k_0 r) \sin(m\varphi) \sin(m\varphi^i) + \\ & \frac{k_0}{j\omega\mu_0} \sum_{m=1}^{+\infty} a_m H_m^{(2)'}(k_0 r) \sin(m\varphi) \end{aligned} \quad (7)$$

و میدان متناظر آن H_φ^{in} برای ناحیه ۲ بصورت زیر قابل بیان است:

$$H_\varphi^{in}(r, \varphi) = \frac{k_0}{j\omega\mu_0} \sum_{m=0}^{+\infty} J'_m(k_0 r) [b_m \cos(m\varphi) + c_m \sin(m\varphi)] \quad (8)$$

در معادلات (۷) و (۸) توابع $J'_m(\cdot)$ و $H_m^{(2)'}(\cdot)$ مشتق توابع بسط نسبت به پارامتر r تعریف می‌شوند. با توجه به شکل (۱) شرایط مرزی روی مرزهای Γ_0 و $\Gamma_{i=1,2,3}$ بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$E_z^t(a, \varphi) = E_z^{in}(a, \varphi) \quad 0 \leq \varphi \leq \pi \quad \Gamma_0 \text{ روی مرز} \quad (9)$$

$$H_\varphi^t(a, \varphi) = H_\varphi^{in}(a, \varphi) \quad 0 \leq \varphi \leq \pi \quad \Gamma_0 \text{ روی مرز} \quad (10)$$

بر حسب متغیر φ بازنویسی نمود:

$$I_2 = \sum_{m=0}^{+\infty} [b_m \int_{\pi+\alpha_0}^{2\pi-\alpha_0} J_m(k_0 d \sec(3\pi/2 - \varphi)) \sin(n\varphi) \cos(m\varphi) d\varphi + c_m \int_{\pi}^{\pi+\alpha_0} J_m(k_0 d \sec(3\pi/2 - \varphi)) \sin(n\varphi) \sin(m\varphi) d\varphi] \quad (26)$$

انتگرال‌های موجود در تابع I_2 حل تحلیلی ندارند و باید بصورت عددی حل شوند. درنهایت با محاسبه انتگرال‌های موجود در I_1 ، I_2 و I_3 می‌توان معادله (۱۸) را بصورت زیر نوشت:

$$\sum_{m=0}^{+\infty} (b_m F1_{mn} + c_m F2_{mn}) = 0 \quad (27)$$

در رابطه (۲۷) ضرایب $F1_{mn}$ و $F2_{mn}$ به ازای مقادیر معلوم m و n قابل محاسبه هستند. همچنین معادلات (۱۶) و (۱۷) با کمی مرتب سازی و محاسبات ریاضی بصورت زیر قابل بیان هستند:

$$a_n F3_n + b_n F4_n + \sum_{m=0}^{+\infty} c_m F5_{mn} = G1_n \quad (28)$$

$$a_n F6_n + b_n F7_n + \sum_{m=0}^{+\infty} c_m F8_{mn} = G2_n \quad (29)$$

که در روابط بالا ضرایب $F3$ تا $F8$ با توجه به مقادیر انتخاب شده برای m و n محاسبه می‌گردند. با قطع سری بسط در $m = n = M$ ، معادلات (۲۷)، (۲۸) و (۲۹) تشکیل یک دستگاه معادلات خطی با $3M$ معادله و $3M$ مجهول داده و بصورت ماتریس زیر بازنویسی می‌شوند:

$$[F]_{3M \times 3M} \cdot [a \ b \ c]_{3M \times 1} = [G]_{3M \times 1} \quad (30)$$

با استفاده از روشهای حل ماتریس و یافتن معکوس ماتریس می‌توان تمام ضرایب بسط a_m ، b_m و c_m را در رابطه (۳۰) محاسبه نمود. با محاسبه تمامی ضرایب مجهول، میدان‌های در ناحیه ۱ و ناحیه ۲ محاسبه می‌گردند و با استفاده از فرمول زیر می‌توان سطح مقطع راداری شکاف را تعیین نمود [4]:

$$\sigma = \lim_{r \rightarrow \infty} 2\pi r \left| \sum_{m=1}^{+\infty} a_m H_m^{(2)}(k_0 r) \sin(m\varphi) \right|^2 \quad (31)$$

در ادامه با ذکر چندین مثال به بررسی صحت و کاربرد روش پیشنهادی می‌پردازیم.

