گسسته‌سازی منابع پیوسته جریان صفحه‌ای برای طراحی آرایه صفحه‌ای با استفاده از روش حداقل مربعات تکراری

علی پارسا[۱] **همایون عریضی**[۲]

۱- دانش آموخته کارشناسی ارشد- دانشکده مهندسی برق- دانشگاه علم و صنعت ایران- تهران- ایران
ali_parsa@elec.iust.ac.ir

۲- استاد- دانشکده مهندسی برق- دانشگاه علم و صنعت ایران- تهران- ایران
h_oraizi@iust.ac.ir

چکیده: در این مقاله، یک روش ساده برای گسسته‌سازی منابع پیوسته جریان صفحه‌ای ارائه می‌شود. ابتدا توزیع جریان منبع پیوسته جریان صفحه‌ای با استفاده از روش‌های تبدیل فوریه و تبدیل هنکل، تعیین می‌شود. سپس به منظور طراحی آرایه صفحه‌ای آنتنی، این توزیع جریان، گسسته‌سازی می‌شود. پرتو تشعشعی ناشی از آرایه حاصل از گسسته‌سازی منبع پیوسته جریان صفحه‌ای اندکی با پرتو تشعشعی ناشی از منبع پیوسته جریان صفحه‌ای متفاوت خواهد بود، بنابراین برای بهبود برخی از مشخصات پرتو تشعشعی این آرایه همچون تراز گلبرگ کناری و ریپل پرتو، می‌توان از روش حداقل مربعات تکراری استفاده نمود. اساس کار روش پیشنهادی این است که پرتو تشعشعی در یک فرآیند تکراری برای دست‌یابی به مقادیر مطلوب تراز گلبرگ کناری و ریپل پرتو، تنظیم می‌شود و سپس جریان عناصر آرایه با استفاده از روش حداقل مربعات تعیین می‌شوند. در حقیقت ابتدا در هر تکرار، به منظور تنظیم مناسب پرتو تشعشعی، مقادیر پرتو تشعشعی در نقاط ماکزیمم گلبرگ‌های کناری و در نقاط ماکزیمم و مینیمم گلبرگ اصلی، با مقادیر مطلوب، جایگزین می‌شوند. سپس با نمونه‌برداری از پرتو تشعشعی تنظیم‌شده، یک دستگاه معادلات خطی حاصل می‌شود که با حل این دستگاه معادلات خطی با استفاده از روش حداقل مربعات، جریان عناصر آرایه تعیین می‌شوند. روش پیشنهادی را می‌توان برای بهینه‌سازی هر آرایه با هندسه دلخواه به کار برد. به منظور بررسی کارایی روش پیشنهادی نیز، چند مثال مختلف شبیه‌سازی ارائه شده‌اند.

واژه های کلیدی: منبع پیوسته جریان صفحه‌ای، آرایه صفحه‌ای، روش حداقل مربعات تکراری، پرتو تشعشعی، گسسته‌سازی.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۷/۰۸/۲۳
تاریخ پذیرش مشروط مقاله: ۱۳۹۸/۰۳/۰۸
تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۵/۰۸
نام نویسنده‌ی مسئول: دکتر همایون عریضی
نشانی نویسنده‌ی مسئول: ایران – تهران – نارمک – بزرگراه رسالت – خیابان هنگام – دانشگاه علم و صنعت ایران – دانشکده‌ی مهندسی برق

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1398.16.4.20.1]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.16- No.4- Winter2018

۱- مقدمه

هدف از بسیاری از روش‌های طراحی آرایه‌های آنتنی، تعیین جریان عناصر آرایه برای دست‌یابی به یک پرتو تشعشعی مطلوب می‌باشد. این مساله در بسیاری از کاربردها همچون مخابرات ماهواره‌ای، مورد توجه بسیاری از طراحان قرار گرفته است، زیرا در این کاربردها، لازم است که پرتو تشعشعی مطلوب دارای یک شکل خاص باشد[۱].

پیاده‌سازی منابع پیوسته جریان[۱] (CCS)، مشکل و گران است ولی مشخصات تشعشعی CCS را می‌توان با مشخصات تشعشعی آرایه عناصر گسسته تقریب زد و بالعکس [۱]. منظور از گسسته‌سازی، نمونه‌برداری از توزیع جریان CCS در نقاط گسسته می‌باشد. در حقیقت آرایه طراحی‌شده شامل عناصر نقطه‌ای یکسانگرد[۲] بوده که اندازه و فاز جریان این عناصر برابر با اندازه و فاز توزیع جریان CCS در همان نقاط می‌باشد. در منابع پیوسته جریان صفحه‌ای[۳] (PCCS)، توزیع جریان تابعی از دو مختصات می‌باشد. منبع پیوسته جریان مستطیلی[۴] (RCCS) و منبع پیوسته جریان دایره‌ای[۵] (CCCS) دو نمونه پرکاربرد از PCCS ها می‌باشند [۲].

در [۳]، از صفرهای پرتو حاصل از CCS برای طراحی جریان عناصر آرایه استفاده شده (تکنیک تطبیق صفرها) و همچنین برای بهبود نتایج، از روش اختلال در جریان عناصر استفاده می‌شود. در [۴و۵]، با استفاده از تکنیک تبدیل هنکل معکوس، توزیع جریان CCCS، تعیین شده و سپس با گسسته‌سازی آن و استفاده از شبیه-سازی تبریدی، آرایه صفحه‌ای طراحی می‌شود. در [۶-۹]، با تعمیم روابط پرتو[۶] تیلور دایره‌ای [۱۰]، توزیع جریان CCCS، تعیین شده و سپس با گسسته‌سازی آن، آرایه صفحه‌ای طراحی می‌شود. به منظور بهبود مقادیر تراز گلبرگ کناری و ریپل پرتو در پرتو آرایه حاصل از گسسته‌سازی PCCS، از تکنیک تبدیل فوریه تکراری در [۱۱]، استفاده شده است. از دیگر روش‌های طراحی آرایه آنتنی با استفاده از گسسته‌سازی CCS می‌توان به استفاده از شبیه‌سازی تبریدی [۱۲]، استفاده از خواص تابع بسل [۱۳]، استفاده از تکنیک گوسی [۱۴] و نمونه‌برداری یکپارچه [۱۵]، اشاره کرد. همچنین در مراجع [۱۶-۲۴]، روش‌های جدید طراحی آرایه‌های آنتنی از جنبه‌های مختلف، مورد بررسی قرار گرفته است.

