Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers
Vol. 22 No. 4, 2025
DOI: 10.61882/jiaeee.22.4.104

Observer-Based Fault-Tolerant Adaptive Control for Multi-Agent Systems Against Actuator Faults

Mahsa Hasanshahi [1], Malihe Maghfoori Farsangi [2], Elham Amini Boroujeni[3]

[1] PhD Student, Department of Electrical Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran.
hasanshahi.mahsa@gmail.com
[2] Professor, Department of Electrical Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran
mmaghfoori@uk.ac.ir
[3] Assistant Professor, Department of Electrical and Computer Engineering, Engineering Faculty, Kharazmi University, Tehran, Iran
e.amini.b@khu.ac.ir

Abstract:
In this paper, an observer based fault-tolerant consensus control scheme for leader-follower linear multi-agent systems in the presence of simultaneous actuator faults is proposed. In this regard, we have focused on developing the performance of the cubic observer for detecting actuator faults in multi-agent systems with the goal of improving estimation accuracy and facilitating optimal performance under fault conditions. Furthermore, a distributed adaptive control law, derived from the information provided by the observer and utilizing linear matrix inequalities, is presented to stabilize the system and ensure consensus tracking of the agents despite the presence of faults. The simulation results on two systems are provided.

Keywords: Multi-agent systems, Fault-tolerant control, Leader-follower consensus, Actuator faults, Cubic observer, Linear matrix inequality

Article Type: Research

Received: 17. 12. 2024

Revised: 01. 07. 2025

Accepted: 21. 08. 2025

Corresponding author: M. Maghfoori Farsangi

Corresponding author's address: Imam Khomeini highway, Pazhouhesh square. Elec. Eng. Dep., Shahid Bahonar university, Kerman, Iran.

Copyright © 2025 The Authors. Published by Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers.
This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International license (https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/). Non-commercial uses of the work are permitted, provided the original work is properly cited.

1. Motivation of the work

In recent years, multi-agent systems (MASs) have attracted increasing attention due to their broad applications in engineering, robotics, and aerospace. However, a key challenge in these systems is maintaining reliable consensus in the presence of actuator faults, which can occur simultaneously across multiple agents. Motivated by this challenge, this research focuses on enhancing the accuracy of fault-tolerant consensus control in leader–follower MASs. The cubic observer, which has been shown in prior studies to provide faster transient response compared to conventional observers, is adopted and extended to the multi-agent framework for the first time. By integrating this observer with a distributed adaptive control law, the proposed framework not only enables precise online estimation of time-varying actuator faults but also ensures resilient consensus tracking despite fault conditions. The outcome of this study contributes to improving the stability, responsiveness, and reliability of MASs in real-world applications where unexpected actuator faults frequently occur.

2. Contributions

The main contributions of this research can be summarized as follows:

1.Novel use of cubic observer in MASs: This study develops and extends the cubic observer for the first time to multi-agent leader–follower systems, enabling accurate estimation of time-varying actuator faults. Its faster transient response compared to traditional observers significantly improves fault diagnosis and control performance.

2. Integration of adaptive control with distributed fault estimation: Unlike existing methods that focus either on consensus or fault estimation, this work proposes a unified framework that combines fault estimation with distributed adaptive consensus control, ensuring resilience in the presence of simultaneous faults.

3. Enhanced fault tolerance: The proposed approach effectively manages time-varying actuator faults across multiple agents, guaranteeing both system stability and consensus achievement.

4. Comprehensive stability analysis: Using Lyapunov theory and Linear Matrix Inequalities (LMIs), rigorous conditions are derived to ensure uniform boundedness and convergence of the proposed scheme.

5. Validation through simulations: Two case studies are provided to demonstrate the improved accuracy of the proposed method compared with existing fault-tolerant strategies.

Overall, this research provides a clear advancement over current methods by addressing both accurate fault estimation and reliable consensus in a unified adaptive framework, making it suitable for practical large-scale applications.

3. Procedures

The study focuses on the design and validation of a distributed adaptive fault-tolerant consensus control framework for linear leader–follower multi-agent systems subject to actuator faults. The methodology begins with system modeling, where the leader–follower dynamics are established and the possibility of simultaneous actuator faults across multiple agents is incorporated. To enable accurate monitoring of system performance, a cubic observer is developed and extended to the multi-agent setting. This observer provides online estimation of both system states and actuator faults, benefiting from its faster transient response and higher accuracy compared with conventional observers. Based on the estimates obtained from the observer, a distributed adaptive fault-tolerant control law is designed to ensure that each agent can dynamically compensate for time-varying faults. Stability and convergence properties of the proposed scheme are rigorously analyzed through Lyapunov stability theory and Linear Matrix Inequality (LMI) conditions, guaranteeing uniform ultimate boundedness and consensus of the system. Finally, simulation studies are performed on two representative examples, where simultaneous actuator faults are introduced to evaluate the accuracy of fault estimation of consensus performance.

4. Findings

The findings demonstrate that the proposed framework achieves accurate and rapid estimation of time-varying actuator faults, allowing the adaptive controller to respond effectively and maintain reliable operation. Even in the presence of simultaneous actuator faults, the followers successfully converge to the leader’s trajectory, confirming the ability of the proposed approach to preserve consensus. The use of cubic observers enhances both speed and precision in fault diagnosis, which directly contributes to improved system stability and resilience. Comparative results with existing methods reveal that the proposed approach significantly reduces estimation errors and ensures superior fault-tolerant performance, particularly in scenarios involving severe or time-varying faults. Overall, the study verifies that the integration of cubic observer dynamics with adaptive distributed control provides a scalable solution for fault-tolerant consensus in multi-agent systems.

5. Conclusion

In this paper, the consensus problem of linear leader–follower multi-agent systems subject to actuator faults has been investigated, and an online mechanism for the estimation of simultaneous faults has been proposed. To achieve precise estimation of system states and time-varying actuator faults, the cubic observer has been extended and adapted to the multi-agent setting. Furthermore, a distributed adaptive control law has been designed to ensure consensus among agents even in the presence of faults. The stability and consensus conditions have been analyzed using Lyapunov stability theory in conjunction with Linear Matrix Inequalities (LMIs). Simulation results have verified the effectiveness of the proposed fault-tolerant consensus control method, demonstrating accurate fault estimation and consensus performance.

نشریه مهندسی برق و الکترونیک ایران

نشریه مهندسی برق و الکترونیک ایران، سال بیست و دوم، شماره چهارم، زمستان ۱۴۰۴، صفحات ۱۰۴-۱۱۳

DOI: 10.61882/jiaeee.22.4.104

کنترل تطبیقی تحمل‌پذیر عیب سیستم های چند عاملی مبتنی بر رویتگر در حضور عیب عملگری

مهسا حسن شاهی[۱]، ملیحه مغفوری فرسنگی[۲]، الهام امینی بروجنی[۳]

۱- دانشجوی دکتری- دانشکده فنی مهندسی- بخش برق- دانشگاه شهید باهنر- کرمان- ایران

hasanshahi.mahsa@gmail.com

۲- استاد- دانشکده فنی مهندسی- بخش برق- دانشگاه شهید باهنر- کرمان- ایران

mmaghfoori@uk.ac.ir

۳- استادیار- گروه مهندسی برق و کامپیوتر، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران

e.amini.b@khu.ac.ir

چکیده: در این مقاله به منظور دستیابی به اجماع عامل‌ها در حضور عیب عملگری همزمان در چند عامل، کنترل‌کننده تحمل‌پذیر عیب مبتنی بر رویتگر برای سیستم‌های چندعاملی خطی رهبر-پیرو طراحی شده است. در این راستا، علاوه بر بهبود و توسعه عملکرد رویتگر کیوبیک برای شناسایی و مقابله با عیب عملگری در سیستم‌های چندعاملی و افزایش دقت تخمین، عملکرد بهینه سیستم نیز با بهره‌گیری از قانون کنترل تطبیقی توزیع‌شده بررسی می شود. در چارچوب کنترلی پیشنهادی، با استفاده از اطلاعات حاصل از رویتگر و نیز حل نامساوی ماتریسی خطی، پایداری سیستم و اجماع عامل‌ها در حضور عیب بهبود می یابد. بهبود عملکرد سیستم با استفاده از کنترل تحمل‌پذیر عیب پیشنهادی با شبیه سازی بر روی دو سیستم، نشان داده شده است.

