رویکرد تحلیلی در تعیین میزان بهینه‌ی قراردادهای پیش‌فروش

مهدی گلمکانی[۱و۲] حبیب رجبی مشهدی[۱]

۱- کارشناسی ارشد- گروه برق – دانشکده‌ی مهندسی - دانشگاه فردوسی مشهد - مشهد- ایران
h_mashhadi@um.ac.ir
۲- استاد- شرکت برق منطقه‌ای خراسان - مشهد- ایران
m.golmakani@Krec.ir

چکیده: با توجه به ساختارهای متفاوت بازار برق در نقاط مختلف دنیا و امکان عقد قراردادهای دوطرفه، می‌توان به بررسی و تنظیم قراردادهای پیش‌فروش پرداخت. در این ساختار شرکت تولیدی می‌تواند علاوه بر شرکت در بازار پیش‌فروش در بازار روزانه نیز مشارکت داشته باشد. این شرکت با هدف بیشینه‌سازی سود و با فرض مشخص بودن قیمت در بازار پیش‌فروش بایستی میزان فروش به این بازار را تعیین نماید. این شرکت علاوه بر این می‌تواند در بازار روزانه نیز مشارکت نماید. بنابراین در تعیین حجم فروش به بازار پیش‌فروش بایستی مصالحه‌ای بین فروش به دو بازار بر روی افق زمانی مورد مطالعه صورت گیرد. در این مقاله مساله‌ی مورد مطالعه (بیشینه‌سازی سود) با رویکردی تحلیلی به صورت یک مساله‌ی بهینه‌سازی تصادفی[۱] برای مناقصه‌ی تمایزی[۲] فرمول‌بندی می‌گردد. در این رویکرد مساله‌ی بهینه‌سازی مطرح شده به کمک شرایط کاهن- تاکر[۳] مورد بررسی قرار گرفته و به تحلیل حالت-های مختلف مساله پرداخته می‌شود.

کلمات کلیدی: قراردادهای پیش‌فروش، بازار روزانه، روش ضرائب لاگرانژ، ریسک، عدم قطعیت،

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۸۸/۱۱/۱۱
تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۰۱/۲۴
نام نویسنده‌ی مسئول: دکتر حبیب رجبی مشهدی
نشانی نویسنده‌ی مسئول : ایران – مشهد – صندوق پستی ۹۱۷۷۹۴۸۹۴۴ – دانشگاه فردوسی مشهد – دانشکده‌ی‌مهندسی– گروه برق

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-10-30]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1395.13.2.12.8]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers Vol13 No.2 Summer 2016

