

# بهینه سازی الگوریتم پرتابی با حدس های اولیه مناسب برای شبیه سازی لیزرها و تقویت کننده های فیبری

مریم کریمی<sup>۱</sup>

۱- استادیار، پژوهشکده فوتونیک و فن آوری کوانتومی، پژوهشگاه علوم و فنون هسته ای، سازمان انرژی اتمی ایران، تهران، ایران  
[mykarimi@aeoi.org.ir](mailto:mykarimi@aeoi.org.ir)

**چکیده:** در تقویت کننده های فیبری مقادیر اولیه توان پمپ و سیگنال مشخص است، بنابراین حل معادلات مربوطه در تقویت کننده فیبری جزء مسائل مقدار مرزی محسوب می شود. در لیزرهای فیبری مقدار اولیه توان پمپ در معادلات نرخ معین و توان سیگنال نا معلوم است. بنابراین حل معادلات نرخ در لیزرهای فیبری جزء مسائل مقدار مرزی به حساب می آید. روش های مختلفی برای حل مسائل مقادیر مرزی ارائه شده است که بطور . در این مقاله با بکارگیری روش پرتابی و انتخاب بازه مناسبی برای ناحیه پاسخ جواب هایی برای حل معادلات مربوط به لیزر و تقویت کننده فیبری ارائه شده است. مزیت این روش آن است که برخلاف روش های مرسوم نیازی به حدس های اولیه دقیق برای شروع کار محاسباتی ندارد. با استفاده از این روش پیشنهادی برای حالت های مختلف دمش پیش رو، پس رو و دو طرفه مقادیر توان های سیگنال و دمش در لیزر فیبر ایتربیومی مورد بررسی قرار گرفته است. با ساده سازی در معادلات نرخ برای لیزرهای پرتابی توان طول بهینه در این نوع لیزرها به صورت پارامتری قابل تعریف است. در این مقاله تعریف جدید از طول بهینه در لیزرهای فیبری توان متعارف ارائه شده است و اثرات تلفات زمینه بر طول بهینه مورد بررسی قرار گرفته است.

**واژه های کلیدی:** روش پرتابی، لیزرهای فیبر نوری، حدس اولیه

**نوع مقاله:** پژوهشی

DOI: 10.29252/jiaeee.18.3.970

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۹/۷/۱

تاریخ پذیرش مشروط مقاله: ۱۴۰۰/۱/۲۱

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۱/۲۸

نام نویسنده ی مسئول: دکتر مریم کریمی

نشانی نویسنده ی مسئول: ایران - تهران - انتهای کارگر شمالی - سازمان انرژی اتمی - پژوهشگاه علوم و فنون هسته ای، پژوهشکده فوتونیک و فن آوری کوانتومی

## ۱- مقدمه

کاربرد محیط فعال فیبری به عنوان لیزر مزایای زیادی نسبت به لیزرهای حجمی حالت جامد نظیر قیمت ارزان، پهنای باند بهره وسیع، کارایی و کیفیت پرتو بالا و اثرات کوانتومی کوچک هستند [۱]. آنها کاربردهای فراوانی نظیر تقویت‌کننده نوری [۲]، کاربرد صنعتی و پزشکی [۳ و ۴] و غیره دارند.

برای لیزر با توان بالا فیبرهای لیزری آلاییده به ایتربیوم<sup>۱</sup> و نئودیمیم<sup>۲</sup> (YDFL, NDFL) به صورت لیزرهای فیبری دو غلافه در صنعت مورد استفاده قرار می‌گیرند [۵]. تقویت‌کننده‌ها و لیزرهای ایتربیومی دارای مزایایی است از جمله: ۱- آنها می‌توانند باند وسیعی طول موج را از ۹۷۵ تا ۱۲۰۰ نانومتر را تقویت یا تولید کرد، ۲- تقویت‌کننده‌های فیبر ایتربیومی بهره و کارایی تبدیل بالایی دارند. ۳- بسیاری از مشکلاتی که در فیبرهای اریبومی با چگالی آلاییده بالا رخ می‌دهد، مانند خاموش شدگی القای جفت<sup>۳</sup> و جذب از تراز برانگیخته<sup>۴</sup> در فیبرهای آلاییده ایتربیومی وجود ندارد. این امر موجب می‌شود فیبرهای ایتربیومی با چگالی آلایندگی بالا تهیه کرده و در نتیجه به بهره بالا در تقویت‌کننده‌ها و لیزرهای ساخته شده از این فیبرها دست یافت. ۴- به دلیل پهنای باند وسیع جذب و گسیل در فیبرهای ایتربیومی آنها برای تقویت‌کننده‌های پالس‌های فوق کوتاه مناسب هستند. ۵- از آنجا که اشباع بهره در لیزرهای ساخته شده از این فیبرها بالا است، می‌توانند به عنوان منبع توان بالا به کار روند. ۶- به دلیل شکل هموار سطح مقطع جذب، می‌توان از بازه طول موج ۸۶۰ nm - ۱۰۶۴ nm به عنوان طول موج پمپ استفاده کرد که در نتیجه تنوع زیادی در انتخاب پمپ، از لیزرهای دیودی یا لیزرهای Nd ایجاد می‌کند [۶].

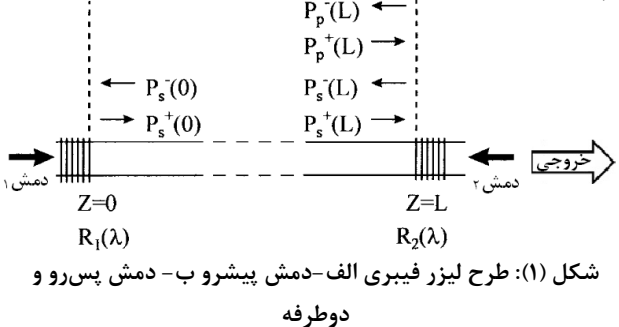
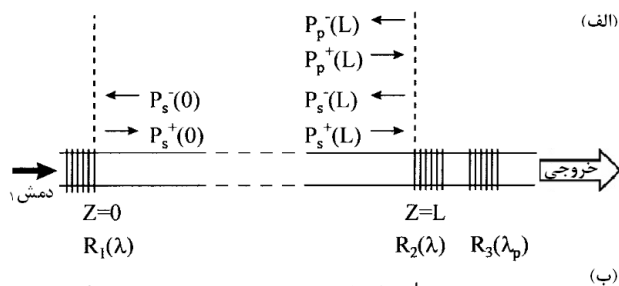
مدل سازی (شبیه سازی و تحلیل عددی) برای بررسی مشخصات دینامیکی و پایای تقویت‌کننده‌ها و لیزرها و بهینه سازی پارامترها در عملکرد سیستم‌ها به کار می‌رود [۷]. تحلیل دینامیکی جمعیت ترازهای انرژی در ناحیه لیزری غالباً با استفاده از معادلات نرخ انجام می‌شود [۸]. در لیزرهای فیبری با توان دمش بالا، چگالی جمعیت تراز N<sub>2</sub> نسبت به چگالی آلاینده N کوچک است و در این حالت، معادلات نرخ لیزرهای فیبری با توان دمش بالا دارای حل تحلیلی هستند [۹-۱۱]. با این وجود تقریب حل تحلیلی در مقایسه با جواب دقیق شبیه سازی در حالتی که از توان دمش متعارف و بازتابنده‌ها در دو انتهای فیبر استفاده می‌شود و ضریب انعکاس در انتهای فیبر دارای اختلاف زیادی است [۱۱]. در تقویت‌کننده‌های فیبری با دمش پیشرو معادلات نرخ و استفاده از روش رونگ کوتا یا سایر روش‌های عددی حل می‌شوند در این قبیل مسائل مقدار اولیه دمش و سیگنال معلوم است و جزء دسته معادلات مقدار اولیه<sup>۵</sup> طبقه بندی می‌شود. لیزرهای فیبری ساخته شده از فیبرهای آلاییده با دمش دوطرفه جزء مسائل مقادیر مرزی<sup>۶</sup> دوگانه هستند [۱۲]. حل مسائل مقادیر مرزی سخت‌تر