کلمات کلیدی: سیستم‌های چندعاملی، کنترل تحمل‌پذیر عیب، اجماع رهبر-پیرو، عیب عملگری، رویتگر کیوبیک، نامساوی ماتریسی خطی

نوع مقاله: پژوهشی

دریافت : ۱۴۰۳/۰۹/۲۷

بازنگری: ۱۴۰۴/۰۴/۱۰

پذیرش: ۱۴۰۴/۰۵/۳۰

نام نویسنده‌ی مسئول: دکتر ملیحه مغفوری فرسنگی

نشانی نویسنده‌ی مسئول: ایران – کرمان – بزرگراه امام خمینی – میدان پژوهش– دانشگاه شهید باهنر کرمان – دانشکده‌ی برق

حق انتشار این مستند، متعلق به نویسندگان آن است. ۱۴۰۴ ©. ناشر این مقاله، انجمن مهندسین برق و الکترونیک ایران است.

این مقاله تحت گواهی زیر منتشرشده و هر نوع استفاده غیرتجاری از آن مشروط بر استناد صحیح به مقاله و با رعایت شرایط مندرج در آدرس زیر مجاز است.

Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International license
(https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر، مسئله اجماع سیستم‌های چند عاملی به دلیل کاربردهای گسترده آنها در بسیاری از زمینه‌ها، از جمله شبکه‌های حسگر، وسایل نقلیه هوایی بدون سرنشین (پهپاد)، آرایش بندی ماهواره‌ها، سیستم‌های چندرباتی[۱-۳] وغیره بسیار مورد توجه قرار گرفته است. از مزایای سیستم‌های چندعاملی در مقایسه با یک عامل منفرد می‌توان به انعطاف‌پذیری بیشتر، سازگاری و عملکرد بالاتر اشاره کرد[۴]. موضوعات مورد مطالعه در سیستم‌های چندعاملی شامل مسئله اجماع (Consensus) ، آرایش بندی (Formation) ، حرکت دسته جمعی(Flocking)، همزمانی(Rendezvous)، پوشش (Coverage) و دوری از موانع (Obstacle avoidance) می‌باشد[۵]. در این میان، مسئله اجماع یکی از موضوعات مهم در حوزه کنترل مشارکتی سیستم‌های چند عاملی است که گروهی از عامل‌ها را قادر می‌سازد تا بر روی مقداری معین در دو حالت بدون رهبر (Leaderless) [۶, ۷] و رهبر-پیرو (Leader-follower) [۸-۱۲] به توافق برسند. پیچیده تر شدن سیستم ها سبب می‌شود تا در معرض عیب های احتمالی مانند عیب سنسوری، عیب عملگری و عیب های داخلی قرار گیرند که معمولاً اجتناب‌ناپذیر بوده و بر عملکرد کل سیستم تأثیر می‌گذارند. بنابراین با افزایش نیاز به عملکرد بالا و قابلیت اطمینان در این سیستم‌ها، تشخیص عیب (Fault detection) ، جداسازی عیب و نیز طراحی سیستم‌های کنترل تحمل‌پذیر عیب (FTC) به چالش‌هایی در کنترل مدرن تبدیل شده است[۱۳]. ایده اصلی کنترل تحمل‌پذیر عیب، توسعه یک روش کنترلی است که در برابر وقوع عیب مقاوم بوده و اثرات آن را به حداقل ممکن برساند، به نحوی که سیستم در شرایط ایمن کار کند و عملکرد لازم را داشته باشد[۱۴]. رویکردهای کنترل تحمل‌پذیر عیب را می توان به دو دسته طبقه بندی کرد: رویکردهای غیرفعال (PFTC) و رویکردهای فعال (AFTC). در رویکرد غیرفعال، یک کنترل‌کننده با ساختار یا پارامترهای ثابت، برای مقابله با تمام سناریوهای عیب احتمالی طراحی می‌شود. ازسوی دیگر در رویکرد فعال، ساختار یا پارامترهای کنترل‌کننده طراحی شده، با توجه به اطلاعات آنلاین عیب، قابل تنظیم هستند[۱۵].

در مقاله [۱۶]، یک روش کنترل توزیع شده با استفاده از مجموعه ای از رویتگرها، برای شناسایی و جداسازی عیب در سیستم‌های چندعاملی خطی در دو حالت بدون عیب و در حضور عیب ارائه شده است. برخلاف روش‌های سنتی FDI، رویتگرها، سیگنال‌های باقی‌مانده را تولید و آستانه‌ها را تعیین می‌کنندکه این چارچوب به هر عامل اجازه می‌دهد تا عامل‌های همسایه را که معیوب هستند، شناسایی کند. نویسندگان در مرجع [۱۷]، کنترل کننده مد لغزشی توزیع‌شده‌ای با قابلیت تحمل عیب طراحی کرده‌اند که به مسئله اجماع در سیستم‌های چندعامل خطی مرتبه اول با عیب عملگری می پردازد. این مطالعه با معرفی سطح لغزشی نوین و بهره‌گیری از عیوب شناسایی‌شده، به مسئله اجماع پرداخته و شروط کافی برای دستیابی به اجماع در زمان محدود بر روی این سطح را ارائه می دهد. مرجع [۱۸] به مسئله کنترل تطبیقی تحمل‌پذیر عیب در سیستم‌های چندعاملی خطی ناهمگون با عیب عملگری و در حضور تأخیرهای ارتباطی می‌پردازد. طراحی رویتگرهای سوئیچینگ توزیع‌شده به هر عامل امکان می‌دهد تنها در زمان‌های نمونه‌برداری، اطلاعات خود را با همسایگان به اشتراک بگذارد. همچنین، کنترل‌کننده‌های تطبیقی با تعداد پارامترهای تطبیقی کمتر توانایی جبران عیب‌های عملگری را دارند، اما در این مطالعه، مسئله تشخیص و تخمین عیب مورد بررسی قرار نگرفته است. در مرجع [۱۹]، به طراحی یک روش توزیع‌شده تخمین عیب برای سیستم‌های چندعاملی خطی تحت تأثیر عیب عملگری پرداخته شده است. برای هر عامل، یک تخمین‌گر مبتنی بر رویتگر ارائه شده است که از اندازه‌گیری‌های خروجی نسبی محلی و همچنین اطلاعات همسایگان بهره می‌گیرد. با مدنظر قرار دادن شاخص عملکرد H∞ و کاربرد روش نابرابری‌های ماتریس خطی (LMI)، پارامترهای رویتگر به گونه‌ای طراحی شده‌اند که تخمین عیب در مقابل اغتشاش مقاوم باشد. در مرجع [۲۰]، به طراحی یک روش توزیع‌شده برای تشخیص عیب عملگری در سیستم‌های چندعاملی خطی در حضور اغتشاش پرداخته شده است به گونه‌ای که هر عامل قادر است نه تنها عیوب خود بلکه عیوب سایر قسمت‌های سیستم را هم شناسایی کند. در این روش، از رویتگرهای زمان‌ثابت برای تخمین دقیق حالت‌های هر عامل استفاده شده است، به طوری که زمان رسیدن به اجماع بدون توجه به شرایط اولیه برآورد می‌شود. سپس، رویتگرهای توزیع‌شده با استفاده از نابرابری‌های ماتریسی خطی (LMI) و بهره‌گیری از نرم‌های H و H∞ طراحی شده‌اند. مسئله کنترل ردیابی اجماع تحمل‌پذیر عیب برای شبکه‌های خطی رهبر-پیرو با توپولوژی سوئیچینگ و در حضور چندین عیب عملگری ناهمگون در [۲۱] با استفاده از توسعه رویتگر مرجع توزیع شده مورد بررسی قرار گرفته است. مرجع [۲۲] روش کنترل تحمل‌پذیر عیب مبتنی بر رویتگر حالت و در حضور اغتشاش برای سیستم تعلیق وسایل نقلیه سواری را مطالعه می کند. الگوریتم پیشنهادی از دو بخش جبران عیب و انتخاب حالت عیب تشکیل شده است که عملکرد اصلی استراتژی جبران عیب، تخمین عیب و جبران کاهش اثر در عملگرهاست. یک رویتگر حالت و یک رویتگر اغتشاش بطور همزمان برای ورودی کنترلی فیدبک در نظر گرفته شده است. طراحی کنترل مقاوم اجماع تحمل‌پذیر عیب در مقاله [۲۳]، شامل بخش های تشخیص، تخمین و بازآرایی بوده و هدف آن رسیدن به اجماع رهبر-پیرو در حضور عیب عملگری است که از فیلتر تشخیص عیب لیونبرگر برای فرایند تشخیص و تخمین عیب با استفاده از روش حداقل مربعات بازگشتی استفاده شده است.