۱- مقدمه

همراه با تجدید ساختار اقتصادی صنعت برق مسائل جدیدی در حوزه‌های مختلف بهره‌برداری و برنامه‌ریزی صنعت برق مطرح شده‌اند. اغلب این مسائل به دلیل عدم دسترسی به اطلاعات کامل درباره‌ی قیمت بازار و رفتار عوامل در بازار، مسائل پیچیده‌ای هستند که بایستی با فرضیات معقولی مدلسازی شوند. یکی از مسائلی که شرکتهای تولیدی (GenCos) در محیط بازار با آن مواجه می‌شوند، مساله‌ی قیمت‌دهی در بازار روزانه و همچنین عقد قراردادهای دوطرفه جهت پیش‌فروش انرژی الکتریکی می‌باشد. در هنگام عقد قراردادهای پیش‌فروش برای مدت زمان معینی در آینده‌ی نزدیک نیاز به دانستن اطلاعات و رفتار قیمت بازار روزانه می‌باشد. به دلائل مختلفی رفتار قیمت بازار رفتاری غیر قطعی و همراه با عدم‌قطعیت می‌باشد و از این‌رو مساله‌ی تصمیم‌گیری برای بستن قراردادهای پیش‌فروش با دشواری‌هایی روبرو است. در [۱] به منظور مدلسازی عدم‌قطعیت‌ها از درخت سناریو استفاده گردیده و فرمول‌بندی مساله‌ی بیشینه‌سازی سود در دو نوع مناقصه‌ی یکنواخت و تمایزی صورت پذیرفته است. در [۲] مساله از دیدگاه شرکت توزیع مورد بررسی قرار گرفته است. در [۲] تابع هدف کمینه‌سازی هزینه‌ی شرکت توزیع با توجه به عقد قراردادهای پیش‌خرید می‌باشد که در آن همانند [۱] به منظور مدلسازی عدم‌قطعیت‌ها از درخت سناریو استفاده گردید. در [۳] نیز با استفاده از سناریوی درخت به تنظیم قراردادهای پیش‌فروش پرداخته شده است با این تفاوت که درآمد یک نیروگاه آبی به عنوان تابع هدف در نظر گرفته شده‌است. در [۴] مساله‌ی پیشنهاد قیمت و حداکثر کردن سود با فرض در دسترس بودن توزیع تصادفی منحنی پیشنهادی رقبا به صورت یک مسئله‌ی بهینه‌سازی تصادفی مدل شده است. با استفاده از این اطلاعات منحنی پیشنهاد قیمت شرکت مورد نظر به گونه‌ای تعیین می‌شود تا امید ریاضی سود آن با توجه به مدل تصادفی رقبا بیشینه شود. در [۵] فرض شده است که تابع توزیع چگالی احتمال قیمت تسویه بازار[۴] (ρ_m) برای ساعت مورد نظر در دسترس است. تابع هدف در نظر گرفته شده در [۵] ، سود شرکت تولیدی می‌باشد. در این مرجع هیچ قیدی در نظر گرفته نشده است و مساله برای مناقصه‌ی تمایزی و یکنواخت فرمولبندی و با رویکرد تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین در این مقاله به تحلیل مدیریت ریسک نیز پرداخته شده است. در [۶] ، تمرکز اصلی بر روی استراتژی تولید کننده‌ها در بازار برق می‌باشد. در این مقاله بر مبنای رفتار تصادفی قیمت بازار، اطلاعات گذشته‌ی بازار را بر روی یک توزیع نرمال لگاریتمی منطبق کرده است و پارامترهای تابع چگالی احتمال قیمت بازار را تعیین کرده است. در [۶] ، از آزمون کلموگرف-اسمیرنوف[۵] جهت تعیین صحت این انطباق استفاده کرده است. در [۷] به تخصیص توان بین بازارهای پیش‌فروش ماهانه (نظیر قراردادهای دوطرفه[۶]، قراردادهای فروش در آینده[۷]، قراردادهای آپشن[۸]) و بازار روزانه می‌پردازد. هدف این مقاله پیداکردن استراتژی بهینه با فرض اطلاع از قیمت بازارهای پیش‌فروش و قیمت پیش‌بینی بازار روزانه است. در این مقاله از روش برنامه-ریزی پویای دوگانه[۹] جهت حل مساله‌ی بهینه‌سازی فوق استفاده شده است. در [۸] به ارائه‌ی یک مدل تصادفی به منظور بهره-برداری سیستم برق- آبی در بازار رقابتی می‌پردازد. این مدل شامل تولید خود نیروگاه برق آبی و تنظیم قرارداد پیش‌فروش به منظور تحویل انرژی در آینده در مقابله با ریسک می‌باشد. هدف استفاده از این مدل بیشینه‌سازی سود تولیدکننده و کم‌کردن ریسک اقتصادی در تقابل با واقعیت قیمت بازار روزانه و بازار پیش‌فروش است. در [۹] قیمت بازار برق را در کشور کلمبیا وابسته به منابع تولید برق‌آبی می‌داند. شرکت‌کنندگان در بازار به منظور کاهش ریسک نوسانات قیمت، تمایل به بستن قراردادهای پیش‌فروش و روزانه دارند. در این مقاله تابع هدف، بیشینه‌سازی توامان سود شرکت‌کننده در بازار و مصرف‌کنندگان، با درنظر گرفتن قراردادهای فصلی پیش‌فروش می‌باشد. در [۱۰] هدف از تنظیم و طراحی بهینه‌ی برنامه‌ی توسعه‌ی تولید بر روی افق زمانی مورد مطالعه، ایجاد تعادل دینامیکی بین عرضه و تقاضای انرژی و همچنین تضمین دستیابی به سود مورد انتظار توسط واحدهای تولیدی است. در این راستا عدم‌قطعیت‌های بار و ظرفیت سیستم در قالب دو فرایند تصادفی، مدل‌سازی شده است. همچنین دینامیک قیمت بازار و تاثیر متقابل آن روی برنامه‌ریزی توسعه‌ی تولید مورد توجه قرار گرفته است. در [۱۱] از شبکه‌های عصبی پیشرو با بهینه‌سازی آموزش ژنتیکی برای پیش‌بینی قیمت کوتاه‌مدت تراکم گرهی برق در نواحی مختلف یک بازار برق در مقیاس وسیع استفاده شده است.