۳- نتایج

در ابتدای این بخش لازم است که صحت نتایج بدست آمده توسط این روش، مورد بررسی قرار گیرد. بدین منظور با دو مثال، نتایج بدست آمده از این روش پیشنهادی را با نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی

$$2i^n J'_n(k_0 a) \sin(n\varphi^i) \quad (17)$$

$$I = \int_{\pi}^{2\pi} \sin(n\varphi) \sum_{m=0}^{+\infty} J_m(k_0 r) [b_m \cos(m\varphi) + c_m \sin(m\varphi)] d\varphi \Big|_{\Gamma_i} = 0 \quad (18)$$

یکی از مهمترین معادلات بدست آمده معادله (۱۸) است که باید روی مرز Γ_i که از سه مرز جداگانه Γ_{i1} ، Γ_{i2} و Γ_{i3} تشکیل شده است، انتگرال‌گیری کنیم. بنابراین معادله (۱۸) بصورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$I|_{\Gamma_i} = I_1|_{\Gamma_{i1}} + I_2|_{\Gamma_{i2}} + I_3|_{\Gamma_{i3}} = 0 \quad (19)$$

که در معادله (۱۹) توابع I_1 ، I_2 و I_3 با استفاده از انتگرال‌های زیر تعریف می‌شوند:

$$I_1 = \sum_{m=0}^{+\infty} J_m(k_0 a) [b_m \int_{\pi}^{\pi+\alpha_0} \sin(n\varphi) \cos(m\varphi) d\varphi + c_m \int_{\pi}^{\pi+\alpha_0} \sin(n\varphi) \sin(m\varphi) d\varphi] \quad (20)$$

$$I_2 = \sum_{m=0}^{+\infty} [b_m \int_{\pi+\alpha_0}^{2\pi-\alpha_0} J_m(k_0 r) \sin(n\varphi) \cos(m\varphi) d\varphi + c_m \int_{\pi}^{\pi+\alpha_0} J_m(k_0 r) \sin(n\varphi) \sin(m\varphi) d\varphi] \quad (21)$$

$$I_3 = \sum_{m=0}^{+\infty} J_m(k_0 a) [b_m \int_{2\pi-\alpha_0}^{2\pi} \sin(n\varphi) \cos(m\varphi) d\varphi + c_m \int_{2\pi-\alpha_0}^{2\pi} \sin(n\varphi) \sin(m\varphi) d\varphi] \quad (22)$$

انتگرال‌های موجود در توابع I_1 و I_3 حل تحلیلی دارند و براحتی با استفاده از جداول ریاضی محاسبه می‌گردند. [۲۶]:

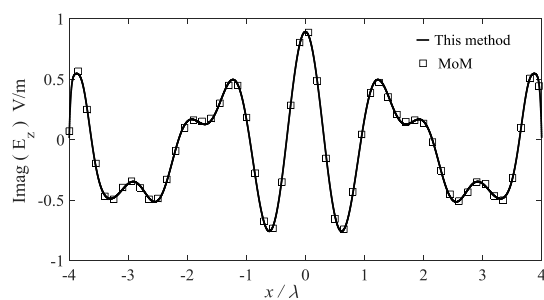
$$\int \sin(n\varphi) \cos(m\varphi) d\varphi = \frac{\cos(n-m)\varphi}{2(m-n)} - \frac{\cos(n+m)\varphi}{2(m+n)} \quad (23)$$

$$\int \sin(n\varphi) \sin(m\varphi) d\varphi = \frac{\sin(n-m)\varphi}{2(n-m)} - \frac{\sin(n+m)\varphi}{2(m+n)} \quad (24)$$