در این مقاله، مسئله ردیابی اجماع رهبر–پیرو در سیستم‌های چندعاملی در حضور عیوب عملگری که ممکن است به‌طور همزمان در عامل‌ها رخ دهند، بررسی شده است. در سیستم‌های کنترلی، طراحی

رویتگرها همواره به‌عنوان ابزاری کلیدی برای تخمین دقیق حالت‌ها و پارامترهای نامشخص سیستم شناخته می‌شود. در سال‌های اخیر، رویتگر کیوبیک به‌عنوان رویکردی نوین برای سیستم‌های کنترلی معرفی شده است؛ با این وجود، تاکنون به‌طور خاص برای تشخیص عیوب عملگری در ساختارهای چندعاملی توسعه و بکارگیری نشده است[۲۴].

در این پژوهش، با توسعه ساختار رویتگر کیوبیک متناسب با ویژگی‌های سیستم‌های چندعاملی و ترکیب آن با کنترل‌کننده تطبیقی تحمل‌پذیر عیب، قابلیت آشکارسازی و تخمین دقیق عیب‌های عملگری متغیر با زمان بهبود یافته و در نتیجه دقت و پایداری عملکرد سیستم در شرایط وقوع عیب‌ها ارتقاء یافته است. هدف اصلی این مقاله، ارائه یک چارچوب تخمین عیب آنلاین به‌صورت توزیع‌شده است که بتواند با اطمینان از کشف و جبران مؤثر عیب‌ها، عملکرد مطلوب سیستم چندعاملی را در شرایط واقعی تضمین کند. شایان ذکر است که طبق مطالعات و شبیه سازی‌های انجام‌شده در مراجع [۲۴] و [۲۵]، ساختار رویتگر کیوبیک در مقایسه با رویتگرهای مرسوم دارای پاسخ گذرای سریع‌تری است. این ویژگی باعث می‌شود فرآیند تخمین عیب با دقت و سرعت بیشتری انجام گیرد و عملکرد کنترل‌کننده نیز به شکل موثرتری بهبود یابد. نوآوری‌های اصلی این پژوهش عبارتند از:

۱. مدیریت کارآمد عیوب عملگری: در این پژوهش، مسئله عیب‌های عملگری متغیر با زمان در سیستم‌های چندعاملی با رویکردی مبتنی بر ترکیب تخمین عیب و کنترل تطبیقی به‌طور دقیق مدل‌سازی و حل شده است. این رویکرد، کارایی روش پیشنهادی را در سناریوهای عملی که احتمال وقوع عیوب عملگری بالاست، افزایش می‌دهد.

۲. فرآیند تخمین عیب: با وجود ارائه راهکارهای مختلف برای کنترل تحمل‌پذیر عیب و تأکید بر حفظ پایداری سیستم در مطالعات پیشین، بخش مهم تخمین عیب آنلاین در برخی از این تحقیقات، از جمله در مقاله [۱۸]، کمتر مورد توجه قرار گرفته است. در مقابل، راهبرد ارائه‌شده در این مقاله، یک چارچوب تطبیقی توزیع‌شده برای شناسایی دقیق عیب‌های عملگری در سیستم‌های چندعاملی را فراهم می‌کند.

۳. سازوکار کنترل تطبیقی: رویکرد پیشنهادی دارای سازوکاری تطبیقی است که به تغییرات ناشی از عیب‌های شناسایی‌شده واکنش نشان می‌دهد. این قابلیت، پایداری سیستم و دستیابی به اجماع رهبر–پیرو را حتی در شرایط وقوع همزمان عیب‌های عملگری تضمین می‌کند. ترکیب کنترل تطبیقی با ساختار رویتگر کیوبیک، با توجه به پاسخ گذرای سریع‌تر آن نسبت به سایر رویتگرها، کنترل ردیابی را هم از نظر دقت و هم از نظر سرعت بهبود می‌بخشد.

٤. افزایش تحمل‌پذیری عیب: بهره‌گیری از ویژگی‌های رویتگر کیوبیک در ساختار سیستم‌های چندعاملی، موجب بهبود توانایی سیستم در تشخیص و جبران مؤثر عیوب عملگری متغیر با زمان می‌شود و عملکرد این سیستم‌ها را در کاربردهای واقعی، بهینه می‌کند.

به‌طور خلاصه، وجه تمایز رویکرد پیشنهادی در مقایسه با روش‌های مشابه، استفاده همزمان از ساختار رویتگر کیوبیک و قانون کنترل تطبیقی به‌صورت توزیع‌شده است. این ترکیب سبب شده است تا دقت تخمین عیب‌های عملگری افزایش یابد و عملکرد سیستم چندعاملی در شرایط واقعی و در حضور عیب عملگری متغیر با زمان پایدار بماند.

مقاله پیش رو شامل پنج بخش می‌باشد. در بخش دوم مقاله، تئوری گراف و نیز بیان مسئله ارائه می‌شود. در بخش سوم، به طراحی کنترل‌کننده مورد نظر برای سیستم‌های چندعاملی پرداخته خواهد شد. بخش چهارم مقاله، کارایی و عملکرد کنترل‌کننده طراحی شده را با ارائه دو مثال شبیه سازی ارائه می‌کند. جمع‌بندی مباحث نیز در بخش پایانی مقاله خواهد بود.

۲- بیان مساله و مفاهیم نظری

۲-۱- تئوری گراف

شبکه ارتباطی N عامل را می‌توان با یک گراف جهت‌دار $g=(V,\varepsilon,A)$ که در آن $V=\{v_1,v_2,...,v_n\}$ مجموعه رئوس (Nodes) و $\varepsilon\subset V\times V$ مجموعه یال‌ها (Edges) و $A=a_{ij}\in R^{N\times N}$ ماتریس مجاورت (Adjacency matrix) است، نمایش داد. اگر $(v_j,v_i)\in\varepsilon$ باشد، نشان می‌دهد که عامل j همسایه عامل i است و یا بعبارت دیگر، عامل i می‌تواند از عامل j اطلاعات دریافت کند. ماتریس مجاورت A به صورت $A=\begin{cases}a_{ij}=1 & (v_i,v_j)\in\varepsilon\\ a_{ij}=0 & (v_i,v_j)\notin\varepsilon\end{cases}$ تعریف می‌شود که a_{ij} عنصر ماتریس مجاورت است که در ردیف i و ستون j قرار دارد. ماتریس لاپلاسین نیز به صورت $\varphi=l_{ij}\in R^{N\times N}$ تعریف می‌شود که در آن $l_{ii}=\sum_{j\neq i}a_{ij}$ و $l_{ij}=-a_{ij}\ \ i\neq j$ می‌باشد.

گراف $\overline{G}$ برای نشان دادن توپولوژی ارتباطی بین عامل رهبر و همسایه‌هایش معرفی می‌شود. برای گراف $\overline{G}$ ماتریس $G=diag(g_1,g_2,...g_N)$ برای نمایش ارتباط بین عامل پیرو و هر یک از عامل‌ها تعریف می‌شود. اگر عامل i به عامل رهبر دسترسی داشته باشد اسکالر g_i برابر یک و در غیر این صورت برابر صفر در نظر گرفته می‌شود.