در این مقاله ابتدا، توزیع جریان RCCS با استفاده از روش تبدیل فوریه [۱] و توزیع جریان CCCS با استفاده از روش تبدیل هنکل معکوس [۴]، تعیین می‌شود و سپس آرایه صفحه‌ای با گسسته‌سازی این توزیع جریان، طراحی می‌شود. پرتو تشعشعی آرایه حاصل از گسسته‌سازی PCCS اندکی با پرتو تشعشعی PCCS متفاوت خواهد بود، بنابراین برای بهبود برخی از مشخصات پرتو تشعشعی این آرایه همچون تراز گلبرگ کناری[۷] و ریپل[۸] پرتو، از روش حداقل مربعات تکراری[۹] استفاده می‌شود. اساس کار روش پیشنهادی این است که پرتو تشعشعی در یک فرآیند تکراری برای دست‌یابی به مقادیر مطلوب تراز گلبرگ کناری و ریپل، تنظیم می‌شود و سپس جریان عناصر آرایه با استفاده از روش حداقل مربعات تعیین می‌شوند. گرچه روش پیشنهادی، مشابه روش تبدیل فوریه تکراری [۱۱]، می‌باشد ولی روش پیشنهادی را می‌توان برای بهینه‌سازی هر آرایه با هندسه دلخواه همچون آرایه‌های با فاصله غیریکنواخت بین عناصر و آرایه رینگ‌های دایره‌ای هم‌مرکز، به کار برد، در حالی که روش تبدیل فوریه تکراری فقط برای بهینه‌سازی آرایه‌های مستطیلی با عناصر هم‌فاصله، قابل استفاده است.

در بخش دوم، ابتدا نحوه گسسته‌سازی RCCS و CCCS شرح داده شده و سپس جزئیات بهینه‌سازی آرایه حاصله از گسسته‌سازی، ارائه می‌شود. در بخش سوم با ارائه دو مثال، به شبیه‌سازی روش پیشنهادی، پرداخته می‌شود.

۲- تئوری و نحوه حل مسئله

۲-۱- نحوه گسسته‌سازی PCCS ها

به منظور گسسته‌سازی RCCS شکل (۱)(الف)، ابتدا آن را مطابق شکل (۱)(ب)، به N شبکه مستطیلی تقسیم‌بندی نموده و سپس یک نقطه داخل هر شبکه را به عنوان عناصر آرایه در نظر می‌گیریم [۲]، که هندسه آرایه حاصله مطابق شکل (۱)(ج)، یک آرایه مستطیلی می‌باشد. بنابراین ضریب آرایه (پرتو تشعشعی) این آرایه، به صورت زیر به دست می‌آید [۲]:

$$AF(\theta,\varphi)=\sum_{n=1}^{N} I_n\, e^{jk\,(x_n \sin\theta\cos\varphi + y_n \sin\theta\sin\varphi)} \qquad (۱)$$

که در آن $k=2\pi/\lambda$ عدد موج، λ عدد موج، φ و θ متغیرهای دستگاه مختصات کروی می‌باشند، همچنین x_n و y_n به ترتیب مختصات مکان عنصر nام بوده و جریان عنصر nام با نمونه‌برداری از توزیع جریان RCCS یعنی $J(x,y)$، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$I_n = J(x_n, y_n) \qquad (۲)$$

برای تعیین توزیع جریان $J(x,y)$ در شکل (۱)(الف)، از روش تبدیل فوریه به صورت زیر استفاده می‌کنیم [۱]:

$$J(x,y)=\frac{1}{(2\pi)^2}\int_v\int_u F_{\text{desired}}(u,v)\,e^{-jk\,(ux+vy)}\,du\,dv \qquad (۳)$$

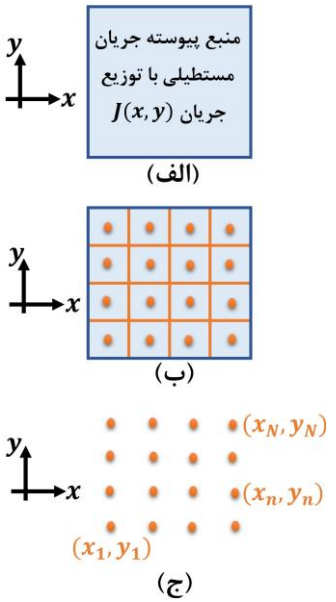
که در آن $F_{\text{desired}}(u,v)$ پرتو تشعشعی مطلوب بوده و همچنین $u=\sin\theta\cos\varphi$ و $v=\sin\theta\sin\varphi$ می‌باشند.

دقت شود که برای طراحی آرایه مستطیلی با فاصله غیریکنواخت بین عناصر، می‌توان نقاط دلخواهی از هر شبکه مستطیلی در شکل (۱)(ب)، را به عنوان عناصر آرایه انتخاب کرد، به طوریکه فاصله بین دو نقطه متوالی، یکسان نباشد.

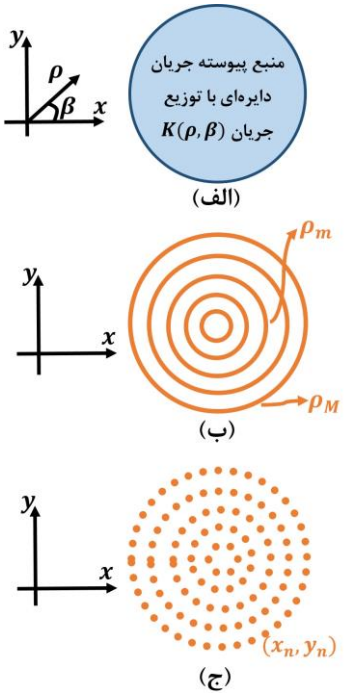
[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1398.16.4.20.1]

Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.16- No.4- Winter 2018



شکل (۱): (الف) یک منبع پیوسته جریان مستطیلی ، (ب) شبکه‌بندی مستطیلی ، (ج) آرایه مستطیلی طراحی‌شده



شکل (۲): (الف) یک منبع پیوسته جریان دایره‌ای ، (ب) رینگ‌های پیوسته دایره‌ای ، (ج) آرایه رینگ‌های دایره‌ای هم‌مرکز طراحی‌شده

به منظور گسسته‌سازی CCCS در شکل (۲)(الف)، ابتدا مطابق شکل (۲)(ب)، آن را به تعدادی رینگ‌های دایره‌ای تقسیم‌بندی نموده و سپس هر رینگ را گسسته‌سازی می‌نماییم تا مکان عناصر آرایه تعیین شوند [۲]، که هندسه آرایه حاصله مطابق شکل (۲)(ج)، یک آرایه رینگ‌های دایره‌ای هم‌مرکز می‌باشد.