در این مقاله با رویکردی تحلیلی به بیشینه‌سازی سود با وجود قراردادهای پیش‌فروش در فضای رقابتی صنعت برق می-پردازیم. متغیرهای مساله‌ی بیشینه‌سازی سود با وجود قراردادهای پیش‌فروش شامل تعیین میزان بهینه‌ی قراردادهای پیش‌فروش، شرکت در بازار روزانه و قیمت‌دهی بهینه در این بازار می‌باشد. در هنگام عقد قرارداد توسط شرکت کننده در بازار، پارامتر مهم با در نظر گرفتن آینده‌ی بازار روزانه، تعیین بهینه‌ی

Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.13- No.2 Summer 2016
[Downloaded from jiaeee.com on 2026-10-30]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1395.13.2.12.8]

میزان توان پیش‌فروش می‌باشد. به عبارت دیگر میزان مشارکت در بازار روزانه و قیمت‌دهی بهینه در این بازار به عنوان متغیرهای فرعی مساله می‌باشند که تنها نشان‌دهنده‌ی مقادیر متوسط مشارکت در بازار روزانه می‌باشند.

همچنین در این مقاله با معلوم فرض کردن تابع چگالی احتمال قیمت تسویه‌ی بازار (ρ_m) برای بازه‌ی زمانی مورد مطالعه (مثلا بازه‌ی پیک) فرمولبندی مساله بر مبنای تابع چگالی احتمال و تابع توزیع تجمعی قیمت تسویه‌ی بازار انجام می‌شود. تابع توزیع تجمعی نشان‌دهنده‌ی احتمال پذیرش یا عدم‌پذیرش قیمت پیشنهادی شرکت تولیدی در بازار روزانه می‌باشد.

در ادامه‌ی این مقاله یک شرکت تولیدی که قابلیت شرکت در بازار پیش‌فروش و فروش به بازار روزانه را دارد، با فرض معلوم‌بودن توزیع قیمت تسویه‌ی بازار (ρ_m) در نظر می‌گیریم. فرمولبندی تابع سود برای مناقصه‌ی تمایزی به صورت تحلیلی ارائه می‌شود. پس از فرمولبندی، جهت حل مساله‌ی بهینه‌سازی مورد نظر با استفاده از شرایط کاهن- تاکر به تحلیل و بررسی شرایط مختلف می‌پردازیم. چنین رویکردی به مساله‌ی مورد نظر قادر به ارائه‌ی تصویری روشن از شرایط مختلفی است که در عمل ممکن است رخ دهد و در این مقاله به عنوان رویکردی جدید مطرح می‌گردد.

۲- فرمول‌بندی مساله‌ی مورد مطالعه

قبل از فرمولبندی مساله‌ی مورد مطالعه به معرفی نمادهای مربوطه می‌پردازیم.