۲-۲- نمادگذاری

در تمام بخش‌های این نوشتار، I_N بیانگر ماتریس با ابعاد $N\times N$، $R^{m\times n}$ ماتریس حقیقی $m\times n$، $\otimes$ ضرب کرونیکر می‌باشد.

۲-۳- بیان مسئله

یک سیستم چندعاملی خطی متشکل از یک عامل رهبر و N پیرو را در نظر بگیرید که دینامیک عامل پیرو i ام $(i=1,2,...,N)$ به صورت زیر باشد:

$$\begin{aligned}\dot{x}_i(t)&=Ax_i(t)+B(u_i(t)+\delta_i^a)\\ y_i(t)&=Cx_i(t)\end{aligned} \quad (۱)$$

در این سیستم $x_i(t)\in\mathbb{R}^n$، $u_i(t)\in\mathbb{R}^m$ و $y_i(t)\in\mathbb{R}^p$ به ترتیب بیانگر حالت‌ها، ورودی کنترلی و خروجی هستند. ماتریس های A,B,C معلوم و با ابعاد مناسب در مدل سیستم هستند. δ_i^a بیانگر عیب عملگری جمع شونده نامعلوم است. دینامیک عامل رهبر نیز به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\dot{x}_0(t)=Ax_0(t) \quad (۲)$$

در بیان مسئله فرض‌های زیر در نظر گرفته شده‌است:

فرض۱. ماتریس (A,B) کنترل پذیر و ماتریس (A,C) رویت پذیر هستند.

فرض۲. عیب عملگری δ_i^a مشتق آن $\dot{\delta}_i^a$ نیز محدود می‌باشند و دو ثابت M_1,M_2 وجود دارند به نحوی که $\|\delta_i^a\|\le M_1$ و $\|\dot{\delta}_i^a\|\le M_2$.

فرض۳. گراف $\overline{g}$ دارای یک درخت پوشا با در نظر گرفتن رهبر بعنوان ریشه درخت است.

برای ارزیابی پروتکل کنترلی ارائه شده در این مقاله، از تعریف و لم‌های زیر استفاده می‌شود:

لم۱. برای هر مقدار ثابت مثبت ε و x,y با ابعاد مناسب، نامساوی زیر برقرار است [۲۶]:

$$2x^Ty\le\varepsilon x^Tx+\varepsilon^{-1}y^Ty \quad x,y\in\mathbb{R}^n$$

لم۲. مکمل شور (Schur complement)[۲۷]: برای ماتریس‌های X, Y, W با ابعاد مناسب، درحالیکه $X^T=X$, $Y^T=Y$ برقرار باشد،عبارت‌های زیر ارزش یکسانی دارند:

$$(\imath)\begin{bmatrix}X & W\\ W^T & Y\end{bmatrix}<0$$

$$(\imath\imath)Y<0,\ and\ X-WY^{-1}W^T<0,$$

$$(\imath\imath\imath)X<0,\ and\ Y-WX^{-1}W^T<0.$$

۳- طراحی کنترل کننده تطبیقی تحمل‌پذیر عیب مبتنی بر رویتگر

در این بخش، از رویتگر کیوبیک برای تخمین حالت‌های سیستم و نیز تخمین عیوب احتمالی استفاده شده است و یک روش کنترل تحمل‌پذیر عیب تطبیقی مبتنی بر رویتگر مذکور ارائه می‌شود. برای سیستم‌های خطی، رویتگر کیوبیک به دلیل مزایایی شامل بهبود سرعت همگرایی، افزایش دقت تخمین در شرایط پایدار، و عملکرد بهتر در حضور اغتشاشات و خطاهای بزرگ انتخاب شده است. همان‌طور که در مقاله مرجع [۲۴] نشان داده شده است، ساختار غیرخطی این رویتگر امکان کاهش سریع‌تر خطای تخمین را فراهم می‌کند، در حالی که در خطاهای کوچک رفتاری مشابه رویتگر خطی دارد و همچنان مزایای غیرخطی خود را حفظ می‌کند.

در سیستم‌های چندعاملی و در حضور عیب، رویتگر کیوبیک با هدف تخمین حالت‌ها و شناسایی عیب، به صورت زیر فرموله شده است:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_i(t)&=(A-LC)\hat{x}_i(t)+B\left(u_i(t)+\hat{\delta}_i^a\right)+Ly_i(t)\\ &-e_{ci}^T(t)C^T\theta Ce_{ci}(t)NCe_{ci}(t)\end{aligned} \quad (۳)$$

که در آن $\hat{x}_i$ بردار تخمین حالت سیستم و $\hat{\delta}_i^a$ تخمین عیب عملگری است. ماتریس‌های $L\in\mathbb{R}^{n\times n_y}$، $N\in\mathbb{R}^{n\times n_y}$ و $\theta\in\mathbb{R}^{n\times n_y}$ پارامترهای رویتگر هستندکه در ادامه طراحی خواهند شد. خطای تخمین حالت و خطای ردیابی بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned}e_{ci}(t)&=x_i(t)-\hat{x}_i(t)\\ e_{0i}(t)&=x_i(t)-x_0(t)\end{aligned} \quad (۴)$$

پروتکل کنترلی پیشنهادی با استفاده از قانون فیدبک، به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$u_i(t)=cK\sum_{j\in N_i}a_{ij}\left(\hat{x}_i-\hat{x}_j\right)+g_i\left(\hat{x}_i-x_0\right)-\hat{\delta}_i^a \quad (۵)$$

که c ثابت اسکالر و K پارامتر طراحی کنترل‌کننده است.

قانون آپدیت تخمین عیب عملگری به منظور شناسایی و تخمین دقیق عیب و نیز بهبود کارایی سیستم به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\dot{\hat{\delta}}^a=-\rho e_c-\zeta\hat{\delta}^a \quad (۶)$$

که در آن پارامترهای ρ و ζ ، بصورت $\rho=I_N\otimes Q^{-1}B^TP_1\Gamma$ و $\zeta=I_N\otimes Q^{-1}\beta$ تعریف شده اند. Γ,β به‌عنوان بهره‌های تطبیقی با ابعاد متناسب در نظر گرفته شده‌اند که در ادامه طراحی خواهند شد.

قضیه۱. سیستم (۱) را با فرض‌های ۱و ۲و۳، رویتگر حالت (۳)، قانون کنترلی(۵) و قانون آپدیت(۶) در نظر بگیرید. اگر ماتریس‌های مثبت معین و متقارن P_1,P_2,Q و همچنین ماتریسهای S,R,V با ابعاد مناسب وجود داشته باشند به نحوی که نامساوی ماتریسی خطی (۷) برآورده شود، می‌توان گفت که خطای تخمین حالت سیستم ، خطای

$$\begin{bmatrix} I_N\otimes\left(A^TP_1+P_1A-C^TS^T-SC\right) & -c\left(L+G\right)^T\otimes R^T & I_N\otimes P_1B+I_N\otimes V^T & 0 & 0\\ * & I_N\otimes\left(A^TP_2+P_2A\right)+c\left(L+G\right)^T\otimes R^T+c\left(L+G\right)\otimes R & I_N\otimes P_2B & 0 & 0\\ * & * & I_N\otimes -2\beta & I_N\otimes Q & I_N\otimes\beta\\ * & * & * & -\varepsilon_1^{-1}I & 0\\ * & * & * & * & -\varepsilon_2^{-1}I \end{bmatrix} \quad (۷)$$

ردیابی و خطای تخمین عیب در بی نهایت محدود یکنواخت هستند و در آن $S=P_1L$، $V=B^TP_1\Gamma$ و $R=P_2BK$ می‌باشند.