اما انتگرال I_2 بعلا اینکه تغییرات فاصله r نسبت به تغییرات زاویه φ ثابت نیست، حل تحلیلی ندارد و باید بصورت عددی حل شود. با توجه به شکل (۱) می‌توان رابطه فاصله r با زاویه φ را بصورت زیر نوشت:

$$(25)r = \frac{d}{\cos(\frac{3\pi}{2} - \varphi)} = d \sec(3\pi/2 - \varphi)$$

با جایگزین کردن رابطه (۲۵) در تابع (۲۱) می‌توان تابع I_2 را فقط



(ب)

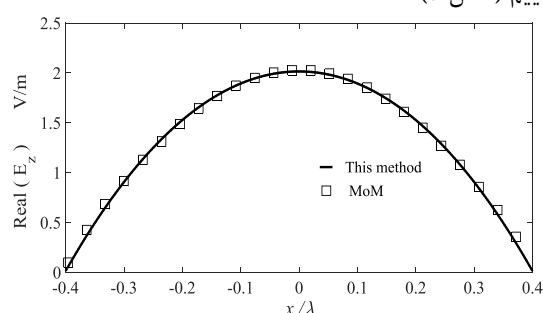
شکل (۳): توزیع میدان الکتریکی مماسی E_z روی یک سطح حفره بزرگ ($y = 0$) با ابعاد $d = 2\lambda$ و $a = 4\lambda$ و زاویه تابش $\varphi^i = 90^\circ$
الف- قسمت حقیقی میدان E_z ($Real(E_z)$) ب- قسمت موهومی میدان E_z ($Imag(E_z)$)

با ارزیابی نتایج بدست آمده می‌توان گفت که با افزایش ابعاد حفره تغییرات میدان مماسی E_z افزایش پیدا می‌کند. با بررسی شکل‌های (۲) و (۳) می‌توان گفت که نتایج بدست آمده از روش پیشنهادی در این تحقیق با روش ممان همخوانی خوبی دارند. البته این همخوانی هر چه به لبه‌های حفره نزدیک می‌شویم کاهش می‌یابد. قابل ذکر است که با کاهش اندازه تقسیمات (مشها) در روش ممان این اختلاف، کاهش می‌یابد ولی در عوض زمان انجام شبیه‌سازی شدت افزایش می‌یابد. برای شبیه‌سازی حفره دو بعدی در نرم‌افزار FEKO، ابتدا یک کانال با طول بی‌نهایت و سطح مقطع دایره‌ای کوتاه شده ترسیم و سپس ساختار بدست آمده را به دو صورت سراسری و محلی تقسیم بندی (مش‌بندی) نمودیم. اندازه تقسیمات (مش‌ها) در نرم‌افزار FEKO حدود 0.08λ برای داخل شکاف (محلی) و 0.16λ برای سطح هادی (سراسری) تنظیم گردید. برای شبیه‌سازی و محاسبه میدانها از رایانه ای با مشخصات پردازنده: 2.4 GHz Core 2Quad، حافظه: 8GB و سیستم عامل: ویندوز ۶۴ بیتی استفاده شده است. ما زمان شبیه‌سازی دو روش ذکر شده را برای دو شکاف کوچک و بزرگ با ابعاد ذکر شده در شکل‌های (۲) و (۳) اندازه‌گیری کردیم که نتایج آن در جدول (۱) آورده شده است. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که بازده زمانی روش مذکور بیشتر از روش عددی ممان است.

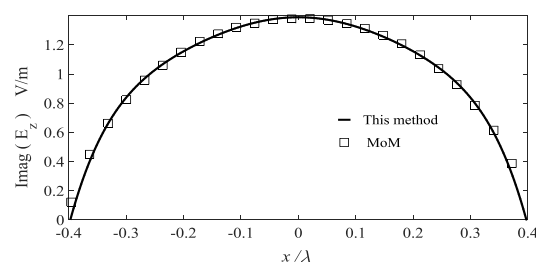
جدول (۱): مقایسه زمانهای شبیه‌سازی برای دو حفره دایره‌ای کوتاه شده کوچک و بزرگ برای شکل‌های (۲) و (۳)

روش تحلیلی پیشنهادی	روش ممان با استفاده از نرم افزار FEKO	اندازه شکاف دایره ای کوتاه شده
۲.۸ ثانیه	۱۲.۵ دقیقه	$a = 0.4\lambda, d = 0.2\lambda$
۷ ثانیه	۲۲ دقیقه	$a = 4\lambda, d = 2\lambda$