ρ : قیمت پیشنهادی شرکت تولیدی (واحد پول بر مگاوات ساعت)

ρ_m: قیمت تسویه‌ی بازار (واحد پول بر مگاوات ساعت)

$\rho_{\underset{sell}{forward}}$: قیمت پیش‌فروش انرژی (واحد پول بر مگاوات ساعت)

$Q_{\underset{sell}{bilateral}}$: میزان پیش‌فروش توان در قرارداد پیش-فروش(مگاوات)

G_{sell}: میزان فروش توان به بازار روزانه (مگاوات)

$C(p)$: تابع هزینه‌ی واحد شرکت تولید انرژی (واحد پول بر ساعت)

$f_{\rho m}(x)$: تابع چگالی احتمال قیمت تسویه‌ی بازار

$F_{\rho m}(x)$: تابع توزیع تجمعی قیمت تسویه‌ی بازار

$Time$: دوره‌ی زمانی مورد مطالعه

B_{Genco} : سود شرکت تولیدی مورد مطالعه (واحد پول)

از آنجا که قیمت انرژی خریداری شده در بازار تمایزی متفاوت با قیمت فروش انرژی می‌باشد، اگر چنانچه شرکت تولیدی قصد مشارکت در مناقصه‌ی تمایزی را داشته باشد مقدار سود برای یک دوره‌ی زمانی مشخص به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$B_{Genco}=\begin{Bmatrix}\rho G' + \rho_{\underset{sell}{forward}} Q_{\underset{sell}{bilateral}} \\ -C(G' + Q_{\underset{sell}{bilateral}})\end{Bmatrix} Time \qquad (۱)$$

در معادله (۱) ترم $\rho G'$ میزان درآمد ناشی از فروش انرژی به بازار روزانه می‌باشد. ترم $\rho_{\underset{sell}{forward}} Q_{\underset{sell}{bilateral}}$ معین‌کننده‌ی میزان درآمد ناشی از فروش انرژی در بازار پیش‌فروش است و در انتها نیز ترم $C(G' + Q_{\underset{sell}{bilateral}})$ مبین میزان هزینه‌ی تولید توان جهت مشارکت در هر دو بازار روزانه و پیش‌فروش است. معمولا در بازارهای انرژی الکتریکی، قراردادهای دوطرفه روی بازه‌های زمانی مشخصی در روز مانند پیک، غیر پیک یا به صورت قرارداد بار پایه تعریف می‌شوند[۱۲]. بنابراین در رابطه‌ی بالا محاسبات بر اساس بازه‌ی زمانی مورد نظر (به عنوان مثال بازه‌ی زمانی پیک) انجام می‌شود و سود شرکت تولید کننده از ضرب دوره زمانی مورد مطالعه ($Time$) در سود بدست آمده در یک ساعت محاسبه می‌شود.

G' نیز به صورت زیر قابل محاسبه است.

$$G' = \begin{cases} G_{sell} & \rho_m \geq \rho \\ 0 & \rho_m < \rho \end{cases} \qquad (۲)$$

متغیر G' مشخص‌کننده‌ی پذیرش یا عدم‌پذیرش پیشنهاد شرکت تولیدی در بازار روزانه می‌باشد که با توجه به رابطه‌ی (۲) تابع ρ و ρ_m می‌باشد. بر اساس رابطه‌ی (۲) به سادگی دیده می‌شود که G' یک متغیر تصادفی است که با احتمال $1-F_{\rho m}(\rho_t)$ (بیشتر بودن قیمت تسویه‌ی بازار از قیمت پیشنهادی شرکت تولیدی)، G_{sell} و با احتمال $F_{\rho m}(\rho_t)$ (کمتر بودن قیمت تسویه‌ی بازار از قیمت پیشنهادی شرکت تولیدی)، صفر می‌شود. با توجه به طبیعت تصادفی B_{Genco} مطابق رابطه‌ی زیر مساله بر اساس بیشینه‌سازی این متغیر فرمولبندی می‌شود.

$$Max\ E(B_{Genco}) = Max(\int_{-\infty}^{\infty} B_{Genco} f_{\rho_m}(x)dx) \qquad (۳)$$