اثبات. تابع لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V=e_c^T\left(I_N\otimes P_1\right)e_c+e_0^T\left(I_N\otimes P_2\right)e_0 \quad (۸)$$
$$+e_\delta^T\left(I_N\otimes Q\right)e_\delta$$

که در آن $e_{\delta i}=\delta_i^a-\hat{\delta}_i^a$ خطای تخمین عیب عملگری بوده و بردارهای $e_0=\left[e_{01}\quad e_{02}\quad \dots\quad e_{0N}\right]^T$، $e_c=\left[e_{c1}\quad e_{c2}\quad \dots\quad e_{cN}\right]^T$ و $e_\delta=\left[e_{\delta1}\quad e_{\delta2}\quad \dots\quad e_{\delta N}\right]^T$ تعریف می‌شوند.

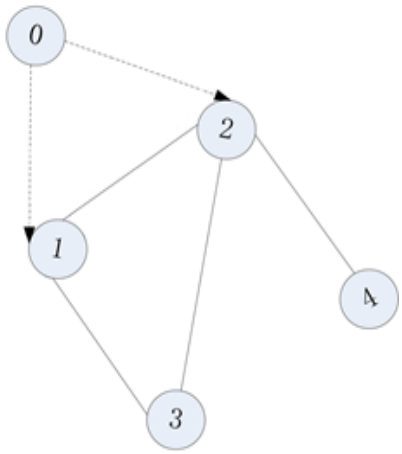
با در نظر گرفتن ابعاد مناسب برای پارامترهای $P_1,P_2,Q,S,R,V,\Gamma,\beta$ ، این پارامترها به‌طور مؤثر از طریق حل نامساوی ماتریسی خطی (LMI) رابطه (۷)، با هدف تضمین همگرایی و پایداری و طبق شرایط لیاپانوف، قابل محاسبه خواهند بود. در نتیجه، با حل این نامساوی، بهره‌های کنترل‌کننده و رویتگر و همچنین بهره تطبیقی تخمین عیب نیز به‌صورت $K=(P_2B)^{-1}R$ و $L=P_1^{-1}S$ و $\Gamma=(B^TP_1)^{-1}V$ به‌دست می‌آیند.

با مشتق گیری از تابع لیاپانوف و با در نظر گرفتن سیستم (۱) و رویتگر (۳) و قانون آپدیت عیب عملگری (۶) و جایگذاری در آن، داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V}&=e_c^T\left(I_N\otimes(A-LC)^TP_1+I_N\otimes P_1(A-LC)\right)e_c\\&+2e_\delta^T\left(I_N\otimes(B^TP_1+B^TP_1\Gamma)\right)e_c\\&+e_0^T[(I_N\otimes A^TP_2+I_N\otimes P_2A)\\&+c(L+G)^T\otimes K^TB^TP_2+c(L+G)\otimes P_2BK]e_0\\&-e_c^T\left(c(L+G)^T\otimes K^TB^TP_2\right)e_0\\&-e_0^T\left(c(L+G)\otimes P_2BK\right)e_c\\&+2e_0^T(I_N\otimes P_2B)e_\delta+2e_\delta^T(I_N\otimes Q)\dot{\delta}^a+2e_\delta^T\beta\hat{\delta}^a\\&+e_c^T(I_N\otimes C^T\theta C)e_ce_c^T\left(I_N\otimes(P_1NC+C^TN^TP_1)\right)e_c\end{aligned} \quad (۹)$$

با استفاده از لم ۱ رابطه (۱۰) حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned}\dot{V}&\le e_c^T\left(I_N\otimes(A-LC)^TP_1+I_N\otimes P_1(A-LC)\right)e_c\\&+2e_\delta^T\left(I_N\otimes(B^TP_1+B^TP_1\Gamma)\right)e_c\\&+e_0^T[(I_N\otimes(A^TP_2+P_2A)]+c(L+G)^T\otimes K^TB^TP_2\\&+c(L+G)\otimes P_2BK]e_0\\&-e_c^T\left(c(L+G)^T\otimes K^TB^TP_2\right)e_0\\&-e_0^T\left(c(L+G)\otimes P_2BK\right)e_c+2e_0^T(I_N\otimes P_2B)e_\delta\\&+e_\delta^T[\varepsilon_1(I_N\otimes QQ)-2\beta+\varepsilon_2\beta\beta^T]e_\delta\\&+\varepsilon_2^{-1}\delta^{aT}\delta^a+\varepsilon_1^{-1}\dot{\delta}^{aT}\dot{\delta}^a\\&+e_c^T(I_N\otimes C^T\theta C)e_ce_c^T\left(I_N\otimes(P_1NC+C^TN^TP_1)\right)e_c\end{aligned} \quad (۱۰)$$



شکل (۱): توپولوژی ارتباطی [۱۲]

که در نتیجه رابطه زیر با در نظر گرفتن فرض۲ بدست می‌آید:

$$\dot{V}\le\overline{X}^T\Psi\overline{X}+\sigma \quad (۱۱)$$
$$+e_c^T\left(I_N\otimes C^T\theta C\right)e_ce_c^T\left(I_N\otimes(P_1NC+C^TN^TP_1)\right)e_c$$

که در آن:

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} e_c & e_0 & e_\delta \end{bmatrix}^T, \qquad \sigma = \varepsilon_2^{-1} M_1{}^2 + \varepsilon_1^{-1} M_2{}^2$$

و ماتریس Ψ نیز بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & \Psi_{13} \\ \Psi_{21} & \Psi_{22} & \Psi_{23} \\ \Psi_{31} & \Psi_{32} & \Psi_{33} \end{bmatrix}$$

$$\Psi_{11} = I_N \otimes (A - LC)^T P_1 + I_N \otimes P_1 (A - LC)$$

$$\Psi_{12} = -c(L+G)^T \otimes K^T B^T P_2$$

$$\Psi_{13} = I_N \otimes P_1 B + I_N \otimes \Gamma^T P_1 B$$

$$\Psi_{21} = \left(-c(L+G) \otimes P_2 BK\right)$$

$$\Psi_{22} = \left(I_N \otimes A^T P_2 + I_N \otimes P_2 A\right) + c(L+G)^T \otimes K^T B^T P_2$$

$$+c(L+G) \otimes P_2 BK$$

$$\Psi_{23} = I_N \otimes P_2 B$$

$$\Psi_{31} = I_N \otimes B^T P_1 + I_N \otimes B^T P_1 \Gamma$$

$$\Psi_{32} = I_N \otimes B^T P_2$$

$$\Psi_{33} = \varepsilon_1 (I_N \otimes QQ) - 2\beta + \varepsilon_2 \beta\beta^T$$

با توجه به اسکالر بودن ترم $e_c^T \left(I_N \otimes C^T \theta C\right) e_c$ ، با انتخاب θ به نحوی که $I_N \otimes C^T \theta C > 0$ باشد و همچنین انتخاب N به شکل زیر:

$$N = -P_1^{-1} C^T \theta \qquad (۱۲)$$

رابطه $I_N \otimes (P_1 NC + C^T N^T P_1) \le 0$ برقرار می‌باشد.

بنابراین با در نظر گرفتن لم۲ رابطه (۱۱) به (۷) تبدیل خواهد شد و داریم:

$$\dot{V} \le -\alpha V + \sigma \qquad (۱۳)$$

و در نتیجه می‌توان گفت:

$$\dot{V} \le -\lambda_{\min}(\alpha) \| \bar{X} \|^2 + \sigma \qquad (۱۴)$$

که $\lambda_{\min}(\alpha)$ مقداروِیژه مینیمم ماتریس Ψ است. اگر $\lambda_{\min}(\alpha) \| \bar{X} \|^2 > \sigma$ باشد $\dot{V} < 0$ بوده و در قضیه ۱، خطای تخمین حالت‌های سیستم، خطای ردیابی و خطای تخمین عیب محدود باقی می‌مانند.

۴- شبیه‌سازی

در این بخش برای نشان دادن عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی، این روش بر روی دو سیستم عددی و واقعی شبیه‌سازی‌شده، اعمال شده است.