توسط نرم‌افزار FEKO مقایسه می‌کنیم. قابل ذکر است که در شبیه‌ساز سه بعدی FEKO از روش ممان برای محاسبه میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی استفاده می‌گردد. در مثال اول جریان مغناطیسی یا میدان مماسی E_z روی سطح دهانه شکاف شکل (۱) با ابعاد ($d = 0.2\lambda$ و $a = 0.4\lambda$) به ازای $y = 0$ در زاویه تابش $\varphi^i = 90^\circ$ با استفاده از این روش و روش ممان محاسبه می‌گردد. شکل (۲) قسمت حقیقی و موهومی میدان E_z را بصورت تابعی از مکان x روی سطح شکاف نشان می‌دهد. همانطور که در شکل (۲) مشخص است در وسط سطح شکاف ($x = 0$ و $y = 0$) اندازه E_z ماکزیمم است. در مثال دیگری ابعاد حفره را ده برابر بزرگتر کرده ($d = 2\lambda$ و $a = 4\lambda$) و میدان الکتریکی E_z را روی شکاف محاسبه می‌نماییم (شکل ۳).

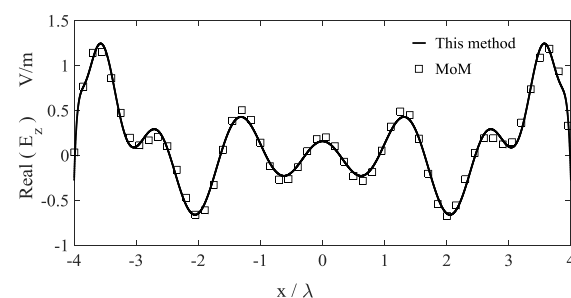


(الف)



(ب)

شکل (۲): توزیع میدان الکتریکی مماسی E_z روی یک سطح حفره ($y = 0$) با ابعاد $d = 0.2\lambda$ و $a = 0.4\lambda$ و زاویه تابش $\varphi^i = 90^\circ$
الف- قسمت حقیقی میدان E_z ($Real(E_z)$) ب- قسمت موهومی میدان E_z ($Imag(E_z)$)



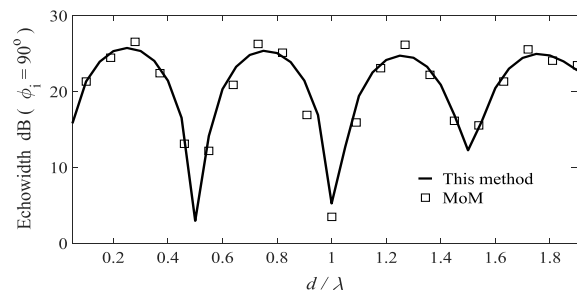
(الف)

تابش پراکنده شده و انرژی میدان تابشی بیشتر به اطراف شکاف پراکنده شده است. در این حالتها، مدهای انتشاری داخل شکاف تحریک شده و در نتیجه انرژی بیشتری داخل شکاف محبوس گردیده و باعث کاهش انرژی امواج پراکنده شده به اطراف می‌گردد. برعکس، در بعضی از عمقهای دیگر این مقدار انرژی پراکنده شده در جهت تابش بسیار قابل ملاحظه است که نشان دهنده آن است که در زاویه تابش $\varphi^i = 90^\circ$ ، دامنه تغییرات سطح مقطع راداری بسیار زیاد است. در این عمقها میدانهای تقویت شده‌ای در دهانه شکاف شکل می‌گیرد که سبب افزایش انرژی پراکنده شده در فاصله دور شکاف می‌شود. ما در شکل (۴-ب) درحالتی که زاویه تابش به 30° میل می‌کند این تغییرات نرمتر می‌شود بطوریکه برای عمق‌های تا $d \leq 0.8\lambda$ با افزایش عمق شکاف، سطح مقطع راداری افزایش پیدا کرده و سپس اندکی کاهش یافته و سپس مجدداً افزایش می‌یابد. در نتیجه می‌توان گفت که سطح مقطع راداری در یک بازه مشخصی از پارامتر d تقریباً ثابت باقی می‌ماند. البته باید توجه داشته باشیم که ماکزیمم سطح مقطع راداری با افزایش زاویه تابش کاهش محسوسی پیدا کرده است. با کاهش زاویه تابش به 30° ، نقش دیواره‌های شکاف در بازتابش امواج بیشتر شده و با افزایش عمق شکاف سطح موثر دیواره افزایش پیدا کرده و در نتیجه تغییرات قابل توجه‌ای را در سطح مقطع راداری مشاهده می‌کنیم.