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-10-30]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1395.13.2.12.8]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers Vol13 No.2 Summer 2016

بـا جایگـذاری معادلـه‌ی (۱) در رابطـه‌ی (۳) و اسـتفاده از رابطه‌ی (۲) خواهیم داشت:

$$\underset{G_{sell},Q_{sell}^{bilateral},\rho}{Max}\ E(B_{Genco})=(\int_{\rho}^{\infty}\rho f(\rho_m)d\rho_m)G_{sell} + \rho_{sell}^{forward}Q_{sell}^{bilateral}-C(G_{sell}+Q_{sell}^{bilateral})(\int_{\rho}^{\infty}f(\rho_m)d\rho_m) - C(Q_{sell}^{bilateral})(\int_{0}^{\rho}f(\rho_m)d\rho_m) \quad (۴)$$

با توجه به توزیع قیمت تسویه‌ی بازار می‌توان (۴) را با کمی ساده‌سازی و با استفاده از تعریف تابع توزیع تجمعی قیمت بـازار روزانه به صورت زیر نوشت:

$$\underset{G_{sell},Q_{sell}^{bilateral},\rho}{Max}\ E(B_{Genco})=\rho G_{sell}(1-F_{\rho m}(\rho)) + \rho_{sell}^{forward}Q_{sell}^{bilateral}-C(G_{sell}+Q_{sell}^{bilateral})(1-F_{\rho m}(\rho)) - C(Q_{sell}^{bilateral})(F_{\rho m}(\rho)) \quad (۵)$$

قیود مساله‌ی بهینه سازی فوق به صورت زیر می‌باشد.

$$Q_{sell}^{bilateral}+G_{sell}\le G_{max} \quad (۶)$$

$$Q_{sell}^{bilateral}\ge 0 \quad (۷)$$

$$G_{sell}\ge 0 \quad (۸)$$

قید (۶) مبین این مطلب است کـه بایسـتی مجمـوع میـزان مشارکت توان در بـازار روزانـه و پـیش‌فـروش کمتـر یـا مسـاوی حداکثر توان تولیدی واحد نیروگاهی باشـد. قیـود (۷) و (۸) نیـز مبین این نکته است کـه بایسـتی میـزان پـیش‌فـروش تـوان در قرارداد پیش‌فروش و فروش توان در بـازار روزانـه همـواره مقـدار مثبتی داشته باشد.

۳- بررسی شرایط بهینگی کاهن- تاکر

به منظور حل مساله‌ی بهینه‌سازی مقید فوق که تـابع هـدف آن معادله‌ی (۵) و قیود آن معـادلات (۶)،(۷) و (۸) مـی‌باشـد، ابتـدا تابع لاگرانژ را نوشته و سپس اقدام به حل مساله‌ی بهینـه‌سـازی می‌نماییم.

$$L=-\left\{\begin{array}{l}\rho G_{sell}(1-F_{\rho m}(\rho))+\rho_{sell}^{forward}Q_{sell}^{bilateral}\\ -C(G_{sell}+Q_{sell}^{bilateral})(1-F_{\rho m}(\rho))\\ -C(Q_{sell}^{bilateral})(F_{\rho m}(\rho))+\mu_1(Q_{sell}^{bilateral}+G_{sell}-G_{max})\\ -\mu_2(Q_{sell}^{bilateral})-\mu_3(G_{sell})\end{array}\right\} \quad (۹)$$

بسته به شرایط فعال یا غیر فعال بودن قیود مساله (روابـط ۶- ۸)، ۸ حالت مختلـف مـی‌توانـد رخ دهـد کـه در ادامـه فقـط خلاصه‌ی نتایج ارائه می‌گردد.