سیستم۱. سیستم چندعاملی شامل یک رهبر و چهار پیرو با توپولوژی ارتباطی شکل ۱ با دینامیک (۱) با $x_i = \begin{bmatrix} x_{i1} & x_{i2} \end{bmatrix}^T$ و پارامترهای زیر در نظر گرفته شده است[۱۲]:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9.8 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

که ماتریس (A,B) کنترل پذیر و ماتریس (A,C) رویت‌پذیر هستند. با توجه به حل نامساوی ماتریسی خطی در قضیه ۱، با در نظر گرفتن $\alpha = 1,\ c = 1$ ، پارامترهای طراحی را بصورت خواهیم داشت:

$$L = \begin{bmatrix} 1.1496 \\ -8.2508 \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} 0.7906 & 5.2395 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0.0417 & 0.0015 \\ 0.0015 & 0.0042 \end{bmatrix}, P_1 = \begin{bmatrix} 0.1313 & -0.0622 \\ -0.0622 & 0.1313 \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} -5.8914 \\ -2.7901 \end{bmatrix},\ \theta = 0.6,\ \beta = 0.0085,\ Q = 0.0015$$

برای نشان دادن عملکرد روش پیشنهادی در تخمین عیب‌های متغیر با زمان، عیب‌های متفاوت با سناریوهای مختلف در نظر گرفته شده است. عیب همزمان در عملگر اول $\delta_1^a = 2e^{-0.5t}$ در $20 < t < 25$ ، در عملگر دوم $\delta_2^a = 0.5\sin(2t)$ در $10 < t < 20$،در عملگر سوم $\delta_3^a = 2\sin\left(0.5(t-20)\right)$ در $30 < t < 35$ و در عملگر چهارم $\delta_4^a = \cos(4t)$ در $40 < t < 50$ در نظر گرفته شده است. تخمین عیب در هر یک از عامل‌ها، همان‌طور که در شکل ۲ نشان داده شده، به‌درستی انجام گرفته است. مکانیزم تخمین آنلاین عیب پیشنهادی توانسته است به‌طور همزمان عیوب متغیر با زمان را بدون تأخیر قابل‌توجه، شناسایی و تخمین بزند. این دقت در تخمین عیب، منجر به واکنش سریع عامل‌ها و حفظ پایداری عملکرد کلی سیستم در حضور عیب شده است. در شکل‌های ۳ و ۴، نتایج شبیه‌سازی روش پیشنهادی مبتنی بر رویتگر کیوبیک در مقایسه با رویتگر لیونبرگر ارائه شده است. این مقایسه نشان می‌دهد که استفاده از رویتگر کیوبیک منجر به دستیابی سریع‌تر به ردیابی و اجماع عامل‌ها می‌شود. شایان ذکر است که به‌منظور مقایسه، پارامترهای رویتگر لیونبرگر مشابه مقادیر مربوط به رویتگر کیوبیک در نظر گرفته شده‌اند. نتایج شبیه‌سازی و مقایسه میانگین خطای ردیابی رویتگرها در جدول ۱ نیز نشان می‌دهد که استفاده از ساختار رویتگر کیوبیک موجب کاهش میانگین خطای ردیابی و بهبود پاسخ دینامیکی نسبت به ساختار لیونبرگر شده است که این تصدیقی بر کارایی مکانیزم تخمین عیب و روش کنترل تحمل‌پذیر عیب پیشنهادی است و بهبود عملکرد دینامیکی سیستم چندعاملی را نسبت به روش مرجع [۱۲] تأیید می‌کند.

سیستم۲. در این مثال، روش پیشنهادی ارائه شده بر گروهی از هواپیماها اعمال شده است. این مدل برگرفته از مرجع [۲۸]، با دینامیک (۱) و $x_i = \begin{bmatrix} x_{i1} & x_{i2} & x_{i3} \end{bmatrix}^T$ درنظر گرفته شده است. پارامترهای سیستم بصورت زیر هستند:

$$A=\begin{bmatrix}-0.277 & 1 & -0.0002\\ -17.1 & -0.178 & -12.2\\ 0 & 0 & -6.67\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}0\\0\\6.67\end{bmatrix}$$

$$C=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

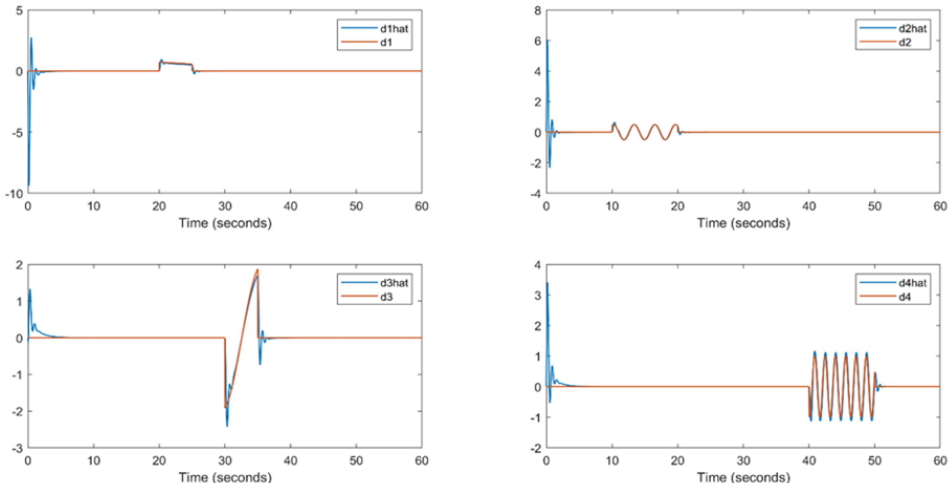
این گروه از هواپیماها، مانند مثال قبل شامل یک رهبر و چهار پیرو با توپولوژی ارتباطی شکل ۱ می باشد. با استفاده از قضیه۱،پارامترهای طراحی بصورت زیر بدست آمده‌اند:

$$K=\begin{bmatrix}0.1576 & 0.1079 & -1.0883\end{bmatrix},\quad Q=0.0014$$

$$L=\begin{bmatrix}-16.0690 & -0.2405\\ 0.7443 & 0.0037\\ -12.3179 & -6.0993\end{bmatrix},\quad \beta=0.0085$$

$$P_1=\begin{bmatrix}0.0976 & 0.0015 & 0\\ 0.0015 & 0.0975 & 0\\ 0 & 0 & 0.0975\end{bmatrix},\quad \theta=\begin{bmatrix}0.6 & 0\\ 0 & 0.6\end{bmatrix}$$

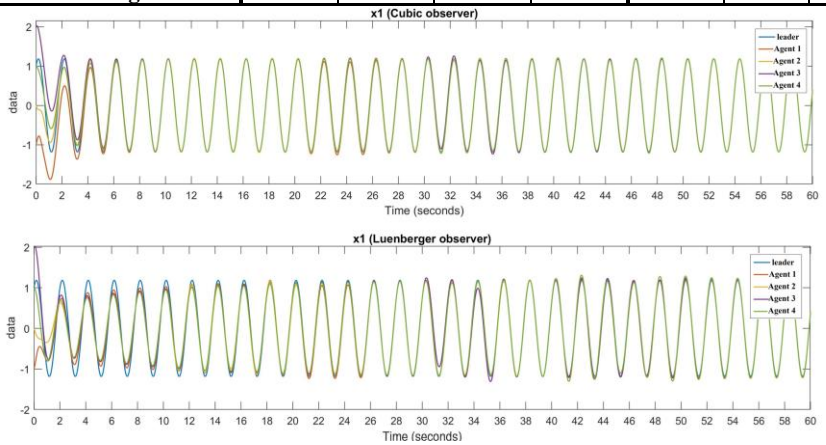
$$P_2=\begin{bmatrix}0.0152 & 0.0006 & 0.0002\\ 0.0006 & 0.0008 & 0.0003\\ 0.0002 & 0.0003 & 0.0016\end{bmatrix},\quad N=\begin{bmatrix}0.0943 & 0\\ 6.1533 & 0\\ 0 & -6.1532\end{bmatrix}$$