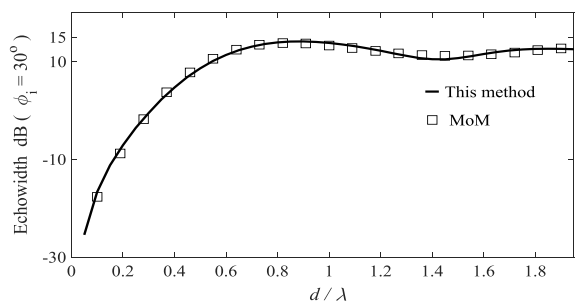
در مثال دیگری جهت آگاهی از چگونگی پخش انرژی تابشی به اطراف شکاف، ما سطح مقطع راداری دو پایه (Bistatic Echewidth) را برای تمامی زوایای آشکارسازی به ازای یک زاویه تابش خاص محاسبه می‌کنیم (به عبارت دیگر در این آزمایش، موقعیت زاویه تابش ثابت فرض می‌شود و زاویه آشکارسازی در اطراف شکاف تغییر می‌کند). برای این منظور الگوی پراکندگی دو پایه برای عمق‌های مختلف یک شکاف را با مقادیر

$d = 0.25\lambda, 0.5\lambda, 0.75\lambda, 1\lambda, 1.25\lambda, 1.5\lambda, 1.75\lambda, 2\lambda$ و $a = 2\lambda$ محاسبه می‌کنیم. شکل (۵) الگوی‌های پراکندگی را برای این حفره در دو زاویه تابش $\varphi^i = 90^\circ$ و $\varphi^i = 30^\circ$ نشان می‌دهد. با افزایش عمق حفره یا پارامتر d الگوی پراکندگی هم تغییرات زیادی می‌کند. برای حالت تابش عمودی $\varphi^i = 90^\circ$ الگوی پراکندگی متقارن می‌باشد. بنظر می‌رسد تعداد گلبرگها با تغییر عمق تغییر نمی‌کنند و ظاهراً به اندازه دهانه حفره یا مقدار a وابسته هستند. با مطالعه الگوها در حالت تابش قائم می‌توان گفت در حالتها خاصی،

پس از اعتبار سنجی روش مذکور به بررسی تاثیرات عمق حفره یا پارامتر d بر روی الگوی پراکندگی می‌پردازیم. برای این منظور ما یک حفره نیم دایره‌ای با شعاع $a = 2\lambda$ را در نظر گرفته و برای مقادیر مختلف d سطح مقطع راداری دو بعدی و الگوی پراکندگی را به ازای زوایای دید مختلف محاسبه می‌نماییم. محاسبات برای دو زاویه تابش مختلف $\varphi^i = 90^\circ$ و $\varphi^i = 30^\circ$ صورت گرفته است. بنابراین سطح مقطع راداری دو بعدی را برای مقادیر 2λ تا $d = 0.05\lambda$ در دو زاویه تابش مختلف محاسبه و رسم می‌نماییم.