اگر تعداد عناصر گسسته‌سازی‌شده در هر رینگ به اندازه کافی زیاد باشد، آنگاه پرتو تشعشعی ناشی از آرایه آن مستقل از φ بوده و برابر است با [۲]:

$$AF(\theta)=\sum_{m=1}^{M} N_m I_m J_0\left(k\rho_m \sin\theta\right) \qquad (۴)$$

که $J_0(x)$ تابع بسل نوع اول از مرتبه صفر می‌باشد، همچنین ρ_m ، N_m و I_m به ترتیب شعاع، تعداد و جریان عناصر رینگ mام بوده و تعداد کل رینگ‌ها برابر با M می‌باشد. به منظور تعیین جریان عناصر آرایه حاصله از گسسته‌سازی CCCS، پرتو ناشی از مجموع رینگ‌های دایره‌ای (شکل (۲)(ب)) را با ضریب آرایه این آرایه (شکل (۲)(ج)) برابر قرار می‌دهیم [۲] و سپس با استفاده از روش حداقل مربعات [۲۵]، دستگاه معادلاتی حاصله را حل می‌کنیم تا جریان عناصر آرایه به صورت زیر تعیین شوند [۲۵]:

$$I=\left[\tilde{Z}^{*}WZ\right]^{-1}\left[\tilde{Z}^{*}W\right]V \qquad (۵)$$

که W یک ماتریس همانی از مرتبه $P\times P$ بوده و P تعداد معلومات مسئله (محاسبه پرتو ناشی از مجموع رینگ‌های دایره‌ای در P نقطه θ_i) می‌باشد که اگر $P>M$ باشد آنگاه یک جواب حداقل مربعات مطابق معادله (۵) وجود خواهد داشت [۲۵] که در این مقاله مقدار $P=16M$ انتخاب شده است. همچنین $\tilde{Z}^{*}$ ترانهاده مزدوج ماتریس Z بوده، $\left[\tilde{Z}^{*}WZ\right]^{-1}$ معکوس ماتریس $\left[\tilde{Z}^{*}WZ\right]$ می‌باشد و ماتریس‌های I، Z و V به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$I=[I_m]_{M\times 1} \qquad (۶)$$

$$Z=[z_{im}]_{P\times M} \quad ;z_{im}=N_m J_0\left(k\rho_m \sin\theta_i\right) \qquad (۷)$$

$$V=[v_i]_{P\times 1} \quad ;v_i=F_{\text{Rings}}(\theta_i) \qquad (۸)$$

که در آن $F_{\text{Rings}}(\theta)$ پرتو ناشی از مجموع رینگ‌های دایره‌ای (شکل (۲)(ب)) می‌باشد و برابر است با [۴]:

$$F_{\text{Rings}}(\theta)=2\pi\sum_{m=1}^{M}\rho_m K_0(\rho_m) J_0(k\rho_m \sin\theta) \qquad (۹)$$

که $K_0(\rho_m)$ توزیع جریان رینگ mام بوده، به طوریکه با استفاده از روش تبدیل هنکل معکوس به صورت زیر تعیین می‌شود [4]:

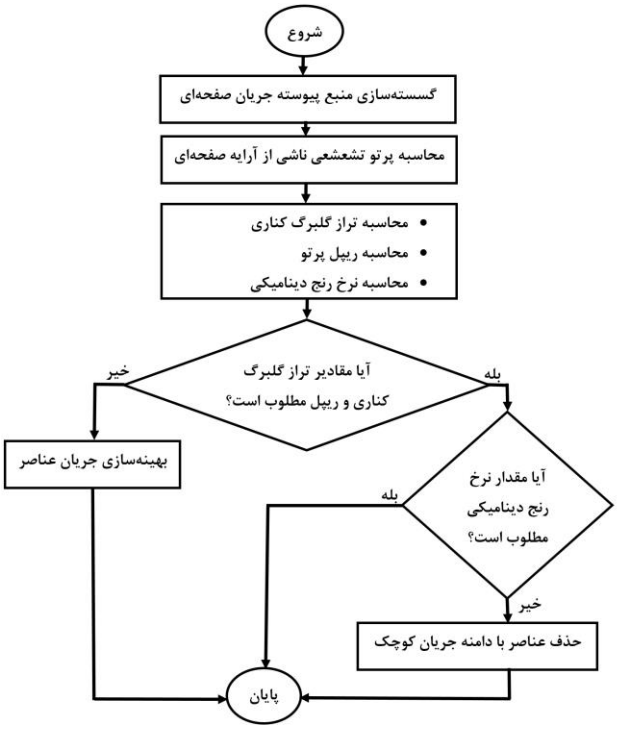
$$K_0(\rho_m)=\frac{1}{2\pi}\int_u \mathbf{F}_{\text{desired}}(u)\, J_0(\rho_m u)\, u\, du \qquad (۱۰)$$

که $u=k\sin\theta$ بوده و $F_{\text{desired}}(u)$ پرتو تشعشعی مطلوب می‌باشد.

۲-۲- بهبود مشخصات تشعشعی آرایه حاصله از گسسته‌سازی PCCS

بعد از گسسته‌سازی PCCS، گرچه پرتو تشعشعی آرایه حاصل از گسسته‌سازی PCCS اندکی با پرتو تشعشعی PCCS متفاوت خواهد بود، ولی برخی از مشخصات تشعشعی پرتو تولیدشده توسط آرایه را می‌توان بهبود بخشید. از جمله‌ی این مشخصات می‌توان به تراز گلبرگ کناری و ریپل پرتو (در پرتوهای بالا-صاف) اشاره کرد که تراز گلبرگ کناری، برابر با مقدار ماکزیمم گلبرگ کناری بوده و ریپل پرتو، برابر با

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1398.16.4.20.1]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.16- No.4- Winter2018



شکل (۳): فلوچارت کلی برای گسسته‌سازی PCCS ها

بیشترین اختلاف بین مقدار پرتو تشعشعی مطلوب و پرتو سنتزشده در ناحیه موردنظر می‌باشد. پارامتر دیگری که به عنوان معیاری برای پیچیدگی شبکه تغذیه آرایه و همچنین کوپلینگ متقابل بین عناصر آرایه می‌باشد، نرخ رنج دینامیکی نام دارد [۴]، که برابر است با نسبت مقدار ماکزیمم اندازه (دامنه) جریان عناصر آرایه به مینیمم آن، یعنی $DRR = |I_{\max}| / |I_{\min}|$. به منظور ساده‌سازی شبکه تغذیه آرایه و همچنین کاهش کوپلینگ متقابل بین عناصر آرایه، مقدار نرخ رنج دینامیکی می‌بایست تا حد امکان، کوچک باشد.

بعد از گسسته‌سازی PCCS، مقادیر تراز گلبرگ کناری، ریپل پرتو و نرخ رنج دینامیکی را در آرایه حاصله از گسسته‌سازی PCCS، محاسبه می‌نماییم، که بر اساس این مقادیر، به صورت یکی از سه حالت زیر مطابق شکل (۳)، عمل می‌کنیم:

- حالت اول: در این حالت، مقادیر تراز گلبرگ کناری، ریپل پرتو و نرخ رنج دینامیکی، مقادیر مطلوبی می‌باشند، بنابراین در این حالت نیازی به بهینه‌سازی آرایه نمی‌باشد.
- حالت دوم: در این حالت مقادیر تراز گلبرگ کناری و ریپل پرتو، مقادیر مطلوبی می‌باشند ولی مقدار نرخ رنج دینامیکی، مقدار مطلوبی نمی‌باشد (مقدار بزرگی می‌باشد)، بنابراین در این حالت عناصری از آرایه که دارای اندازه (دامنه) جریان، کوچکی می‌باشند را از آرایه حذف می‌کنیم.
- حالت سوم: در این حالت مقادیر تراز گلبرگ کناری و ریپل پرتو، مقادیر مطلوبی نمی‌باشند، بنابراین در این حالت می‌بایست جریان عناصر آرایه را بهینه‌سازی نمود که در این مقاله از روش حداقل مربعات تکراری استفاده می‌کنیم که در آن پرتو تشعشعی در هر تکرار برای رسیدن به مقادیر مطلوب تراز گلبرگ کناری و ریپل، تنظیم می‌شود. در ادامه این بخش جزئیات این روش ارائه می‌شود.