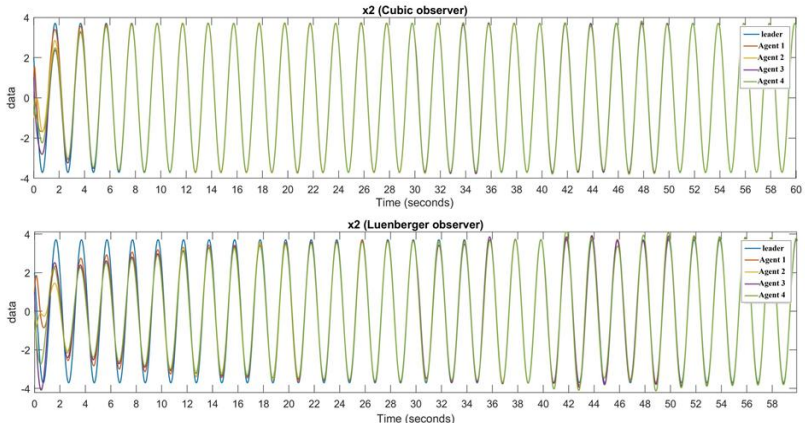
شکل (۲): عیب و تخمین عیب در عامل‌ها (مثال ۱)

جدول (۱): مقایسه میانگین خطای ردیابی عامل‌ها در استفاده از رویتگر کیوبیک و لیونبرگر

State	X_1				X_2			
Agent	1	2	3	4	1	2	3	4
Mean error / Cubic obs.	0.064	0.027	0.043	0.024	0.049	0.06	0.05	0.07
Mean error / Luenberger obs.	0.075	0.091	0.096	0.091	0.20	0.27	0.24	0.29



شکل (۳): متغیرهای حالت x_{i1} عامل‌های رهبر و پیرو با استفاده از رویتگر کیوبیک و لیونبرگر (مثال ۱)



شکل (۴): متغیرهای حالت x_{i2} عامل‌های رهبر و پیرو با استفاده از رویتگر کیوبیک و لیونبرگر (مثال ۱)

عیب در عملگر اول بصورت تابع پالس با دامنه ۱ و دو فرکانس متفاوت در بازه زمانی $50 < t < 90$، عیب در عملگر دوم بصورت $\delta_2^a = \sin(0.1t) + \sin(0.2t) + \sin(0.4t)\cos(0.4t)$ در بازه زمانی $80 < t < 110$ می باشد. همچنین عیب در عملگر سوم بصورت سیگنال دندانه اره ای در $90 < t < 120$ و عیب در عملگر چهارم نیز بصورت $\delta_4^a = 0.4\sin(0.3t)\cos(0.4t)$ درباره زمانی $110 < t < 140$، در نظر گرفته شده است.

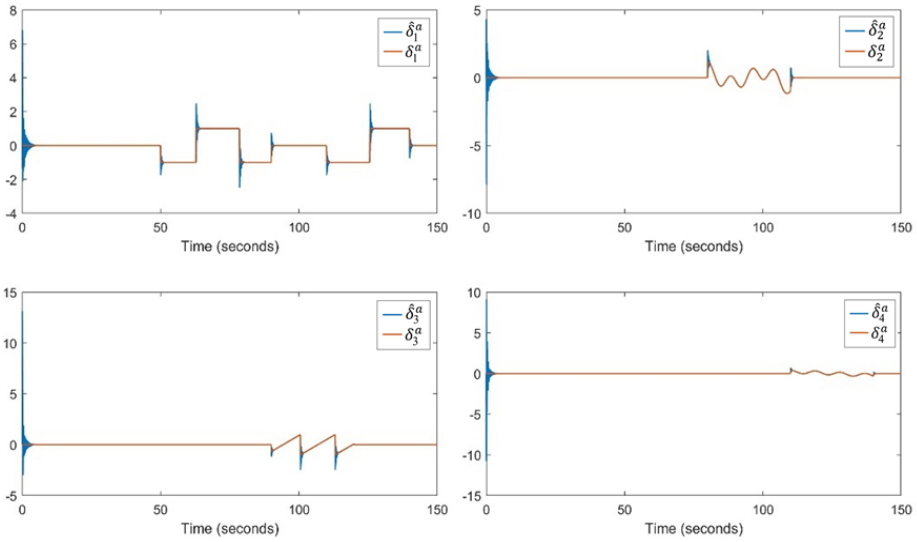
تخمین عیب در هر یک از عامل‌ها و روند دستیابی به اجماع عامل‌ها در شکل‌های ۵ و ۶ نمایش داده شده است. نتایج شبیه‌سازی بیانگر این موضوع است که با عملکرد موثر قانون آپدیت تخمین عیب پیشنهادی، عیب‌های عملگری متغیر با زمان در تمامی عامل‌ها به‌درستی شناسایی و تخمین زده شده‌اند. این تخمین دقیق موجب شده است که کنترل‌کننده تطبیقی بتواند واکنش مؤثر و سریع نشان دهد و سیستم چندعاملی عملکرد پایدار خود را حتی در حضور عیب عملگری در عامل ها حفظ کند. علاوه بر این، شکل ۶ به‌خوبی نشان می‌دهد که عامل‌ها در شبکه مورد نظر، تحت تأثیر استراتژی کنترلی تحمل‌پذیر عیب پیشنهادی، به اجماع رسیده اند؛ این موضوع بیانگر آن است که رویکرد پیشنهادی علاوه‌بر تخمین صحیح عیب، توانایی حفظ اجماع در بین عامل‌ها را حتی در شرایط وقوع عیب ناهمگن و متغیر با زمان دارد. این نتایج، صحت طراحی رویتگر کیوبیک و مکانیزم کنترل تطبیقی را برای افزایش دقت تخمین و بهبود پایداری اجماع در سیستم های چندعاملی را تأیید می‌کند.

۵- نتیجه‌گیری

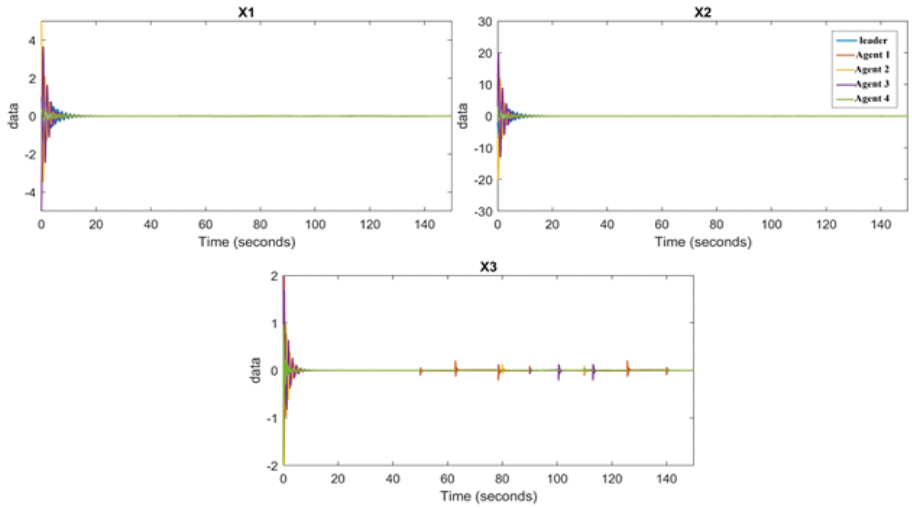
در این مقاله، مسئله اجماع در سیستم‌های چندعاملی خطی رهبر-پیرو و در حضور عیب‌های عملگری بررسی و مکانیزمی برای تخمین عیب‌های همزمان به صورت آنلاین ارائه شده است. توسعه عملکرد رویتگر کیوبیک، به منظور دستیابی به تخمین دقیق حالت‌های سیستم و عیوب عملگری متغیر با زمان، صورت گرفته است. همچنین، یک قانون کنترل تطبیقی توزیع‌شده به منظورتضمین اجماع عامل‌ها در شرایط حضور عیب طراحی شده است. شرایط لازم برای پایداری و اجماع عامل‌ها از طریق تئوری پایداری لیاپانوف و حل نامساوی ماتریسی خطی تحلیل شده است. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان‌دهنده عملکرد مؤثر روش پیشنهادی کنترل اجماع تحمل‌پذیر عیب است. در ادامه این پژوهش، بررسی سیستم‌های چندعاملی غیرخطی در حضور عیب و با توپولوژی سوییچینگ مورد مطالعه قرار خواهد گرفت.