از مسائل مقدار اولیه است. روش‌های مختلفی برای حل مسائل مقادیر مرزی وجود دارد که می‌توان به روش پرتابی<sup>۷</sup> (S)، داهلشی<sup>۸</sup> (R) و روش المان محدود<sup>۹</sup> [۱۳]، روش جابجایی<sup>۱۰</sup>، روش گالرکین<sup>۱۱</sup> [۱۴] یا استفاده از روش الگوریتم ژنتیک<sup>۱۲</sup> اشاره کرد [۱۵]. اکثر مسائل مرزی چند نقطه‌ای دارای حل تحلیلی نیستند روش‌های ارائه شده برای این مسائل نیز شامل: روش دیفرانسیل محدود تطبیقی<sup>۱۳</sup>، روش پرتابی، روش تجزیه دامنه<sup>۱۴</sup>، روش تکراری "هی"<sup>۱۵</sup>، سری‌های چیشف<sup>۱۶</sup>، روش نیمه تحلیلی، روش کرنل فضایی هیلبرت<sup>۱۷</sup> و روش جابجایی سینوسی<sup>۱۸</sup> را نام برد [۱۶]. استفاده از روش المان محدود بسیار زمان بر است [۱۷]، اما روش‌های S و R، مسائل شرایط مرزی را به مسائل مقدار اولیه برمی‌گردانند. روش R وابسته به چگالی آلاینده N و طول لیزر فیبری L است و این روش برای مقادیر کوچک این پارامترها دارای دقت بالایی است [۱۸]. روش S بیشتر در لیزرهای رامان چند دمشی، دوطرفه یا دمش پسر و به کار رفته است. روش S دارای سرعت بیشتر نسبت به الگوریتم ژنتیک است [۱۵]. روش پرتابی با یک بردار حدس اولیه شروع [۱۹-۲۰] و به صورت مسئله مقدار اولیه حل می‌شود. به عبارت دیگر شرط مرزی که به صورت تابع شرط بیان می‌شود باید توسط یکی از روش‌های تکرار مثل نیوتن-رافسون [۲۱]، برویدینگ-رنک [۱۲]، روش وتری [۲۲] یا سایر روش‌های دیگر حل شود. معادلات جفت شده تقویت‌کننده فیبری که شرایط مرزی در آنها مورد نظر است جزء گروه معادلات دیفرانسیل معمولی هستند که می‌توان آنها را توسط روش‌های عددی کلاسیک، مانند رانگ-گوتا (RK) [۸] و آدامز-بشفرت حل کرد [۲۳] یا سری‌های روش‌های عددی مبتنی بر RK [۲۴] یا روش‌های پیشنهادی نقطه وسط در روش پرتابی سرعت محاسبات عددی را افزایش می‌دهد [۲۱]. دقت و صحت روش S وابسته به مقدار اولیه انتخابی است [۱۸]. روش پرتابی در لیزرهای فیبری دو غلافه آلاییده ایتربیوم برای بررسی خروجی لیزرها مورد استفاده قرار گرفته است [۲۵] که در آن مقدار اولیه محاسباتی جایگزین می‌شود، اما برای حالت دمش پسر و یا دوطرفه، مقدار توان دمش با تغییر تصادفی یک عدد تا رسیدن به مقدار واقعی حاصل می‌شود. در مرجع [۱۸] نویسندگان روش جدیدی با ترکیب روش S و R ارائه کرده‌اند که سرعت و دقت محاسبات را افزایش می‌دهد، اما در قسمت مقایسه الگوریتم محاسباتی، رابطه شرطی پیشنهادی، تابعی است از خروجی توان سیگنال. این در حالی است که مقدار حدس بعدی وابسته به این تابع شرط است که باید با تابعی مناسب جایگزین شود. در مرجع [۲۲] تابع شرط مناسب ارائه شده است ولی در این مقاله فقط دمش پیشرو مورد بررسی قرار گرفته و مقدار اولیه به صورتی حدسی انتخاب می‌شود. با استفاده از الگوریتم پرتابی و روش تکرار RK، حدس اولیه باید به گونه‌ای انتخاب شود که سرعت محاسبات را افزایش داده و جواب را همگرا کند. از روش پرتابی برای حل معادلات لیزرهای فیبری با دمش چهارطرفه یا چند سویه

انتشار موج در لیزر (تقویت‌کننده)های فیبری توسط مجموعه‌ای از معادلات جفت شده نرخ توصیف می‌شود که توسط روابط زیر بیان می‌شوند [۱۸ و ۲۲].

$$\pm \frac{dP_p^\pm(z)}{dz} = -\Gamma_p \left[ \sigma_a^p N_0 - (\sigma_a^p + \sigma_e^p) N_2(z) \right] P_p^\pm(z) - \alpha_p P_p^\pm(z), \quad (1)$$

$$\pm \frac{dP_s^\pm(z)}{dz} = -\Gamma_s \left[ \sigma_a^s N_0 - (\sigma_a^s + \sigma_e^s) N_2(z) \right] P_s^\pm(z) - \alpha_s P_s^\pm(z). \quad (2)$$



شکل (۱): طرح لیزر فیبری الف-دمش پیشرو ب-دمش پسرو و دوطرفه

اگر معادلات شدت  $\Psi_p$  و  $\Psi_s$  در طول موج دمش و سیگنال در ناحیه آلاینده به‌دست می‌آید [۲۹]. که تغییرات الگوی شدت به-صورت گوسی در نظر گرفته می‌شود.  $\tau$ ، طول عمر تراز پایدار،  $\alpha_p$  و  $\alpha_s$  ضریب تلفات انتشاری، شامل تلفات زمینه و پراکندگی در طول موج‌های دمش و سیگنال و  $N_0$  چگالی آلاینده بر حسب  $\text{m}^3/\text{m}^3$  یون است. چگالی آلاینده در تراز تحریکی  $N_2$  در طول  $z$  از فیبر از رابطه (۳) به‌دست می‌آید [۱۸ و ۲۲]:

(۳-۱) برای حالت لیزری در نظر گرفته شوند، مقادیر ورودی دمش در  $z = 0, L$  مشخص است و مقادیر سیگنال پیشرو و دمش پسرو باید با استفاده از روش  $S$  با توجه به شرایط مرزی به‌دست آید. اگر معادلات مذکور برای دمش دوطرفه در تقویت‌کننده به‌کار رود، مقدار اولیه دمش (پس‌رو، پیش‌رو) و سیگنال (پیش‌رو) مشخص

$$N_2(z) = \frac{\frac{(P_p^+ + P_p^-) \sigma_a^p \Gamma_p \lambda_p}{hcA} + \frac{(P_s^+ + P_s^-) \sigma_a^s \Gamma_s \lambda_s}{hcA}}{\frac{(P_p^+ + P_p^-) (\sigma_a^p + \sigma_e^p) \Gamma_p \lambda_p}{hcA} + \frac{(P_s^+ + P_s^-) (\sigma_a^s + \sigma_e^s) \Gamma_s \lambda_s}{hcA} + \frac{1}{\tau}} N_0 \quad (3)$$