به منظور بهینه‌سازی جریان عناصر آرایه با استفاده از روش حداقل مربعات تکراری، مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

۱. مرحله ۱: محاسبه پرتو تشعشعی تولیدشده توسط آرایه با استفاده از معادلات (۱) یا (۴) و سپس نرمالیزه کردن آن.
۲. مرحله ۲: در این مرحله می‌بایست پرتو تشعشعی محاسبه‌شده از مرحله قبل را برای دست‌یابی به نتایج مطلوب، تنظیم کنیم. بدین منظور:

الف) تنظیم تراز گلبرگ کناری: در ناحیه گلبرگ‌های کناری، ابتدا نقاط ماکزیمم‌های گلبرگ‌های کناری را محاسبه می‌نماییم. اگر مقدار اندازه پرتو تشعشعی در این نقاط بزرگ تر از مقدار تراز گلبرگ کناری مطلوب، باشد، در این صورت مقدار اندازه پرتو تشعشعی در این نقاط را برابر مقدار تراز گلبرگ کناری مطلوب، قرار می‌دهیم.

ب)تنظیم ریپل پرتو در پرتوهای بالا-صاف: در ناحیه پرتو اصلی، ابتدا نقاط ماکزیمم و مینیمم پرتو تشعشعی را محاسبه می‌کنیم. در این نقاط اگر مقدار اندازه پرتو تشعشعی با مقدار پرتو تشعشعی مطلوب، برابر نباشد، در این صورت در این نقاط مقدار اندازه پرتو تشعشعی را برابر با مقدار پرتو تشعشعی مطلوب، قرار می‌دهیم.

۳. مرحله ۳: در این مرحله با استفاده از روش حداقل مربعات، جریان عناصر را طوری تعیین می‌کنیم که پرتو تشعشعی تنظیم‌شده در مرحله قبل را تولید کنند.
۴. مرحله ۴: مراحل ۱ تا ۳ را تا رسیدن به ماکزیمم تکرارها یا دست‌یابی به نتایج مطلوب، تکرار می‌کنیم. همچنین در تکرار ماقبل پایانی، در صورت لزوم برای کاهش نرخ رنج دینامیکی، عناصری که دارای اندازه (دامنه) جریان، کوچکی می‌باشند را حذف می‌کنیم. (این کار را در هر تکرار نیز می‌توان انجام داد ولی ممکن است در هر تکرار نرخ رنج دینامیکی افزایش یابد و در نتیجه با حذف عناصر با اندازه (دامنه) جریان کوچک در هر تکرار، تعداد زیادی از عناصر حذف شوند که در این صورت مقدار خطای سنتز افزایش می‌یابد. به همین دلیل فقط در تکرار ماقبل پایانی، عناصر با اندازه (دامنه) جریان کوچک، حذف می‌شوند.)

همانطور که گفته شد در مرحله ۳، می‌بایست با استفاده از روش حداقل مربعات، جریان عناصر را طوری تعیین کنیم که پرتو تشعشعی تنظیم‌شده در مرحله ۲ را تولید کنند، که نحوه تعیین جریان عناصر با استفاده از روش حداقل مربعات به صورت زیر می‌باشد [۲۵]:

$$I = \left[\tilde{Z}^{*} W Z\right]^{-1}\left[\tilde{Z}^{*} W\right] V \qquad (۱۱)$$

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1398.16.4.20.1]

که W یک ماتریس همانی از مرتبه $P\times P$ بوده و P تعداد معلومات مسئله (محاسبه پرتو تشعشعی تنظیم‌شده در مرحله ۲ در P نقطه (θ_i,φ_i)) می‌باشد که همانطور که در بخش قبل گفته شد برای اینکه جواب حداقل مربعات معادله (۱۱) وجود داشته باشد، می‌بایست مقدار P را بزرگتر از تعداد مجهولات مسئله در نظر گرفت [۲۵] که در این مقاله این مقدار در آرایه مستطیلی برابر با $P=16N$ و در آرایه رینگ‌های دایره‌ای هم‌مرکز برابر با $P=16M$ انتخاب شده است. همچنین ماتریس‌های I، Z و V محاسبه می‌شوند با:

- در آرایه مستطیلی با توجه به معادله (۱):

$$I=[I_n]_{N\times 1} \qquad (۱۲)$$

$$Z=[z_{in}]_{P\times N} \quad ;z_{in}=e^{jk\sin\theta_i(x_n\cos\varphi_i+y_n\sin\varphi_i)} \qquad (۱۳)$$

$$V=[v_i]_{P\times 1} \quad ;v_i=AF(\theta_i,\varphi_i) \qquad (۱۴)$$

- در آرایه رینگ‌های دایره‌ای هم‌مرکز با توجه به معادله (۴):

$$I=[I_m]_{M\times 1} \qquad (۱۵)$$

$$Z=[z_{im}]_{P\times M} \quad ;z_{im}=N_m J_0\left(k\rho_m\sin\theta_i\right) \qquad (۱۶)$$

$$V=[v_i]_{P\times 1} \quad ;v_i=AF(\theta_i) \qquad (۱۷)$$

که در روابط بالا AF پرتو تشعشعی تنظیم‌شده در مرحله ۲، می‌باشد.

۳- نتایج شبیه‌سازی

در این قسمت به شبیه‌سازی روش پیشنهادی با ارائه دو مثال مختلف شبیه‌سازی، می‌پردازیم. کلیه شبیه‌سازی‌ها با استفاده از نرم‌افزار MATLAB در یک لپ‌تاپ با مشخصات Intel-i7 6700HQ و RAM 12 GB پیاده‌سازی شده‌اند. همچنین در شبیه‌سازی‌ها، خطای سنتز را به صورت زیر محاسبه نموده‌ایم [۲۵]:

$$\text{خطای سنتز}=\frac{\sum_{i=1}^{H}\left|F_{\text{synthesized}}(\theta_i,\varphi_i)-F_{\text{desired}}(\theta_i,\varphi_i)\right|^2}{\sum_{i=1}^{H}\left|F_{\text{desired}}(\theta_i,\varphi_i)\right|^2} \qquad (۱۸)$$

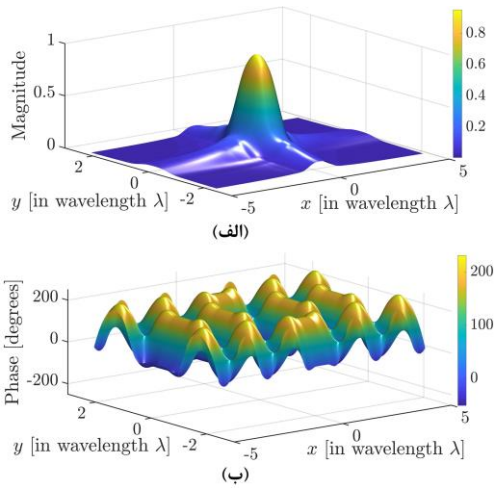
که در آن $F_{\text{synthesized}}(\theta,\varphi)$ و $F_{\text{desired}}(\theta,\varphi)$ به ترتیب پرتو تشعشعی سنتزشده و پرتو تشعشعی مطلوب، بوده و H تعداد نقاط مقایسه این دو پرتو بوده، که می‌بایست به اندازه کافی بزرگ باشد، تا خطای سنتز به درستی محاسبه شود.