حالت اول: $\mu_1=\mu_2=\mu_3=0$

در این حالت هیچ قیدی فعال نمی‌باشـد. ایـن بـدان معنـی اسـت کـه شـرکت در هـر دو بـازار شـرکت مـی‌کنـد، زیـرا $G_{sell}^{*},Q_{sell}^{bilateral^{*}}$ هر دو مقادیر مثبتی اختیار می‌کنند. در عین حال تمامی ظرفیت واحد تولیدی در دو بازار به فروش نمی‌رسـد. مقادیر بهینه‌ی متغیرهای تصمیم‌گیری از روابط زیر بدست مـی-آیند:

$$G_{sell}^{*}=\frac{\rho^{*}-\rho_{sell}^{forward}}{2\alpha F_{\rho m}(\rho^{*})} \quad (۱۰)$$

$$Q_{sell}^{bilateral^{*}}=\frac{\rho^{*}-\beta}{2\alpha}-\frac{\rho^{*}-\rho_{sell}^{forward}}{2\alpha F_{\rho m}(\rho^{*})} \quad (۱۱)$$

$$\rho^{*}=2F_{\rho m}(\rho^{*})\frac{(1-F_{\rho m}(\rho^{*}))}{f_{\rho m}(\rho^{*})}+\rho_{sell}^{forward} \quad (۱۲)$$

در این حالت فقط کافی است ρ^{*} را بدسـت آورده و سـپس $G_{sell}^{*},Q_{sell}^{bilateral^{*}}$ بدسـت مـی‌آینـد. اگـر تـابع هزینـه‌ی واحـد تولیـــــدی را بـــــه صـــــورت تـــــابع درجـــــه دوم $C(G)=\alpha G^2+\beta G+\gamma$ (ریال بر ساعت) در نظر بگیریم آنگـاه بیشینه هزینه‌ی افزایشی واحد را بـا پـارامتر Ic_{max} و بـه صـورت $Ic_{max}=2\alpha G_{max}+\beta$ نمایش می‌دهیم. به منظور برقراری قیـد (۶) با استفاده از جمع روابط (۱۰) و (۱۱) نامساوی زیـر بایسـتی برقرار باشد.

$$\rho^{*}\le Ic_{max} \quad (۱۳)$$

همانطور که مشاهده می‌گردد بـه منظـور برقـراری قیـد (۷) بایستی قیمت پیشنهادی کمتر از بیشینه هزینه‌ی افزایشی واحد باشد.

به طور مشابه به منظور برقراری قید (۸) نیـز نامسـاوی زیـر بدست می‌آید.

$$\rho^{*}\ge\rho_{sell}^{forward} \quad (۱۴)$$

از آنجـا کـه $\rho_{sell}^{forward}\le\rho^{*}\le Ic_{max}$ آنگـاه خـواهیم داشت:

Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.13- No.2 Summer 2016
[Downloaded from jiaeee.com on 2026-10-30]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1395.13.2.12.8]

$$\rho_{sell}^{forward} \le \rho^* \le Ic_{max} \quad (۱۵)$$

به شرط برقراری نامعادله‌ی (۱۵) متغیرهای تصمیم‌گیری مساله‌ی بهینه‌سازی از معادلات (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) بدست می‌آیند.

حالت دوم: $\mu_1 > 0, \mu_2 = \mu_3 = 0$

در این حالت قید (۶) فعال است. این بدین معنی است که شرکت تمامی ظرفیت یا انرژی قابل تولید خود را می‌تواند به دو بازار بفروشد. $\rho^*, G_{sell}^*, Q_{sell}^{bilateral^*}$ در این حالت به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$G_{sell}^* = \frac{\rho^*(1-F_{\rho m}(\rho^*)) - \rho_{sell}^{forward} + Ic_{max}F_{\rho m}(\rho^*)}{2\alpha F_{\rho m}(\rho^*)} \quad (۱۶)$$

$$Q_{sell}^{bilateral^*} = \frac{\rho^* - \beta}{2\alpha} - \frac{\rho^* - \rho_{sell}^{forward}}{2\alpha F_{\rho m}(\rho^*)} \quad (۱۷)$$

$$\rho^* = \left(\frac{1}{1+F_{\rho m}(\rho^*)}\right)\{2F_{\rho m}(\rho^*)\frac{(1-F_{\rho m}(\rho^*))}{f_{\rho m}(\rho^*)} + \rho_{sell}^{forward} + Ic_{max}F_{\rho m}(\rho^*)\} \quad (۱۸)$$