[۲۶-۲۷]، همچنین لیزرهای فیبری کالکوزنایدی آلاینده به یون‌های لانتانیدها [۲۸] استفاده شده است. همچنین با مقایسه پاسخ معادلات مقدار مرزی با دوتقطه‌ای غیرخطی با روش پرتابی و المان محدود (نرم‌افزار کامسول) در صفحه‌ها نیمه رسانای پیزوالکتریک در پژوهشگران ثابت کرده‌اند که روش پرتابی از دقت بالایی برخوردار است [۲۹]. در این مقاله با در نظر گرفتن تابع شرط مناسب [۲۲] و بر اساس حل‌های تقریبی در توان دمش بالا، دو مقدار اولیه مناسب برای دمش و سیگنال ارائه و نشان داده شده است که بر خلاف روش‌های مرسوم نیازی به حدس اولیه دقیق برای شروع کار محاسباتی وجود ندارد و برای کاربرانی که شهودی تجربی از نتایج خروجی لیزرهای فیبری ندارند بسیار کاربردی تر است همچنین با تعیین تابع شرط مناسب می‌توان سرعت محاسبات را نسبت به روش‌های مرسوم افزایش داد.

## ۲- مدل فیزیکی لیزرهای فیبر آلاینده و الگوریتم ریاضی

پیکربندی فیزیکی یک لیزر فیبری در شکل (۱) نشان داده شده است. طرح دمش پیشرو در شکل (۱ الف) آمده است در این مورد یک بازتابنده براگ در طول موج سیگنال در ورودی لیزر که با  $R_1$  نمایش داده شده و بازتابنده براگ در طول موج‌های سیگنال و دمش در خروجی که به ترتیب با  $R_2$  و  $R_3$  نمایش داده شده است. در طرح دمش پیشرو یا دوطرفه وجود بازتابنده براگ در طول موج دمش در خروجی لیزر ناممکن است بنابراین همان‌طور که در شکل (۱ ب) مشاهده می‌شود، فقط می‌توان یک بازتابنده براگ  $R_1$  در ورودی و یک بازتابنده براگ  $R_2$  در خروجی در طول موج سیگنال در نظر گرفت.

علامت  $\pm$  راستای انتشار را نسبت به محور  $z$ ،  $P_{p,s}^+$  و  $P_{p,s}^-$  دمش پیشرو و پس‌رو و  $\sigma_a^p$ ،  $\sigma_a^s$ ،  $\sigma_e^p$  و  $\sigma_e^s$  نشان دهنده سطح مقطع‌های جذب و گسیل در طول موج‌های سیگنال و دمش هستند.  $\Gamma_p$  و  $\Gamma_s$  کسر پر شدگی سیگنال و دمش است. در فیبرهای دو غلافه، دمش نوسان چند مدی در ناحیه غلاف اول انجام می‌شود که در آن  $\Gamma_p \cong A/S$  است. در این عبارت  $A$  سطح ناحیه مغزی و  $S$  سطح ناحیه اولین غلاف (شامل مغزی) است. برای دقت بیشتر در محاسبات تقویت‌کننده کسر پر شدگی می‌توان در انتگرال توسط الگوی که در آن  $\tau$ ،  $h$  و  $c$  به ترتیب طول عمر تراز پایدار، ثابت پلانک و سرعت نور است،  $\lambda_p$  و  $\lambda_s$  بسامد در طول موج‌های سیگنال و دمش است. در این مقاله توزیع آلاینده در مغزی یکنواخت فرض شده و از اثرات گسیل خودبه‌خودی تقویت شده صرف‌نظر می‌شود.

$$P_s^-(0) = \frac{\sqrt{R_2} \cdot P_{s,sat}}{(1-R_1)\sqrt{R_2} + (1-R_2)\sqrt{R_1}} \times \frac{V_s}{V_p} \left(1 - \frac{\alpha_p}{\alpha}\right) [1 - \exp(-\alpha L)] \times \frac{P_p^+(0) + P_p^-(0)}{P_{s,sat}} - (N_t \Gamma_s \sigma_a^s + \alpha_s) L - \ln \left( \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2}} \right), \quad (9)$$

\_\_\_\_\_ که در آن  $\alpha \equiv \Gamma_p \sigma_a^p N_t + \alpha_p$ ،  $V_s$  و  $V_p$  به ترتیب بسامد در طول موج سیگنال و دمش هستند. روابط متعددی برای خروجی توان دمش در لیزرهای پرتوان ارائه شده است. در مقاله حاضر برای تعیین حد بالای  $P_p^-(0)$  از تحلیل سیگنال کوچک استفاده می‌کنیم [۳۵]. تغییرات  $P_p(z)$  تحت تلفات زمینه و کسر پرتابی توان  $\Gamma_p^{-1}$  به صورت رابطه زیر به دست آمده است:

$$\frac{dP_p(z)}{dz} = \Gamma_p (-N_t \sigma_p^a + N_2 \sigma_p^e - \alpha_p) P_p(z). \quad (10)$$

که در آن  $P_s = h\nu_p A / \Gamma_p (\sigma_p^e + \sigma_p^a) \tau \phi_p$  توان اشباع دمش است (توانی که در آن ضریب جذب نصف می‌شود). در این عبارت  $\phi_p$  بازده کوانتومی دمش (در مورد  $Yb^{3+}$ ،  $\phi_p \sim 1$ ) است. حل تحلیلی معادله (۱۰) به صورت زیر است [۳۵]:

$$\ln \left( \frac{P_p(z)}{P_p(0)} \right) + \frac{P_p(z) - P_p(0)}{P_s} = -\Gamma_p (N \sigma_p^a + \alpha_p) z. \quad (11)$$

با استفاده از معادله (۱۱)، توان دمش در طول  $L$  فیبر می‌تواند به صورت عددی و با روش‌های ساده به دست آید [۱۲-۱۳]. در دمش دو طرفه توان دمش در  $z=0$  با  $P_p(0)$  در معادله (۱۱) جایگزین شده و در هر  $P_p(L)$  در فاصله  $L$  از فیبر به دست می‌آید. در دمش دوطرفه، در هر نقطه  $z$  از فیبر، چون آلاینده‌ها تحت تاثیر دمش از سوی دیگر قرار می‌گیرند، چگالی در تراز پایدار کمتر از دمش یک‌سویه است. بنابراین می‌توانیم مقدار به دست آمده را به عنوان حد بالای ناحیه پاسخ  $P_p^-(0)$  در نظر بگیریم و یک ناحیه پاسخ با تعیین حد پایین و بالا برای  $P_p^-(0)$  و  $P_p^+(0)$  معین کنیم. حد پایین صفر و یا یک مقدار کوچک در حدود  $10^{-10}$  برای هر یک از این پارامترها است. در این مقاله ما از روش وتری برای تعیین صفر تابعها استفاده کردیم. با فرض آنکه  $P_{p1}$  و  $P_{p2}$  مقادیر دمش پیش‌رو، پس‌رو برای حالت دمش دوطرفه است، جزئیات الگوریتم محاسباتی به صورت زیر است:

گام اول: با استفاده از روش RK معادله (۳-۱) و مقادیر  $P_s^+(L)$  و  $P_p^-(L)$  برای حد پایین ناحیه جواب به دست می‌آید که در آن به ترتیب مقادیر حدس اولیه:  $guess_s(1) = P_s^-(0) = \varepsilon = 10^{-10}$  و  $guess_p(1) = P_p^-(0) = 0$  و  $P_p^+(0) = P_{p1}$  و  $P_s^+(0) = R_{1s} P_s^-(0)$  مقایسه سیگنال

است و توان دمش پس‌رو از شرایط مرزی به دست می‌آید. برای نوسانگر، شرایط مرزی وابسته به ضریب انعکاس لیزر (دمش) آینه یا توری در دو طرف فیبر است اما برای تقویت‌کننده بازتابندگی در سیگنال یا دمش وجود ندارد و فقط پاسخ به دست آمده از دمش پس‌رو به مقدار اولیه همگرا خواهد شد. در معادلات (۳-۱) توان دمش پیش‌رو و پس‌رو به صورت  $P_p^+(0) = P_{p01}$ ،  $P_p^-(L) = P_{p02}$  است و مقادیر  $P_s^+(0)$  و  $P_s^-(0)$  با استفاده از روش‌های عددی و شرایط مرزی به دست می‌آید.