(الف)



(ب)

شکل (۴): تغییرات سطح مقطع راداری دو بعدی (Echewidth) یک شکاف دایره‌ای با شعاع $a = 2\lambda$ به ازای تغییرات عمق یا همان پارامتر d الف- برای زاویه تابش قائم $\varphi^i = 90^\circ$ ب- برای زاویه تابش مایل $\varphi^i = 30^\circ$

با توجه به شکل (۴) می‌توان گفت که با تغییر عمق شکاف، سطح مقطع راداری تغییر قابل توجهی می‌کند. مقدار این تغییرات وابسته به زاویه تابش نیز می‌باشد. روند تغییرات سطح مقطع راداری با تغییرات عمق شکاف (شکل ۴-الف) بطور مقطعی کاهش و افزایش می‌یابد. همانطور که از (شکل ۴-الف) مشخص است برای عمق‌های $d = 0.5\lambda, 1\lambda, 1.5\lambda$ ما با کاهش سطح مقطع راداری مواجه هستیم که نشان می‌دهد در این عمقها، کمترین انرژی به سمت زاویه

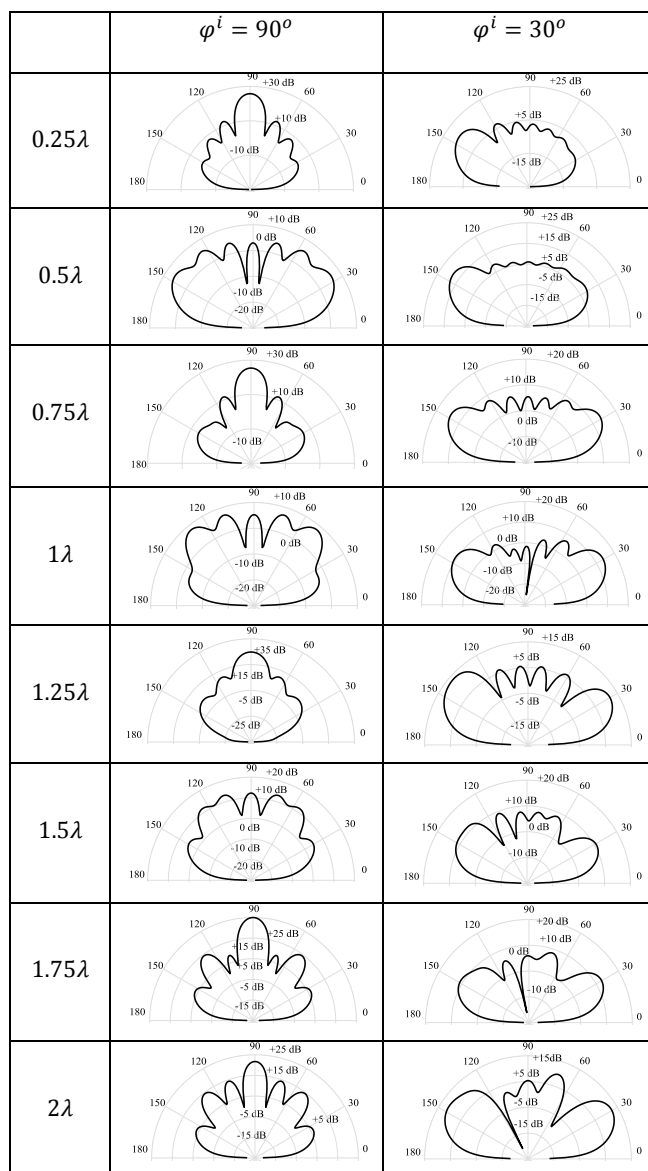
زاویه دار بودن موج تابشی، الگوی پراکندگی بصورت متقارن شکل در اطراف شکاف شکل می‌گیرد.

۴- نتیجه‌گیری

در این تحقیق یک روش نیمه تحلیلی جهت محاسبه میدان‌های الکترومغناطیسی پراکنده شده از یک شکاف نیم دایره‌ای کوتاه شده واقع در یک صفحه هادی پیشنهاد گردید. در این روش، ابتدا ناحیه y مثبت شکاف بوسیله یک نیم دایره فرضی به دو قسمت تقسیم شد. با بسط میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی برپایه توابع موجی بسل و اعمال شرایط مرزی مماسی روی سطح حفره و بر روی نیم دایره فرضی سه معادله مستقل استخراج گردید. با تبدیل معادلات بدست آمده به دستگاه معادلات خطی و حل آن، ضرایب بسط محاسبه می‌گردند. با ارائه چندین مثال نتایج بدست آمده با نتایج روش عددی ممان مقایسه و اعتبارسنجی شد. بازده زمانی این روش در مقایسه با روش ممان قابل ملاحظه است. همچنین تاثیر عمق شکاف بر روی سطح مقطع راداری و الگوی پراکندگی بررسی گردید. همان‌طور که از نتایج بدست آمده استنباط می‌شود با تغییر عمق حفره سطح مقطع راداری و همچنین الگوی پراکندگی تغییرات زیادی می‌نمایند. این تغییرات به زاویه تابش نیز وابسته می‌باشد. بطور کلی بنظر می‌رسد تعداد گلبرگهای پراکندگی وابسته به عرض شکاف است ولی شکل الگو پراکندگی برای یک عرض شکاف مشخص، بیشتر به دو عامل عمق شکاف و زاویه تابش بستگی دارد.