۳-۱- مثال اول شبیه‌سازی

در این مثال پرتو تشعشعی مطلوب یک پرتو قطاعی با سطح مقطع مستطیلی، به صورت زیر می‌باشد:

$$F_{\text{desired}}(u,v)=\begin{cases}1 & ;|u|\le 0.5\ ,\ |v|\le 0.5\\ 0 & ;\text{otherwise}\end{cases} \qquad (۱۹)$$

که $u=\sin\theta\cos\varphi$ و $v=\sin\theta\sin\varphi$ می‌باشند. ابعاد RCCS در این مثال $L_x=10\lambda$ و $L_y=5\lambda$ در نظر گرفته شده است که L_x و L_y به ترتیب ابعاد RCCS در جهت محورهای x و y می‌باشند. در شکل (۴)، توزیع جریان این منبع که توسط روش تبدیل فوریه [۱] مطابق با معادله (۳)، سنتزشده نمایش داده شده است. در این مثال بعد از شبکه‌بندی منبع پیوسته جریان مستطیلی به شبکه‌های مربعی با پهنای $\lambda/2$ و در نظر گرفتن نقاط مرکز هر شبکه به عنوان عناصر آرایه به آرایه اولیه‌ای مطابق شکل (۵)(الف)، می‌رسیم که دارای 200 عنصر با فاصله $\lambda/2$ از هم، می‌باشد. همچنین در شکل (۶)، اندازه و فاز جریان عناصر این آرایه نمایش داده شده‌اند. مطابق جدول ۱، مقادیر تراز گلبرگ کناری، ریپل پرتو و نرخ رنج دینامیکی در آرایه اولیه به ترتیب برابر با $-18.60\,\text{dB}$، $1.86\,\text{dB}$ و 171 می‌باشند. با بهینه‌سازی جریان عناصر آرایه اولیه، با استفاده از روش حداقل مربعات تکراری در 49 تکرار در 422.29 ثانیه، به آرایه‌ای مطابق شکل (۵)(ب)، می‌رسیم که دارای 100 عنصر بوده و مطابق جدول ۱، مقادیر تراز گلبرگ کناری، ریپل پرتو و نرخ رنج دینامیکی در آن به ترتیب برابر با $-21.30\,\text{dB}$، 0.38 و $39.03\,\text{dB}$ می‌باشند. در شکل (۷)، نمودار اندازه و فاز جریان عناصر آرایه بهینه‌سازی‌شده و در شکل (۸)، پرتوهای سنتزشده توسط آرایه‌های اولیه و بهینه‌سازی‌شده، نمایش داده شده‌اند. در مرجع [۲۶] با استفاده از کمینه‌سازی یک تابع هزینه که شامل تراز گلبرگ کناری و ریپل پرتو بوده، به بهینه‌سازی جریان عناصر آرایه پرداخته شده است که نتایج این روش در جدول ۱، ارائه شده‌اند. با توجه به این جدول مشاهده می‌شود که علاوه بر اینکه نتایج روش حداقل مربعات تکراری بسیار بهتر از نتایج روش کمینه‌سازی تابع هزینه [۲۶] بوده، زمان شبیه‌سازی روش حداقل مربعات تکراری نیز بسیار کمتر از روش کمینه‌سازی تابع هزینه می‌باشد. همچنین آرایه حاصل از روش کمینه‌سازی تابع هزینه [۲۶] دارای 200 عنصر بوده که به مراتب از تعداد عناصر آرایه حاصل از روش حداقل مربعات تکراری بیشتر می‌باشد، بنابراین به دلیل تعداد عناصر کمتر و مقدار نرخ رنج دینامیکی کمتر (با توجه به جدول ۱)، پیاده‌سازی آرایه حاصل از روش حداقل مربعات تکراری بسیار آسان‌تر از پیاده‌سازی آرایه حاصل از روش کمینه‌سازی تابع هزینه [۲۶] می‌باشد.

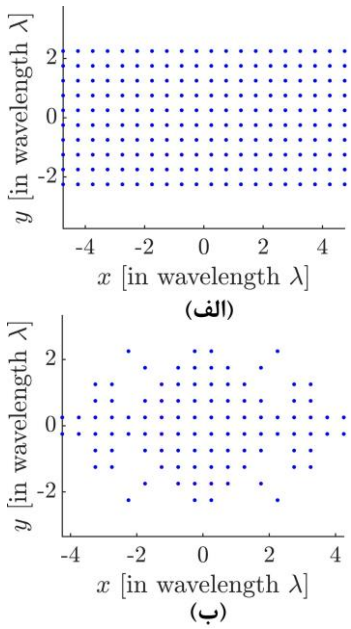


شکل (۴): توزیع جریان RCCS به دست آمده با روش تبدیل فوریه [۱] در مثال اول: (الف) اندازه، (ب) فاز

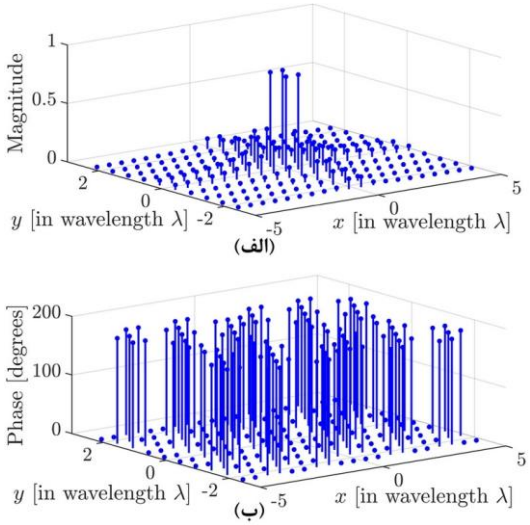
[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1398.16.4.20.1]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.16- No.4- Winter2018

جدول (۱): مقایسه نتایج شبیه‌سازی در مثال اول

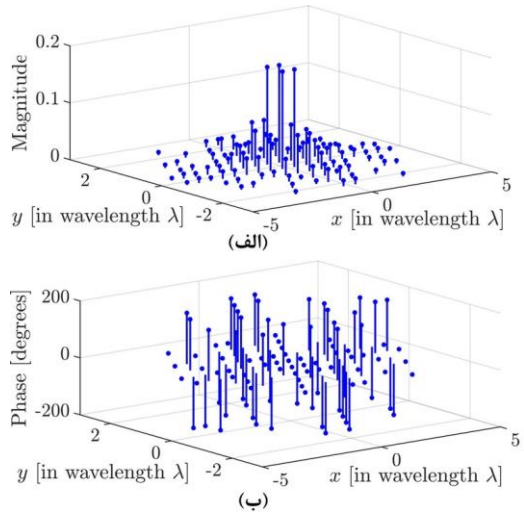
نوع آرایه	خطای سنتز	تراز گلبرگ کناری (dB)	ریپل پرتو (dB)	نرخ رنج دینامیکی	زمان شبیه‌سازی (ثانیه)
اولیه	0.055	-18.60	1.86	171	0.03
روش پیشنهادی	0.061	-21.30	0.38	39.03	422.29
روش [26]	0.057	-22.24	1.68	332.9	14701.4