برای درک بیشتر الگوریتم پرتابی در شرایط BVP معادلات (۱ و ۲) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{dP}{dz} = f(z, P), \quad (4)$$

که تحت شرایط مرزی به طور عمومی به شکل زیر است [۱۲ و ۳۱]:

$$r(P(0), P(L)) = 0. \quad (5)$$

که در آن  $L$  طول فیبر است. شرایط مرزی به توان لیزر و دمش و به شکل زیر بیان می‌شود [۲۰ و ۳۰]:

$$R_{3p} P_p^+(L) = P_p^-(L), \quad R_{1s} P_s^-(0) = P_s^+(0), \quad (6)$$

$$R_{2s} P_s^+(L) = P_s^-(L),$$

که در آن  $R_{1s}$  و  $R_{2s}$  ضریب بازتابندگی در طول موج سیگنال به ترتیب در نقطه  $z=L$  و  $z=0$  و  $R_{3p}$  ضریب انعکاس در طول موج دمش در نقطه  $z=L$  است. اگر انعکاس در طول موج دمش وجود نداشته باشد، طبق معادلات (۱ و ۲) توان لیزر در هر نقطه از رابطه (۷) به دست می‌آید [۲۴ و ۳۳]:

$$P_s^+(0) P_s^-(0) = P_s^+(L) P_s^-(L) = P_s^+(z) P_s^-(z). \quad (7)$$

طبق معادلات (۶) و (۷)، رابطه میان  $P_s^-(L)$  و  $P_s^+(0)$  به سادگی از روابط زیر قابل استخراج است [۲۲ و ۳۳]:

$$r_s(P_s(0), P_s(L)) = P_s^+(0) - \sqrt{R_1 R_2} P_s^+(L) = 0. \quad (8)$$

رابطه (۸) معادله مناسب برای شرایط مرزی است که رابطه (۵) را ارضاء می‌کند و می‌تواند برای حدس‌های اصلاحی متوالی برای  $P_s^+(0)$  در حلقه پرتابی به کار رود. اگر بتوانیم محدوده پاسخ مناسب را برای توان لیزر و دمش پیدا کنیم، آنگاه پاسخ  $P_p^-(0)$  و  $P_s^+(0)$  به سادگی در محدوده جواب قابل تعیین است. در لیزرهای فیبری توان بالا، بهره اشباع می‌شود، و می‌توان فرض کرد که  $N_2(z)$  از چگالی آلاینده کمتر است. تحت این شرایط معادلات نرخ دارای حل تحلیلی است [۳۴]. استفاده از این جواب‌ها تحت شرایط متعارف ایجاد خطا می‌کند، اما می‌توان از این پاسخ‌ها به عنوان حد بالایی ناحیه پاسخ  $P_s^-(0)$  استفاده کنیم. مقدار  $P_s^-(0)$  در طراحی با دمش بالا، از رابطه زیر به دست می‌آید [۱۰]:

### ۳- نتایج شبیه‌سازی

در این مقاله طول موج سیگنال و دمش به ترتیب ۱۰۱۰ و ۹۷۵ نانومتر است و طول فیبر آلایند ۱۰ m، L=10 m، مقادیر سطح مقطع‌های گسیل و دمش از مرجع [۲۸] جایگذاری شده است، تلفات زمینه و طول موج سیگنال و دمش به ترتیب ۵ و ۶ dB/km است. سایر پارامترهای اصلی در این شبیه‌سازی مانند سطح ناحیه آلایند، طول عمر تراز، توان‌های ورودی دمش در دمش پیش‌رو و دوطرفه، ضریب انعکاس براگ در ابتدا و انتهای فیبر و طول موج‌های سیگنال و دمش در جدول (۱) آمده است.

جدول (۱): مقادیر پارامترهای استفاده شده در شبیه سازی لیزر فیبری آلایند به ایتربیوم

مقدار	علامت	پارامتر
$8 \times 10^{-11} \text{ m}^2$	A	سطح مؤثر ناحیه آلایند
۱۰۱۰ nm	$\lambda_s$	طول موج سیگنال
۹۷۵ nm	$\lambda_p$	طول موج دمش
۰.۸۵ ms	T	طول عمر تراز پایدار
$4 \times 10^{25} \text{ ion/m}^3$	$N_0$	چگالی آلایند
$2/5 \times 10^{-24} \text{ m}^2$	$\sigma_p^a$	سطح مقطع جذب دمش [۳۵]
$2/5 \times 10^{-24} \text{ m}^2$	$\sigma_p^e$	سطح مقطع گسیل دمش [۳۵]
$1/4 \times 10^{-27} \text{ m}^2$	$\sigma_s^a$	سطح مقطع جذب سیگنال [۳۵]
$2 \times 10^{-25} \text{ m}^2$	$\sigma_s^e$	سطح مقطع گسیل سیگنال [۳۵]
۵۰۰ و ۲۵۰ mW	$P_p$	توان دمش ورودی FWP, BDP
۵۰۰ و ۲۵۰ mW	$P_p$	توان دمش ورودی BWP, BDP
۵ dB/km	$\alpha_s$	تلفات در طول موج سیگنال [۳۶]
۶ dB/km	$\alpha_p$	تلفات در طول موج دمش [۳۶]
۰/۰۰۴۶	$\Gamma_p$	کسر پر شدگی دمش
۰/۹	$\Gamma_s$	کسر پر شدگی سیگنال
۰/۹۸	$R_1$	ضریب انعکاس در طول موج سیگنال در ابتدای لیزر
۰/۴	$R_2$	ضریب انعکاس در طول موج سیگنال در انتهای لیزر
۰/۴ و ۰/۹۸	$R_3$	ضریب انعکاس در طول موج دمش در انتهای لیزر

با فرض توان اولیه ۲۵۰ mW و با استفاده از الگوریتم پرتابی مناسب تغییرات سیگنال پیش‌رو  $P_s^+$  نسبت به فاصله فیبر برای شیوه‌های مختلف دمش محاسبه و نتایج آن در شکل (۲-الف) آمده است. همان‌طور که از شکل (۲-الف) مشاهده می‌شود در حالت دمش پیش‌رو و پس‌رو، تغییرات  $P_s^+$  با افزایش طول فیبر افزایش می‌یابد. با توجه به شکل مشاهده می‌شود که در دمش پیش‌رو تقعر منحنی منفی و در دمش پس‌رو مثبت است. برای حالت دمش دوطرفه تقعر منحنی در نیمه اول فیبر مشابه دمش پیش‌رو و در نیمه دوم مشابه دمش پس‌رو است. در حالت دمش دوطرفه برای آنکه سطح توان دمش در سه مدل یکسان باشد، در دمش دوطرفه مقادیر اولیه دمش پیش‌رو و پس‌رو