مراجع

- [1] D. E. Barrick, "Low-frequency scatter from a semi-elliptical groove in a ground plane", J. Opt. Soc. Am., vol. 60, no. 5, pp. 625-634, 1970.
- [2] B. A. Senior, K. Sarabandi, and J. R. Natzke, "Scattering by a narrow gap", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 38, no. 7, pp. 1102-1111, Jul., 1990.
- [3] K. Barkashli and J. L. Volakis, "TE scattering by a two-dimensional groove in a ground plane using higher order boundary conditions", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. AP-38, no. 10, pp. 1421-1428, Sep., 1990.
- [4] M. K. Hinders and A. D. Yaghjian, "Dual-series solution to scattering from a semicircular channel in a ground plane", IEEE Microwave and Guided Wave Letters, vol. 1, no. 9, pp. 239-242, Sept., 1991.
- [5] S. S. Bindiganavale and J. L. Volakis, "A hybrid FE-FMM technique for electromagnetic scattering", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 45, no. 1, pp. 180-182, Dec., 1997.
- [6] W. J. Byun, J. W. Yu and N. H. Myung, "TM scattering from hollow and dielectric-filled semielliptical channels with arbitrary eccentricity in a perfectly conducting plane", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 46, no. 9, pp. 1336-1339, Sept., 1998.
- [7] Y. Shifman and Y. Leviatan, "Scattering by a groove in a conducting plane a PO-MoM hybrid formulation and



شکل (۵): الگوی های پراکندگی یک شکاف با مقادیر

$d = 0.25\lambda, 0.5\lambda, 0.75\lambda, 1\lambda, 1.25\lambda, 1.5\lambda, 1.75\lambda, 2\lambda$ و $a = 2\lambda$ برای دو حالت زاویه تابش $\varphi^i = 90^\circ$ و $\varphi^i = 30^\circ$

الگوی پراکندگی پهن شده و انرژی موج تابشی در خلاف جهت تابش پراکنده می‌شود که بدین ترتیب انرژی موج پراکنده شده از گلبرگ عمودی به گلبرگهای فرعی منتقل می‌شود. اما در عوض برای تابش مایل $\varphi^i = 30^\circ$ در تمامی حالات، انرژی پراکنده شده به اطراف حفره بیشتر شده و الگوی پراکندگی کاملاً پهن می‌گردد. در این حالت بطور تقریبی می‌توان گفت که بیشترین انرژی در جهت خلاف تابش پراکنده می‌شود. نکته جالب در این الگوها حالت $d = 0.75\lambda$ است که برای زاویه تابش $\varphi^i = 30^\circ$ ، الگوی پراکندگی با تقریب خوبی بصورت متقارن شکل گفته است. بنظر می‌رسد تداخل میدان‌های الکترومغناطیسی در اثر میدانهای برگشتی از کف و دیواره دایره‌ای شکل شکاف ایجاد یک میدان متقارن در دهانه شکاف کرده و با وجود