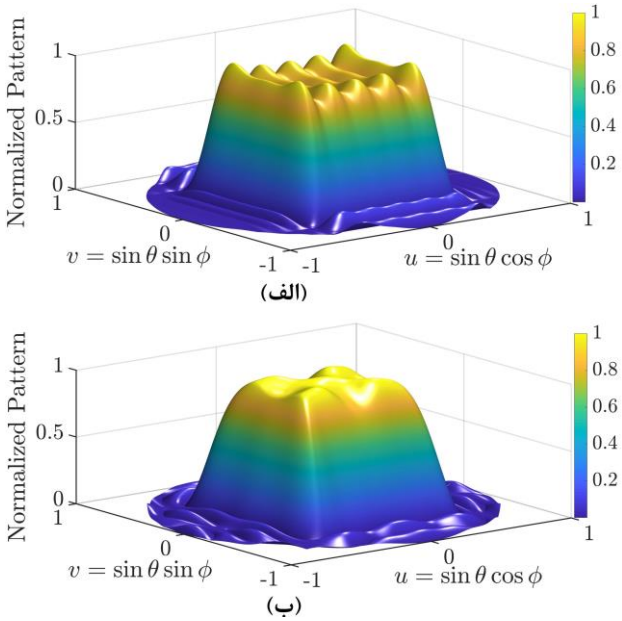
شکل (۵): هندسه آرایه‌های مثال اول: (الف) آرایه اولیه، (ب) آرایه بهینه‌سازی‌شده با روش حداقل مربعات تکراری



شکل (۶): جریان عناصر آرایه اولیه در مثال اول: (الف) اندازه، (ب) فاز



شکل (۷): جریان عناصر آرایه بهینه‌سازی‌شده با روش حداقل مربعات تکراری در مثال اول: (الف) اندازه، (ب) فاز



شکل (۸): پرتوهای سنتزشده از آرایه‌های مثال اول: (الف) پرتو اولیه، (ب) پرتو بهینه‌سازی‌شده با روش حداقل مربعات تکراری

۳-۲- مثال دوم شبیه‌سازی

در این مثال، پرتو تشعشعی مطلوب، یک پرتو مسقل از φ و قطاعی به صورت زیر می‌باشد:

$$F_{\text{desired}}(u)=\begin{cases}1 & ;0.1\le u\le 0.3\\ 0 & ;\text{otherwise}\end{cases} \qquad (۲۰)$$

که $u=\sin\theta$ می‌باشد. در این مثال، شعاع CCCS برابر با $a=20\lambda$ در نظر گرفته شده است. در CCCS اگر پرتو تشعشعی، مستقل از φ باشد، آنگاه توزیع جریان آن حقیقی بوده و فقط تابعی از مختصات شعاعی ρ می‌باشد [۲]، که این توزیع جریان را می‌توان با استفاده از تبدیل هنکل معکوس [۴] با استفاده از معادله (۱۰) بدست آورد که در شکل (۹)، نمایش داده شده است. در این مثال، ابتدا CCCS را به

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1398.16.4.20.1]

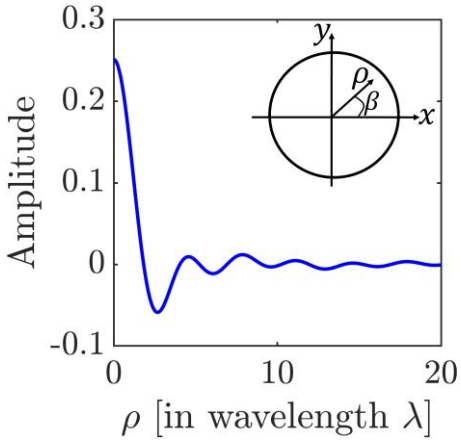
40 رینگ با فاصله $w = \lambda/2$ از هم تقسیم‌بندی می‌کنیم، که شعاع رینگ mام برابر است با:

$$\rho_m = (2m-1)\frac{w}{2} \qquad ;m = 1,2,\ldots,40 \qquad (۲۱)$$

همچنین تعداد عناصر حاصل از گسسته‌سازی از هر رینگ را برای اینکه هم، فاصله بین دو عنصر متوالی حداقل برابر با $\lambda/2$ بوده و هم تقریب معادله (۴) برای مستقل از φ بودن، برقرار باشد، به صورت زیر در نظر می‌گیریم [۲۷]:

$$N_m = \begin{cases} 2 & ;m = 1 \\ 9 & ;m = 2 \\ [k\,\rho_m] + 3 & ;m = 3,4,\ldots,40 \end{cases} \qquad (۲۲)$$