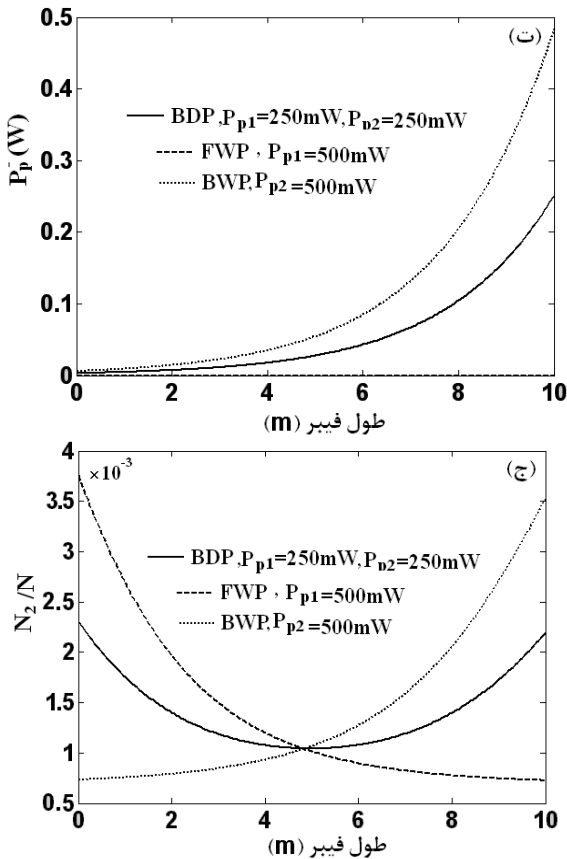
برای حالت دمش دوطرفه  $r_p(1) = P_p^+(L) - P_{p2}$  است برای حالت دمش پیش‌رو  $r_p(1) = P_p^-(L) - P_p^+(L)R_{3p}$  و دمش پس‌رو  $r_p(1) = P_p^+(L) - P_{p2}$  است.

گام دوم: با استفاده از روش RK برای حل معادله (۳-۱) مقادیر  $P_s^+(L)$  و  $P_p^-(L)$  برای حد بالای ناحیه پاسخ به دست می‌آید، که در آن  $guess_p(2) = P_p^-(L) = 0$ ،  $guess_s(2) = P_s^+(0)$ ،  $P_p^+(0) = P_{p1}$  و  $P_s^+(0) = R_{1s}P_s^-(0)$  و تابع مقایسه سیگنال به شکل  $r_s(2) = P_s^+(0) - P_s^+(L)\sqrt{(R_{1s}R_{2s})}$  است. تابع مقایسه دمش، برای حالت دمش دوطرفه  $r_p(1) = P_p^+(L) - P_{p2}$  و برای حالت دمش پیش‌رو  $r_p(1) = P_p^-(L) - P_p^+(L)R_{3p}$  و دمش پس‌رو  $r_p(1) = P_p^+(L) - P_{p2}$  است.

گام سوم: با حدس  $guess_{s,p}(3) = guess_{s,p}(2) - r_{s,p}(2) \times \frac{guess_{s,p}(2) - guess_{s,p}(1)}{r_{s,p}(2) - r_{s,p}(1)}$  معادلات نرخ حل شده و تابع مقایسه جدید تشکیل می‌شود.

گام چهارم: اگر  $r_s > \varepsilon'$  و  $r_p > \varepsilon'$  مقدار خطاهای انتخابی هستند) برقرار باشد به مرحله سوم بازمی‌گردد در غیر این صورت پاسخ معادلات به دست آمده است. باید توجه داشت که در گام چهارم اگر هر یک از شرطها تایید شود حدس پارامتر مربوط به آن متوقف می‌شود. در گام نخست، قرار دادن  $guess_s(1) = P_s^-(0) = 0$ ، زیرا با این فرض  $P_s^+(0) = 0$  و  $P_s^-(L) = 0$  و  $P_s^+(L) = 0$  و بنابراین  $guess_s(3) = 0$  می‌شود و پاسخ همگرا نخواهد شد.

باید توجه شود که استفاده از روش RK برای تعیین تابع صفر ناممکن است، زیرا در روش RK نیاز است که مشتق تابع را بدانیم به عبارت دیگر مشتق  $r_s$  نسبت به  $P_s^+(0)$  باید قابل تعیین باشد، اما در اینجا  $P_s^+(L)$  وابسته به  $P_s^+(0)$  در معادلات جفت شده (۲-۱) است و تعیین مشتق صریح رابطه ناممکن است. از این رو در عمل روش RK به روش تری تقلیل می‌یابد. نکته قابل ملاحظه دیگر آن است که استفاده از روش‌های ساده‌تر مانند روش تنصیف برای تعیین صفر تابع ناممکن است، زیرا این مسئله دارای دو تابع  $r_p$  و  $r_s$  است که باید به‌طور هم‌زمان در دو حلقه تودرتو حل شوند به‌طوری که باید صفر تابع  $r_s$  در حلقه خارجی  $r_p$  محاسبه شود. اگر مقدار اولیه  $guess_p$  خارج از محدوده جواب حلقه داخلی باشد آنگاه مقدار  $r_s$  قابل تعیین نیست و حلقه داخلی به‌طور نامحدود بدون آنکه پاسخ حاصل شود تکرار خواهد شد.

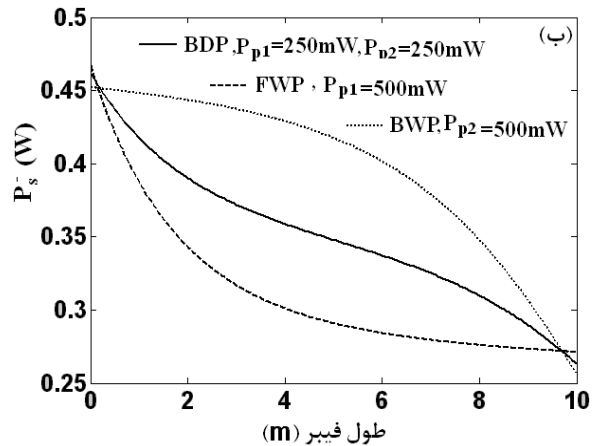
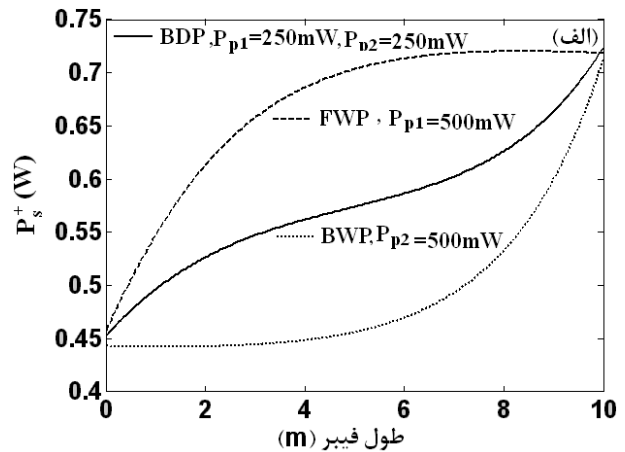


شکل (۲): بستگی (الف) سیگنال پیش‌رو  $P_s^+$ ، ب- سیگنال پس‌رو  $P_s^-$ ، پ- دمش پیش‌رو  $P_p^+$ ، ت- دمش پس‌رو  $P_p^-$  و ث- انبوهی بهنجار شده تراز دوم نسبت به طول فیبر برای حالت‌های مختلف دمش پیش‌رو، پس‌رو و دو طرفه