- Transactions on Antennas and Propagation, 19 January, 2023
- [۲۳] واثقی، نوشین. و ابریشمیان، محمد صادق. "طراحی و بهینه‌سازی نوعی جدید از مواد جاذب راداری در پهنای باند وسیع و پلاریزاسیون دلخواه به کمک الگوریتم ژنتیک"، مجله مهندسی برق و الکترونیک ایران. جلد ۷ شماره ۱ صفحات ۷-۱۳۸۹، ۱۳۸۹.
- [24] D. H. Tsaour and Chang K. H., "Scattering of SH Waves by Truncated Semicircular Canyon", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, vol. 135, pp. 862-870, 2009.
- [25] R. F., Harrington. Time-Harmonic Electromagnetic Fields, Chapter 3, New York: McGraw-Hill, 1961.
- [26] M. Abramowitz and I. A. Stegun, Handbook of Mathematical Functions: with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, Dover Publications, 1965.
- wavelet analysis", IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 49, no. 12, pp. 130-136, Dec., 2001
- [8] T. Van and A. W. Wood, "Finite elements analysis of electromagnetic scattering from a cavity", IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 51, no. 1, pp. 130-136, Jan. 2003.
- [9] A. Tyzhnenko, "A Unique Solution to the 2-D h - Scattering Problem for a Semicircular Trough in a PEC Ground Plane", Progress In Electromagnetics Research, Vol. 54, pp. 303-319, 2005.
- [10] A. K., HAMID, "Electromagnetic scattering from a dielectric coated elliptic cylinder loading a semi-elliptic channel in a ground plane", Journal. of Electromagnetic Waves and Applications, vol. 19, no. 2, pp. 257-269, 2005.
- [11] M. A. Basha, S. K. Chaudhuri, S. Safavi-Naein "A Fourier Expansion Solution to Plane Wave Scattering from Multiple Isosceles Right Triangle Grooves in Perfect Conducting Plane", Proc. SPIE 5970, Photonic Applications in Devices and Communication Systems, Oct. 2005.
- [12] Y. H. Cho, "TM plane-wave scattering from finite rectangular grooves in a conducting plane using overlapping T-block method", IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 54, no. 2, pp. 746-749, 2006.
- [13] M. A. Basha, S. K. Chaudhuri, S. Safavi-Naeini, and H. J. Eom, "Rigorous formulation for electromagnetic plane-wave scattering from a general-shaped groove in a perfectly conducting plane", J. Opt. Soc. Am. A, vol. 24, no. 6, 1647-1655, Jun., 2007.
- [14] D. Tsaour and K. Chang, "TM Scattering From a Dielectric Biconvex Cylinder Loading a Shallow Circular Gap in a Perfectly Conducting Plane", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 55, no. 10, pp. 2928-2931, Oct. 2007.
- [15] D.H. Tsaour and K. H. Chang, "Transverse electric scattering by a dielectric biconvex cylinder loaded with a shallow circular trough in a ground plane", IET Microwaves, Antennas Propagation, vol. 2, no. 4, pp. 394-400, 2008.
- [16] Deng-How, Tsaour. and Chang, Kao-Hao. "Electromagnetic plane-wave scattering from a sectorial groove in a perfectly conducting plane", Open Physics, vol 7, no. 1, pp. 160-167, Jan., 2009.
- [17] B. Alavikia, OM. Ramahi, "Finite-element solution of the problem of scattering from cavities in metallic screens using the surface integral equation as a boundary constraint", Journal of the Optical Society of America. vol. 26, no. 9, pp. 1915-1925, Sep., 2009.
- [18] M. Bozorgi, "A mode-matching solution for TE-backscattering from an arbitrary 2-D rectangular groove in a PEC", Journal of Electromagnetic Engineering and Science, vol. 20, no. 3, pp. 159-163, 2020.
- [19] M. Bozorgi, "A Modal Solution for Scattering by an Arbitrary Isosceles Triangular Groove", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 68, no. 12, pp. 8255-8259, Dec. 2020.
- [20] M. Bozorgi, "A generalized method for scattering from wide cavities with specified wave functions", IET, Microw. Antennas Propag., vol. 15, pp. 69-79, 2021.
- [21] M. Bozorgi, "Electromagnetic scattering by a circular cavity of arbitrary shape placed in a perfect electric conductor", IET Microw. Antennas Propag., vol. 16, no. 8, pp. 510-518, Jul., 2022.
- [22] X. Zhang, F. Xu, D. Pei, F. Wang and Y. -Q. Jin, "Bidirectional Scattering Distribution Function of Electrically-large Distributed Rectangular Slots", IEEE