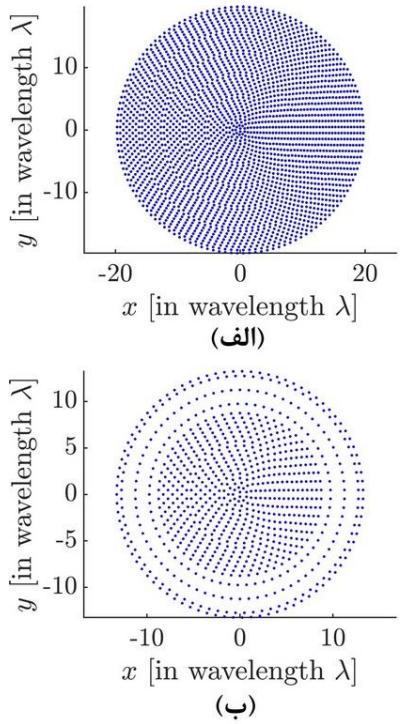
که در آن منظور از [ ]، جزصحیح می‌باشد. بنابراین به آرایه‌ای مطابق شکل (۱۰)(الف)، می‌رسیم که دارای 2469 عنصر می‌باشد. همچنین در شکل (۱۱)، اندازه و فاز جریان عناصر این آرایه نمایش داده شده است. مطابق جدول۲، تراز گلبرگ کناری پرتو تشعشعی این آرایه برابر با $-22.94\,\mathrm{dB}$ بوده و ریپل پرتو این آرایه در ناحیه $0.1 \le u \le 0.3$ برابر با $1.40\,\mathrm{dB}$ می‌باشد. همچنین نرخ رنج دینامیکی در این آرایه برابر با 2712.20 می‌باشد. گرچه مقدار تراز گلبرگ کناری، مقدار مطلوبی می‌باشد ولی مقادیر ریپل پرتو و نرخ رنج دینامیکی، مقادیر بزرگی می‌باشند. با بهینه‌سازی جریان عناصر آرایه اولیه، با استفاده از روش حداقل مربعات تکراری در 1000 تکرار در 91.83 ثانیه، به آرایه‌ای مطابق شکل (۱۰)(ب)، می‌رسیم که دارای 878 عنصر بوده و مطابق جدول۲، مقایر تراز گلبرگ کناری، ریپل پرتو و نرخ رنج دینامیکی در آن به ترتیب $-23.30\,\mathrm{dB}$، $0.12\,\mathrm{dB}$ و 117.52 می‌باشند. با توجه به جدول۲، مشاهده می‌شود که، اگرچه مقدار خطای سنتز اندکی افزایش یافته است ولی باز هم این مقدار خطای سنتز قابل قبول بوده و همچنین تراز گلبرگ کناری اندکی کاهش یافته و ریپل پرتو کاهش زیادی داشته است (حدود $1.28\,\mathrm{dB}$ کاهش یافته) که به وضوح در شکل ۱۳، مشخص است. در شکل ۱۲، نمودار اندازه و فاز جریان عناصر آرایه بهینه‌سازی‌شده و در شکل ۱۳، پرتوهای سنتزشده توسط آرایه‌های اولیه و بهینه‌سازی‌شده، نمایش داده شده‌اند. در جدول۲، نتایج روش پیشنهای با نتایج روش کمینه‌سازی تابع هزینه [۲۶]، مقایسه شده‌اند. با توجه به این جدول مشاهده می‌شود که نتایج روش پیشنهادی (تراز گلبرگ کناری، ریپل پرتو و نرخ رنج دینامیکی) از نتایج روش کمینه‌سازی تابع هزینه بهتر بوده و همچنین زمان شبیه‌سازی روش پیشنهادی نیز بسیار کمتر از زمان شبیه‌سازی روش کمینه‌سازی تابع هزینه می‌باشد. همچنین آرایه حاصل از روش کمینه‌سازی تابع هزینه دارای 2649 عنصر بوده که به مراتب از تعداد عناصر آرایه حاصل از روش حداقل مربعات تکراری بیشتر می‌باشد، بنابراین پیاده‌سازی آرایه حاصل از روش حداقل مربعات تکراری بسیار آسان‌تر می‌باشد. لازم به ذکر است که در هر دو مثال شبیه‌سازی از دستور fminsearch در نرم‌افزار MATLAB برای کمینه‌سازی تابع هزینه [۲۶]، استفاده شده است.



شکل (۹): توزیع جریان CCCS به دست آمده با روش تبدیل هنکل معکوس [۴] در مثال دوم

جدول (۲): مقایسه نتایج شبیه‌سازی در مثال دوم

نوع آرایه	خطای سنتز	تراز گلبرگ کناری (dB)	ریپل پرتو (dB)	نرخ رنج دینامیکی	زمان شبیه‌سازی (ثانیه)
اولیه	0.034	-22.94	1.40	2712.2	0.002
روش پیشنهادی	0.052	-23.30	0.12	117.52	91.83
روش [26]	0.041	-20.10	0.57	2210.7	1428

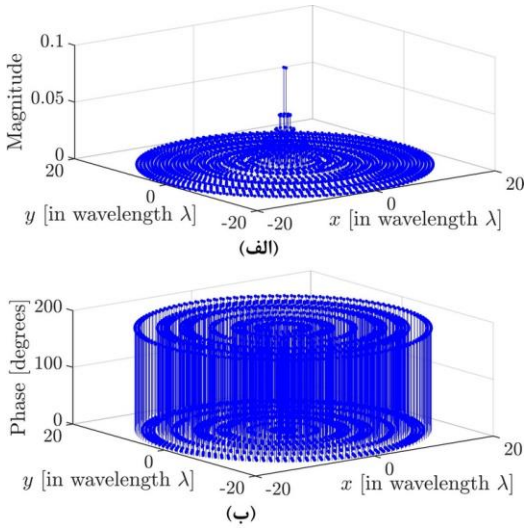


شکل (۱۰): هندسه آرایه‌های مثال دوم: (الف) آرایه اولیه (ب) آرایه بهینه‌سازی‌شده با روش حداقل مربعات تکراری

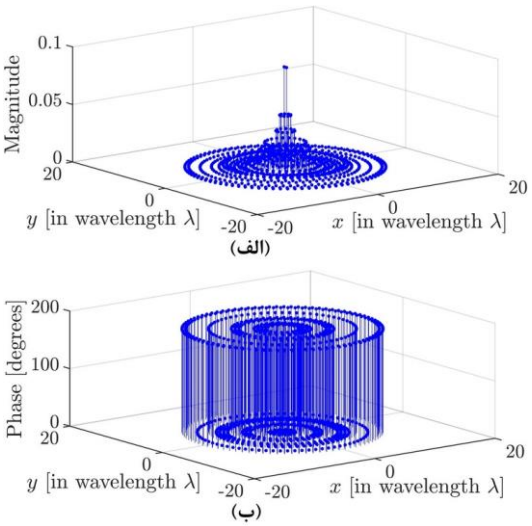
[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1398.16.4.20.1]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.16- No.4- Winter2018

۴- نتیجه‌گیری

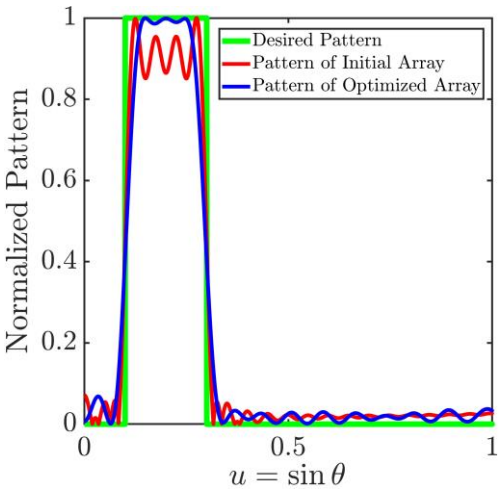
در این مقاله یک روش ساده برای طراحی آرایه صفحه‌ای با استفاده از گسسته‌سازی منبع پیوسته جریان صفحه‌ای ارائه شد. بعد از بدست آوردن توزیع جریان منبع پیوسته جریان صفحه‌ای با استفاده از روش-هایی همچون روش تبدیل فوریه و روش تبدیل هنکل معکوس، این منبع پیوسته جریان صفحه‌ای گسسته‌سازی می‌شود تا آرایه صفحه‌ای طراحی شود. به منظور بهینه‌سازی مقادیر تراز گلبرگ کناری و ریپل پرتو ناشی از آرایه طراحی‌شده، یک روش بهینه‌سازی به نام روش حداقل مربعات تکراری ارائه شد که در آن پرتو تشعشعی در یک فرآیند تکراری برای دست‌یابی به مقادیر مطلوب تراز گلبرگ کناری و ریپل پرتو، تنظیم شده و سپس جریان عناصر آرایه با استفاده از روش حداقل مربعات تعیین می‌شوند. روش پیشنهادی را می‌توان برای بهینه‌سازی هر آرایه با هندسه دلخواه به کار برد. به منظور بررسی کارایی روش پیشنهادی نیز، چند مثال مختلف شبیه‌سازی ارائه شدند.