تغییرات مختلف دمش پیش‌رو  $P_p^+$ ، پس‌رو  $P_p^-$  نسبت به طول فیبر برای حالت‌های مختلف دمش به‌ترتیب در شکل‌های (۲ پ و ت) آمده است. در حالت دمش دو طرفه  $P_p^+$  و دمش پیش‌رو  $P_p^-$  نسبت به طول فیبر صفر است. تغییرات بهنجار شده تراز بالاتر  $N_2/N_1$  نسبت به طول فیبر برای حالت‌های مختلف دمش در شکل (۲-ث) آمده است. همان‌طور که از شکل (۲-ث) مشاهده می‌شود در هر نقطه فیبر که دمش بیشتر است، مقدار  $N_2/N_1$  بیشینه و متناسب با مقدار دمش است. در حالت دمش دوطرفه، بیشینه مقدار  $N_2/N_1$  نصف مقدار آن در حالت دمش پیش‌رو یا پس‌رو است که در نیمه اول لیزر رخ می‌دهد. توان خروجی لیزر وابسته به طول فیبر است. با فرض دمش دو سویه تغییر طول لیزر فیبری تغییرات توان سیگنال پیش‌رو نسبت به طول فیبر در شکل (۳-الف) نمایش داده شده است. همان‌طور که در شکل (۳-الف) مشاهده می‌شود برای طول لیزرهای کمتر از ۳/۵ متر، تغییر تقعر منحنی رخ نمی‌دهد و تابع به صورت پیوسته افزایش می‌یابد. با اتصال نقاط انتهایی توابع  $P_s^+$ ، نمودار به دست می‌آید که تغییرات  $P_s^+$  خروجی لیزر را نسبت به طول لیزر نشان می‌دهد (منحنی خط- نقطه). تغییرات سیگنال پس‌رو نسبت به طول فیبر در شکل (۳-ب) نمایش داده شده است.

نصف مقدار آن در دمش یک‌طرفه است. در دمش پیش‌رو می‌توان بازتابنده در طول موج دمش در انتهای فیبر نصب کرد که ضریب انعکاس در طول موج سیگنال و دمش به‌ترتیب  $R_2$  و  $R_3$  در نظر گرفته می‌شود.

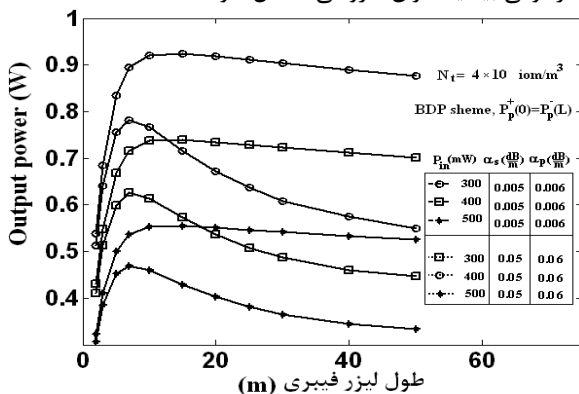
تغییرات سیگنال پس‌رو  $P_s^-$  برای روش‌های مختلف دمش نسبت به طول فیبر در شکل (۲-ب) نشان داده شده است. تقعر منحنی  $P_s^-$  نسبت به طول فیبر در هر حالت دمش نسبت به عکس تقعر منحنی  $P_s^+$  است.



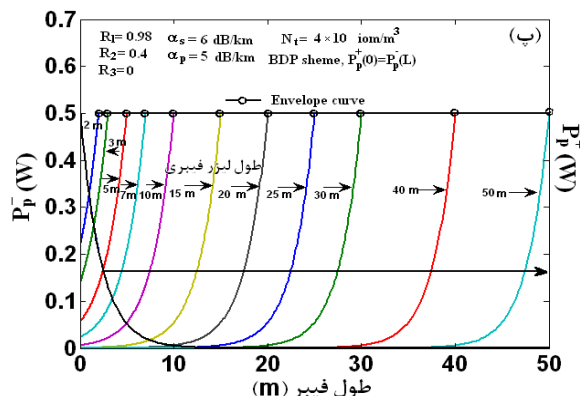
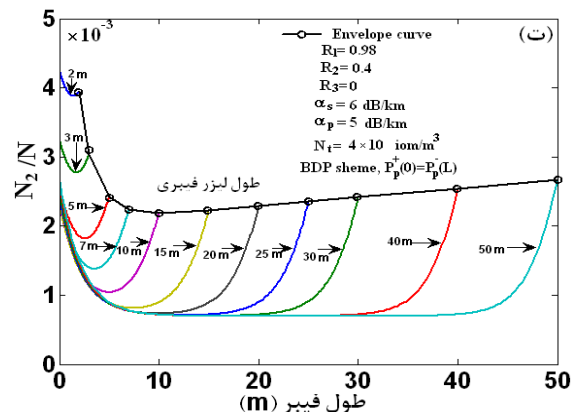
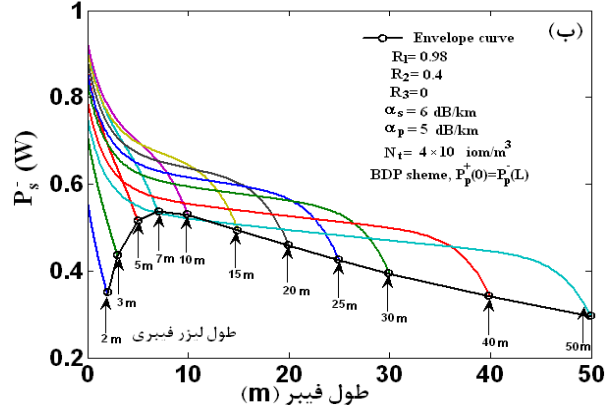
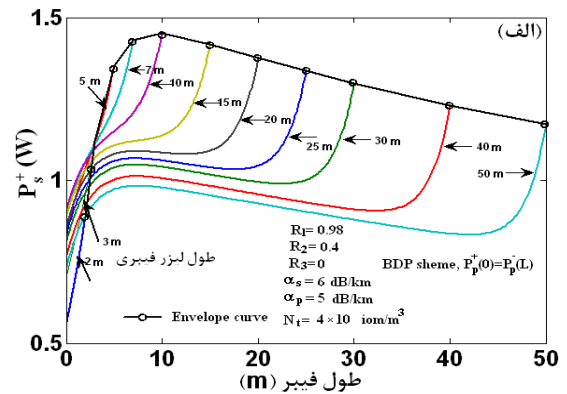