با بررسی جمله‌ی $\mu_1^* > 0$ خواهیم داشت:

$$\rho^* > Ic_{max} \quad (۱۹)$$

در بررسی شرایط قیود (۷) و (۸) به ترتیب خواهیم داشت:

$$\rho^*(1-F_{\rho m}(\rho^*)) < \rho_{sell}^{forward} - \beta F_{\rho m}(\rho^*) \quad (۲۰)$$

$$\rho_{sell}^{forward} < Ic_{max} \quad (۲۱)$$

با توجه به معادلات (۱۹) و (۲۱) می‌توان نتیجه گرفت:

$$\rho_{sell}^{forward} < \rho^* \quad (۲۲)$$

به شرط برقراری نامعادلات (۱۹) و (۲۱) متغیرهای تصمیم‌گیری مساله بهینه‌سازی از معادلات (۱۶)، (۱۷) و (۱۸) بدست می‌آیند.

حالت سوم: $\mu_1 > 0, \mu_2 > 0, \mu_3 = 0$

در این حالت قیود (۶) و (۷) فعال است. بدین معنی که واحد در بازار پیش‌فروش شرکت نکرده و به علت فعال بودن قید (۶) فروشی برابر بیشینه‌ی توان تولیدی خود در بازار روزانه خواهد داشت.

$$G_{sell}^* = G_{max} \quad (۲۳)$$

$$Q_{sell}^{bilateral^*} = 0 \quad (۲۴)$$

با بررسی جمله‌ی $\mu_1^* > 0$ نیز خواهیم داشت:

$$\rho^* > Ic_{max} \quad (۲۵)$$

در این حالت یکی از شروطی که به شرط برقراری آن واحد بیشینه توان خود را در بازار روزانه می‌فروشد نامساوی (۲۵) (قیمت پیشنهادی بزرگتر از بیشینه هزینه‌ی افزایشی واحد) می‌باشد.

حالت چهارم: $\mu_1 > 0, \mu_2 = 0, \mu_3 > 0$

در این حالت قیود (۶) و (۸) فعال است بدین معنی که، حاصل‌جمع توان پیش‌فروش و فروخته شده به بازار روزانه برابر بیشینه توان تولیدی واحد می‌باشد. همچنین فعال بودن قید (۸) بیان‌کننده‌ی عدم حضور شرکت تولیدی در بازار روزانه است، در نتیجه میزان پیش‌فروش واحد برابر بیشینه توان تولیدی واحد می‌باشد.

$$G_{sell}^* = 0 \quad (۲۶)$$

$$Q_{sell}^{bilateral^*} = G_{max} \quad (۲۷)$$

با بررسی جمله $\mu_1^* > 0$ خواهیم داشت:

$$\rho_{sell}^{forward} > Ic_{max} \quad (۲۸)$$

در این حالت یکی از شروطی که به شرط برقراری آن واحد بیشینه توان خود را پیش‌فروش می‌کند و در بازار روزانه شرکت نمی‌کند، نامساوی (۲۸) (قیمت پیش‌فروش بزرگتر از بیشینه هزینه‌ی افزایشی واحد) می‌باشد.

حالت پنجم: $\mu_1 = 0, \mu_2 > 0, \mu_3 = 0$

در این شرایط قید (۷) فعال است. در این حالت میزان پیش‌فروش توان صفر خواهد بود و به علت غیر فعال بودن قید (۶) میزان فروش به بازار روزانه نیز کمتر از بیشینه توان تولیدی واحد می‌باشد. در بررسی شرایط برقراری قیود (۶) و (۸) به ترتیب خواهیم داشت:

$$\rho^* \le Ic_{max} \quad (۲۹)$$

$$\rho^* \le \beta \quad (۳۰)$$

از آنجا که $Ic_{max} = 2\alpha G_{max} + \beta$ در نتیجه نامعادله‌ی (۳۰) یکی از شروطی است که به ازای برآورده شدن آن

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-10-30]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1395.13.2.12.8]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers Vol13 No.2 Summer 2016

میزان پیش‌فروش توان صفر خواهد بود و میـزان فـروش بـه بازار روزانه نیز کمتر از بیشینه توان تولیدی واحد می‌باشد.