جدول (۲): توضیحات حروف اختصاری استفاده‌شده در روابط مقاله

حرف اختصاری	توضیحات
δ_i^a	عیب عملگری جمع شونده نامعلوم
$\dot{\delta}_i^a$	مشتق عیب عملگری
$\hat{\delta}_i^a$	تخمین عیب عملگری
L, N, θ	پارامترهای طراحی رویتگر
$e_{ci}(t)$	خطای تخمین حالت
$e_{0i}(t)$	خطای ردیابی
$e_{\delta i}(t)$	خطای تخمین عیب عملگری
c	ثابت اسکالر
K	پارامتر طراحی کنترل‌کننده
Γ, β	بهره‌های تطبیقی تخمین عیب
P_1, P_2, Q	ماتریس‌های مثبت معین و متقارن تابع لیاپانوف



شکل (۵): عیب δ_i^a و تخمین عیب $\hat{\delta}_i^a$ در عامل‌ها (مثال ۲)



شکل (۶): متغیرهای حالت سیستم در عامل‌های رهبر و پیرو (مثال ۲)

مراجع

[1] X. Ge, Q.-L. Han, L. Ding, Y.-L. Wang, and X.-M. Zhang, "Dynamic event-triggered distributed coordination control and its applications: A survey of trends and techniques", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, vol. 50, no. 9, pp. 3112-3125, 2020.

[2] S. Xiao and J. Dong, "Distributed adaptive fuzzy fault-tolerant containment control for heterogeneous nonlinear multiagent systems", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, vol. 52, no. 2, pp. 954-965, 2020.

[3] C. Deng, C. Wen, W. Wang, X. Li, and D. Yue, "Distributed adaptive tracking control for high-order nonlinear multiagent systems over event-triggered communication", IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 68, no. 2, pp. 1176-1183, 2022.

[4] S. Behnampour, M. Haghifam, A. Akhavein, and H. Siahkali, "Decentralized restoration of distribution network using a multi-agent system", Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers, vol. 19, no. 1, pp. 237-244, 2022. [Online]. Available: http://jiaeee.com/article-1-852-en.html.

[5] N. Zamani, M. Kamali, J. Askari-Marnani, H. Kalantari, and A. G. Aghdam, "Fault-Tolerant Leader-Follower Controller for Uncertain Nonlinear Multi-Agent Systems", IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2024.

[6] R. Gao, J. Huang, and L. Wang, "Leaderless consensus control of uncertain multi-agents systems with sensor and actuator attacks", Information Sciences, vol. 505, pp. 144-156, 2019.

[7] J. Yu and Y. Shi, "Scaled group consensus in multiagent systems with first/second-order continuous dynamics", IEEE transactions on cybernetics, vol. 48, no. 8, pp. 2259-2271, 2017.

[8] K. Chen, J. Wang, Y. Zhang, and Z. Liu, "Leader-following consensus for a class of nonlinear strick-feedback multiagent systems with state time-delays", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, vol. 50, no. 7, pp. 2351-2361, 2018.

[9] Y. Yang, W. He, Q.-L. Han, and C. Peng, "$ H_ {\infty} $ Synchronization of Networked Master–Slave Oscillators With Delayed Position Data: The Positive

Effects of Network-Induced Delays", IEEE Transactions on Cybernetics, vol. 49, no. 12, pp. 4090-4102, 2018.
[10] C. Gong, G. Zhu, and P. Shi, "Adaptive event-triggered and double-quantized consensus of leader–follower multiagent systems with semi-Markovian jump parameters", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, vol. 51, no. 9, pp. 5867-5879, 2019.
[11] X.-G. Guo, D.-C. Tan, C. K. Ahn, and J.-L. Wang, "Fully distributed adaptive fault-tolerant sliding-mode control for nonlinear leader-following multiagent systems with ANASs and IQCs", IEEE transactions on cybernetics, vol. 52, no. 5, pp. 2763-2774, 2020.
[12] S. Chen, J. Guan, Y. Gao, and H. Yan, "Observer-based event-triggered tracking consensus of non-ideal general linear multi-agent systems", Journal of the Franklin Institute, vol. 356, no. 17, pp. 10355-10367, 2019.
[13] S. X. Ding, Advanced methods for fault diagnosis and fault-tolerant control. Springer, 2021.
[14] M. Rodrigues, H. Hamdi, N. B. Braiek, and D. Theilliol, "Observer-based fault tolerant control design for a class of LPV descriptor systems", Journal of the Franklin Institute, vol. 351, no. 6, pp. 3104-3125, 2014.
[15] S. S. Roshanravan S, "Integrated Fault-Tolerant Attitude Control of Quadrotor Using Reinforcement Learning", Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers, pp. 3-16, 2025. [Online]. Available: http://jiaeee.com/article-1-1608-en.html.
[16] Z.-H. Zhang and G.-H. Yang, "Distributed fault detection and isolation for multiagent systems: An interval observer approach", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, vol. 50, no. 6, pp. 2220-2230, 2018.
[17] X. Guo, G. Wei, and D. Ding, "Fault-tolerant consensus control for discrete-time multi-agent systems: A distributed adaptive sliding-mode scheme", IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, vol. 70, no. 7, pp. 2515-2519, 2023.
[18] Q.-Y. Fan, C. Deng, X. Ge, and C.-C. Wang, "Distributed adaptive fault-tolerant control for heterogeneous multiagent systems with time-varying communication delays", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, vol. 52, no. 7, pp. 4362-4372, 2021.
[19] S. Hajshirmohamadi, F. Sheikholeslam, and N. Meskin, "Actuator fault estimation for multi-agent systems: a sliding-mode observer-based approach", in 2019 IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA), 2019: IEEE, pp. 1000-1005.
[20] A. Taoufik, M. Defoort, M. Djemai, K. Busawon, and J. D. Sánchez-Torres, "Distributed global actuator fault-detection scheme for a class of linear multi-agent systems with disturbances", IFAC-PapersOnLine, vol. 53, no. 2, pp. 4202-4207, 2020.
[21] X. Wang and G.-H. Yang, "Fault-tolerant consensus tracking control for linear multiagent systems under switching directed network", IEEE transactions on cybernetics, vol. 50, no. 5, pp. 1921-1930, 2019.
[22] B.-s. Kwon, D. Kang, and K. Yi, "Fault-tolerant control with state and disturbance observers for vehicle active suspension systems", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, vol. 234, no. 7, pp. 1912-1929, 2020.
[23] S. Khodabandeh, H. Kharrati, and F. Hashemzadeh, "Control for leader–follower consensus of multi-agent systems with actuator faults using decentralized robust fault-tolerant control", Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Electrical Engineering, vol. 45, no. 2, pp. 529-541, 2021.
[24] M. M. Share Pasand, "Luenberger-type cubic observers for state estimation of linear systems", International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, vol. 34, no. 9, pp. 1148-1161, 2020.
[25] M. M. Share Pasand and A. A. Ahmadi, "Cubic observers for state estimation of nonlinear systems", Journal of Control, Automation and Electrical Systems, vol. 32, no. 5, pp. 1131-1142, 2021.
[26] F. Chen and W. Zhang, "LMI criteria for robust chaos synchronization of a class of chaotic systems", Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications, vol. 67, no. 12, pp. 3384-3393, 2007.
[27] " “Back Matter,” Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory. Society for Industrial and Applied Mathematics, pp. 157–193, Jan-1994.."
[28] S. Hajshirmohamadi, F. Sheikholeslam, and N. Meskin, "Simultaneous actuator fault estimation and fault-tolerant tracking control for multi-agent systems: A sliding-mode observer-based approach", International Journal of Control, vol. 95, no. 2, pp. 447-460, 2022.