مشابه مورد  $P_s^+$ ، سیگنال پس‌رو برای لیزرهای فیبری با طول کمتر از ۳/۵ متر، هیچ تغییری در تقعر منحنی  $P_s^-$  ایجاد نمی‌شود. پوش این منحنی‌ها در شکل (۳-ب) (با رنگ مشکی) تغییرات خروجی  $P_s^-$  در لیزر را نسبت به طول لیزر فیبری نمایش می‌دهد. خروجی لیزر در هر طول فیبری  $P_{out}^+ = P_s^+(L) - P_s^-(L) = P_s^+(L)(1 - R_2)$  است. بنابراین برای تعیین توان خروجی لیزر نسبت به طول لیزر فیبری فقط کافی است که پوش منحنی در شکل (۳-ب) از پوش منحنی در شکل (۳-الف) کم شود. تغییرات توان دمش پیش‌رو و پس‌رو نسبت به طول فیبر در شکل (۳-پ) نمایش داده شده است. برای لیزر فیبری با طول کمتر از ۳/۵ متر، تغییرات به‌صورت یک خط راست است. تغییرات دمش پس‌رو برای تمام لیزرهای فیبری یکسان و نسبت به طول فیبر نزولی است. تغییرات جمعیت بهنجار شده تراز بالاتر  $N_2/N_1$  نسبت به طول فیبر در شکل (۳-ت) نمایش داده شده است. بهینه طول لیزر فیبری در لیزرهای با توان دمش بالا به این صورت تعریف شده است که طولی از فیبر است که با افزایش توان دمش وردی، توان خروجی لیزر تغییری نکند. در لیزرهای فیبری با توان دمش بالا با فرض  $N_2 \ll N_1$  معادلات کوپل شده نرخ دارای حل تحلیلی است [۳۴] و [۳۷]. اما در لیزرهای فیبری با توان دمش متعارف، طول بهینه لیزر باید به‌صورت تحلیلی با تغییر طول لیزر فیبری و تعیین خروجی لیزر به‌دست آید.

تغییرات توان خروجی لیزر نسبت به طول لیزر فیبری در مقادیر مختلف تلفات زمینه در شکل (۴) نمایش داده شده است. همان‌طور که از شکل (۴) مشاهده می‌شود برای لیزرهای فیبری با تلفات زمینه زیاد (خطوط مشکی و قرمز)، توان خروجی لیزر پس از رسیدن به یک مقدار بیشینه در حدود ۴-۱۰ متر از طول لیزر کاهش می‌یابد. همان‌طور که در این تصویر ملاحظه می‌شود تعیین طول بهینه در لیزرهای با تلفات زمینه زیاد از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است، زیرا افزایش در طول لیزر باعث کاهش چشم‌گیری در خروجی لیزر می‌شود. بنابراین در این حالت بهینه طول فیبر آلائیده برای ساخت لیزر مکانی است که در هر توانی بیشینه توان خروجی حاصل شود.



شکل (۴): تغییرات خروجی لیزر فیبری نسبت به طول لیزر



شکل (۳): تغییرات (الف) سیگنال پیش‌رو  $P_s^+$ ، ب- سیگنال پس‌رو  $P_s^-$ ، پ- دمش پیش‌رو  $P_p^+$  و دمش پس‌رو  $P_p^-$  و ت- بهنجار شده تراز دوم و پوش این منحنی‌ها نسبت به موقعیت فیبر برای لیزرهای فیبری با طول‌های مختلف و حالت‌های مختلف دمش پیش‌رو، پس‌رو و دو طرفه.

- National Laboratory", LLNL-JRNL-407023, IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, September 16, 2008.
- [4] M. G. Kuzyk, "Optical Polymers: Fibers and Waveguides", CRC Press, Taylor & Francis, United State of American, 2006.
  - [5] E. Yahel, O. Hess, A. A. Hardy, "Modeling and optimization of high-power Nd/sup 3+/-Yb/sup 3+/-codoped fiber lasers", J. of Lighthwave Technol. Vol. 24, pp. 1601-1609, 2006.
  - [6] Rüdiger Paschotta, Johan Nilsson, Anne C. Tropper, and David C. Hanna, "Ytterbium-Doped Fiber Amplifiers", IEEE J. Quant. Electron, Vol. 33, pp. 1049-1056, 1997.
  - [7] Y. Wang, "Optimization of Pulse Amplification in Ytterbium-Doped Double-Clad Fiber Amplifiers", journal of lightwave technology, VOL. 23, NO. 6, JUNE 2005
  - [8] M. Karimi, N. Granpayeh, and M.K. Moravvej Farshi "Analysis and design of a dye-doped polymer optical fiber amplifier", Appl. Phys. B 78, (2004), 387-396.
  - [9] Hardy, "Signal Amplification in Strongly Pumped Fiber Amplifiers, IEEE. J. Quant. Electron., Vol. 33, pp. 307-313, 1997.
  - [10] L. Xiao, P. Yan, M. Gong, W. Wei, P. Ou, "An approximate analytic solution of strongly pumped Yb-doped double-clad fiber lasers without neglecting the scattering loss", Opt. commun. Vol. 230, pp. 401-410, 2004.
  - [11] Z. Luo, C. Ye, G. Sun, Z. Cai, M. Si, Q. Li, " Simplified analytic solutions and a novel fast algorithm for Yb3+-doped double-clad fiber lasers", Opt. commun. Vol. 283, pp. 3764-3767, 2010.
  - [12] J. Stoer and R. Bulirsch "Introduction to Numerical Analysis" 3rd edn (New York: Springer), 2002.
  - [13] R. L. Burden and J. D. Faires "Numerical Analysis", 9th edn (California: Brooks/Cole, Thomson Learning, Inc.), 2011.
  - [14] S. N. Bose, "Numerical Methods of Mathematics Implemented in Fortran", Springer, Singapore, 2019.
  - [15] X. Liu and Y. Li, "Efficient algorithm and optimization for broadband Raman amplifiers", Opt. Express, Vol. 12, pp. 564-573, 2004.
  - [16] K. Abdella, and J. Trivedi, "Solving Multi-Point Boundary Value Problems Using Sinc-Derivative Interpolation", MDPI-Mathematics, Vol. 8, P. 2104, 2020.
  - [17] Q. Han, J. Ning, Z. Chen, L. Shang and G. Fan, "An efficient shooting method for fibre Raman amplifier design", J. Opt. A: Pure Appl. Opt. Vol. 7, pp. 386-390, 2005.
  - [18] L. Shang, L. Qi, Y. Liao, S. Zhang, "A combined algorithm for simulating fiber lasers based on the shooting and relaxation methods", Optical Fiber Technology, Vol. 18, pp. 502-508, 2012.
  - [19] J. Zhou, Jianping Chen, Xinwan Li, Guiling Wu, Wenning Jiang, Changhai Shi and Yiping Wang, "A novel algorithm for a multi-cavity Raman fiber laser", Opt. Express, Vol. 14, 3427-3432, 2006.
  - [20] Q. Han, J. Ning, H. Zhang, and Z. Chen, "novel shooting algorithm for highly efficient analysis of fiber raman amplifiers", J. of Lighthwave Technol. Vol. 24, pp. 1946-1952, 2006.
  - [21] X. Liu, "Powerful solution for simulating nonlinear coupled equations describing bidirectionally pumped broadband Raman amplifiers", Opt. Express, Vol. 12, pp. 545-550, 2004.

در لیزرهای فیبری با تلفات زمینه کم (خطوط آبی) با افزایش طول فیبر خروجی لیزر فیبری به سرعت افزایش می‌یابد، اما این تغییرات پس از حدود تقریباً ۱۰ متر دارای شیب ملایم می‌شود، بطوری که با افزایش حدود ۵۰ متر فیبر آلائیده، تغییرات توان خروجی فقط حدود ۱۰٪ افزایش می‌یابد. افزایش طول فیبر در لیزر باعث اثرات نامطلوبی مانند گسیل خودبه‌خودی تقویت شده (ASE) و اثرات غیر خطی و سایر ناپایداری‌ها می‌شود. بنابراین در این گونه موارد تعریف طول بهینه لیزر فیبری باید اصلاح شود. در لیزرهای فیبری با توان دمش متعارف و تلفات زمینه کم، طول بهینه لیزر جایی است که انحنای منحنی توان خروجی لیزر فیبری نسبت به طول فیبر تغییر کند.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله ناحیه پاسخ جدیدی برای حدس اولیه پاسخ سیگنال و دمش برای بهبود عملکرد روش شوتینگ پیشنهاد شده است که شروع محاسبات را از حدس اولیه مناسب بی‌نیاز کرده و نقطه شروع را بر خلاف روش‌های مرسوم مقدار صفر در نظر می‌گیرد: با توجه به انتخاب تابع شرط مناسب در این محدوده پاسخ می‌توان سرعت محاسبات رایانه را افزایش داد و به طور کلی می‌توان بیان کرد که محاسبات را از شهود آزمایشگاهی بی‌نیاز می‌کند.