شکل (۱۱): جریان عناصر آرایه اولیه در مثال دوم (الف) اندازه ، (ب) فاز



شکل (۱۲): جریان عناصر آرایه بهینه‌سازی‌شده با روش حداقل مربعات تکراری در مثال دوم (الف) اندازه ، (ب) فاز



شکل (۱۳): پرتوهای سنتزشده از آرایه‌های مثال دوم

مراجع

[1] C. A. Balanis, Antenna Theory - Analysis and Design, John Wiley & Sons, New York, 2005.

[2] R. S. Elliot, Antenna Theory and Design, Prentice Hall, New York, 1981.

[3] R. S. Elliott, "On discretizing continuous aperture distributions," IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. AP-25, No. 5, pp. 617-621, September 1977.

[4] J. A. Rodriguez, R. Munoz, H. Estevez, F. Ares, and E. Moreno, "Synthesis of planar arrays with arbitrary geometry generating arbitrary footprint patterns," IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. 52, No. 9, pp. 2484-2488, September 2004.

[5] R. E. Perez, J. A. Rodriguez and F. J. Ares, "Synthesis of array radiation pattern footprints using radial stretching, Fourier analysis, and Hankel transformation," IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. 60, No. 4, pp. 2106-2109, April 2012.

[6] R. S. Elliott and G. J. Stern, "Shaped patterns from a continuous planar aperture distribution," IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. 135, No. 6, pp. 366-370, December 1988.

[7] F. Ares, R. S. Elliott, and E. Moreno, "Design of planar arrays to obtain efficient footprint patterns with an arbitrary footprint boundary," IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. 42, No. 11, pp. 1509-1514, November 1994.

[8] R. E. Perez, M. A. Folgueiras, J. A. Rodriguez and F. Ares, "Arbitrary footprints from arrays with concentric ring geometry and low dynamic range ratio," J. Electromagn. Waves Applicat., Vol. 24, No. 13, pp. 1795-1806, 2012.

[9] F. Ares, J. F. Gomez, G. Franceschetti, E. Moreno and J. A. Rodriguez, "Synthesis of very large planar arrays for prescribed footprint illumination," IEEE Trans. Antennas Propagat, Vol. 56, No. 2, pp. 584-589, February 2008.

[10] T. T. Taylor, "Design of circular apertures for narrow beamwidth and low sidelobes," IRE Trans. Antennas Propagat., Vol. AP-8, pp. 17-22, January 1960.

[11] K. Yang, Z. Zhao and Q. H. Liu, "An iterative FFT based flat-top footprint pattern synthesis method with planar

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1398.16.4.20.1]

array," J. Electromagn. Waves Applicat., Vol. 26, No. 14-15, pp. 1956-1966, October 2012.
[12] J. C. Bregains, F. Ares and A. G. Roederer, "Perturbation of the phases of Taylor field samples in the synthesis of linear and circular array antennas," IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett., Vol. 3, 2004.
[13] A. Aghasi, H. Amindavar, E.L. Miller and J. Rashed-Mohassel, "Flat-Top Footprint Pattern Synthesis Through the Design of Arbitrary Planar-Shaped Apertures," IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. 58, No. 8, pp. 2539-2552, August 2010.
[14] Fabienne B. T. Marchaud, Geoffrey D. de Villiers, and E. Roy Pike, "Element positioning for linear arrays using generalized gaussian quadrature," IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. 51, No. 6, pp. 1357-1363, June 2003.
[15] R. E. Hodges and Y. Rahmat-Samii, "On sampling continuous aperture distributions for discrete planar arrays," IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. 44, No. 11, pp. 1499-1508, November 1996.
[16] M. K. Amirhosseini, G. Vecchi and P. Pirinoli, "Near-chebyshev pattern for nonuniformly spaced arrays using zeros matching method," IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. 65, pp. 5155-5161, October 2017.
[17] M. K. Amirhosseini, "Design of nonuniformly spaced antenna arrays using Fourier's coefficients equating method," IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. 66, pp. 5326-5332, October 2018.
[18] F. Yang, S. Yang , Y. Chen, S. Qu, W. Long, "Synthesis of large-scale non-uniformly spaced 4D arrays using an IFT method," IET Microw. Antennas Propag., Vol. 12, pp. 1973-1977, 2018.
[19] M. GH. Alijani and M. H. Neshati, "Development a new array factor synthesizing technique by pattern integration and least square method," IEEE Trans. Antennas Propagat., September 2018.
[20] E. Tohidi, M. M. Nayebi, and H. Behrooz, "Dynamic programming applied to large circular arrays thinning," IEEE Trans. Antennas Propagat. Vol. 66, pp. 4025-4033, August 2018.
[21] D. Pinchera, M. D. Migliore, G. Panariello, "Synthesis of large sparse arrays using IDEA (Inflating-Deflating Exploration Algorithm)," IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. 66, pp. 4658-4668, September 2018.
[22] G. Bellizzi and O. M. Bucci, "On the optimal synthesis of sum or difference patterns of centrosymmetric arrays under arbitrary side lobes constraints," IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. 66, pp. 4620-4626, September 2018.
[۲۳] کازرونی مرتضی، چلداوی احمد، عریضی همایون، محسنی ارمکی سید حسین، **"طراحی آنتن یک رادار آرایه فازی نمونه به همراه باند گپ الکترومغناطیسی و ارزیابی عملکرد این آرایه به هنگام از کار افتادن بعضی از عناصر تشعشعی"**، پانزدهمین کنفرانس مهندسی برق ایران، صفحه ۴۴-۳۸، تهران، مرکز تحقیقات مخابرات ایران، ۱۳۸۶.
[۲۴] غفاری وحید، توکلی احد، میرزاوند بروجنی رشید، دهخدا پریسا **" کاهش اثرات امواج موبایل به کمک آنتن‌های آرایه‌ای و تفکیک یک نقطه داغ به چند نقطه داغ"**، مجله مهندسی برق و الکترونیک ایران، دوره ۱۴، شماره ۲، صفحه ۵۶-۴۹، ۱۳۹۶.
[25] J. R. Mautz and R. F. Harrington, "Computational methods for antenna pattern synthesis," IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. AP-23, pp. 507-512, July 1975.
[26] J. Bregains, A. Trastoy, F. Ares and E. Moreno, "Synthesis of multiple-pattern planar antenna arrays with single prefixed or jointly optimized amplitude distributions," Microw. Opt. Technol. Lett, Vol. 66, pp. 74-78, January 2002.
[27] X. Zhao, Q. Yang and Y. Zhang, "A hybrid method for the optimal synthesis of 3-D patterns of sparse Concentric ring arrays," IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. 64, No. 2, pp. 515-524, February 2016.

زیرنویس‌ها

۱ Continuous Current Source
۲ Isotropic
۳ Planar Continuous Current Source
۴ Rectangular Continuous Current Source
۵ Circular Continuous Current Source
۶ Pattern
۷ Side-lobe Level
۸ Ripple
۹ Iterative Method of Least Squares

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1398.16.4.20.1]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.16- No.4- Winter2018