تاثیر طول فیبر در تغییرات دمش پیش‌رو و پس‌رو و تغییرات سیگنال و چگالی تراز بالاتر مورد بررسی قرار گرفت. با استفاده از پوش منحنی سیگنال پس‌رو و پیش‌رو توان خروجی لیزر به‌دست آمد و تغییرات توان دمش، تغییرات توان سیگنال و چگالی آلاینده در روش‌های مختلف دمش، پیش‌رو، پس‌رو و دو طرفه مورد بررسی قرار گرفت. در روش دمش دو طرفه و سطح دمش متعارف، اثرات تلفات زمینه و توان دمش ورودی بررسی و نشان داده شد برای لیزر فیبری با تلفات زمینه کم، خروجی لیزر به‌طور پیوسته با افزایش طول فیبر با شیب ملایمی افزایش می‌یابد. بنابراین تعریف قبلی معرفی شده از طول بهینه لیزر فیبری برای لیزرهای با توان دمش بالا باید در این نوع موارد تغییر یابد. در این حالت، طول بهینه لیزر جایی است که شیب تغییرات خروجی لیزر نسبت به طول فیبر تغییر کند. این مقاله مروری بر کار قبلی نویسنده مقاله است [۳۰].

#### مراجع

- [1] Kelson and A. Hardy, "Optimization of Strongly Pumped Fiber Lasers", J. of Lighthwave Technol. Vol. 17, pp. 891-897, 1999.
- [2] P. C. Becker, N. A. Olsson, J. R. Simpson: "Erbium Doped Fiber Amplifiers: : Fundamentals and Technology (Optics and Photonics)" , ACADEMIC Press, London, 1999.
- [3] J. W. Dawson, M. J. Messerly, H. H. Phan, J. K. Crane, R. J. Beach, C. W. Siders, C. P. J. Barty, "High Energy, Short Pulse Fiber Injection Lasers at Lawrence Livermore



- <sup>2</sup> Neodymium: Nd
- <sup>3</sup> Pair induced Quenching: PIQ
- <sup>4</sup> Excited state absorption
- <sup>5</sup> Initial value problems: IVPs
- <sup>6</sup> Two point boundary value problems: BVPs
- <sup>7</sup> Shooting method: S-method
- <sup>8</sup> Relaxation method: R-method
- <sup>9</sup> Finite difference method: FD-method
- <sup>10</sup> Collocation method
- <sup>11</sup> Galerkin method
- <sup>12</sup> Genetic algorithm: GA
- <sup>13</sup> Adaptive finite difference method
- <sup>14</sup> Domain decomposition method
- <sup>15</sup> He's variational iteration method
- <sup>16</sup> Chebyshev series
- <sup>17</sup> Reproducing Hilbert kernel space method
- <sup>18</sup> Sinc-collocation method
- <sup>19</sup> Power Filling Factor

- [22] J. Liu, C. Zhao, S. Wen, D. Fan, C. Shuai, "An improved shooting algorithm and its application to high-power fiber lasers", *Opt. commun.* Vol. 283, pp. 3764-3767, 2010.
- [23] X. Liu and B. Lee, "A fast and stable method for Raman amplifier propagation equations", *Opt. Express*, Vol. 22, 2163-2176, 2003.
- [24] X. Liu and B. Lee, "Effective shooting algorithm and its application to fiber amplifiers", *Opt. Express*, Vol. 11, pp. 1452-1461, 2003.
- [25] Z. Lali-Dastjerdi, F. Kroushavi, M. H. Rahmani, "An efficient shooting method for fiber amplifiers and lasers", *Optics & Laser Technology* Vol. 40 pp. 1041- 1046, 2008.
- [26] X. Hu, Tigang N., L. Pei, Q. Chen, J. Li, J. Zheng, C. Zhang, "Adaptive shooting method for 4-point side-pumping high power Yb<sup>3+</sup>-doped double-clad fiber lasers", *Opt. Fiber Technol.*, Vol. 22, pp. 13-22, 2015.
- [27] X. Hu, T. Ning, L. Pei, Q. Chen, J. Li, J. Zheng, C. Zhang, "Shooting method with excellent initial guess functions for multipoint pumping Yb<sup>3+</sup>-doped fiber lasers", *Opt. Commun.*, Vol. 336, pp. 286-294, 2015.
- [28] S. Sujecki, "Modelling and Design of Lanthanide Ion-Doped Chalcogenide Fiber Lasers: Progress towards the Practical Realization of the First MIR Chalcogenide Fiber Laser", *MDPI-fibers*, Vol.6, P. 25, 2018.
- [29] M. Zhao, C. Yang, C. Y. Fan, Q. Y. Zhang, "A shooting method for nonlinear boundary value problems in a thermal piezoelectric semiconductor plate", *Z Angew Math Mech*, 201900302, 2020.
- [30] M. Karimi, A. H. Farahbod, "Improved shooting algorithm using answer ranges definition to design doped optical fiber laser", *Opt. Commun.*, Vol. 324, pp. 212-220, 2014.
- [31] Y. Y. Fan, C. C. Ye, C. Yuan Wu, Z. P. Cai, "High power narrow line width wavelength tunable Yb<sup>3+</sup> doped double clad fiber laser, *Proc. Of SPIE, Passive component and fiber based devices V*, Vol. 7134, P. 71342H1-8, 2008.
- [32] N. Ji-Ping, H. Qun, C. Zhi-Qiang, L. Jia-Qiang, L. Xiao-Guang, "A Powerful Simple Shooting Method for Designing Multi-Pumped Fibre Raman Amplifiers", *Chin. Phys. Lett.* Vol. 21, pp. 2184-2187, 2004.
- [33] R. Iffländer "Solid-State Lasers for Materials Processing: Fundamental Relations and technical realizations", Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, Printed in Germany, 2001.
- [34] Kelson and A. Hardy, "Optimization of Strongly Pumped Fiber Lasers", *J. of Lighthwave Technol.* Vol. 17, pp. 891-897, 1999.
- [35] H. M. Pask, Robert J. Carman, David C. Hanna, Anne C. Tropper, Colin J. Mackechnie, Paul R. Barber, and Judith M. Dawes, "Ytterbium-Doped Silica Fiber Lasers: Versatile Sources for the 1-1.2  $\mu$ m Region", *IEEE. J. of Quant. Electron.* Vol. 1, pp. 2-13, 1995.
- [36] D. Xue, Q. Lou, J. Zhou, "Comparison of Yb-doped fiber laser with one-end and double-end pumping configuration", *Optics & Laser Technol.*, Vol. 39, pp. 871-874, 2007.
- [37] X. Liao, C. Huang, "Optimization of Yb<sup>3+</sup>-doped double-clad fiber lasers using a new approximate analytical solution", *Optics & Laser Technol.*, Vol. 43, pp. 55-61, 2011.

<sup>1</sup> Ytterbium: Yb