حالت ششم: $\mu_1 = 0, \mu_2 = 0, \mu_3 > 0$

در این حالت تنها قید (۸) فعـال اسـت. میـزان فـروش توان به بازار روزانه صفر خواهد بود و به علت غیر فعال بودن قید (۶) میزان پیش‌فروش توان نیـز کمتـر از بیشـینه تـوان تولیدی واحد می‌باشـد. در ایـن حالـت بـا بررسـی جملـه‌ی $\mu_3^* > 0$ خواهیم داشت:

$$\rho_{sell}^{forward} > \rho^* \qquad (۳۱)$$

در دو حالـــت باقیمانـــده $\mu_1 = 0, \mu_2 > 0, \mu_3 > 0$ و $\mu_1 > 0, \mu_2 > 0, \mu_3 > 0$ نیز قیود مساله سـازگار نیسـتند و نیازی به بررسی نمی‌باشد.

۴- بررسی عددی رویکرد تحلیلی در تعیین میزان بهینه‌ی پیش‌فروش

در این بخش به بررسی عددی مساله مـورد مطالعـه بـرای یـک شرکت تولید کننده‌ی انرژی با ظرفیت تولیـد ۱۵۰ مگـاوات مـی-پردازیم. بدین‌ترتیب به کمک روش تحلیلی ارائه شـده مـی‌تـوان تاثیر کمیتهای مختلف مانند تابع هزینه و قیمت پیش‌فروش را بر میزان بهینه‌ی قراردادهای پیش‌فروش شده و متوسـط مشـارکت در بازار روزانـه مشـاهده کـرد. از آنجـایی کـه اسـتراتژی فـروش شرکت به مشخصات تابع هزینه‌ی آن وابسته است، مساله در سه حالت با توابع هزینه‌ای متفاوت مورد مطالعه قرار می‌گیرد. فـرض بر این است که قیمت تسویه‌ی بازار در بازه‌ی زمانی مورد مطالعه دارای توزیـــع نرمـــال لگـــاریتمی[۱۰] بـــا پارامترهـــای μ =۱۰/۶۳۵۲ و σ =۰/۰۷۲۱ می‌باشد[۱].

۴-۱- مطالعه‌ی موردی یک

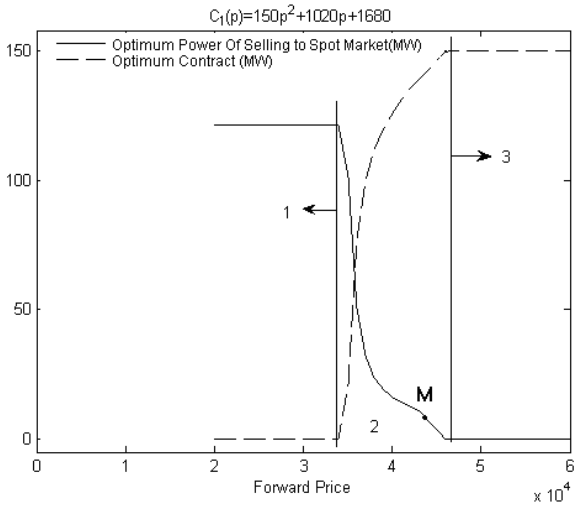
فرض کنید شرکت مـورد مطالعـه دارای واحـد تولیـدی بـا تـابع هزینه‌ی زیر باشد.

$$C_1(p) = 150p^2 + 1020p + 1680 \qquad (۳۲)$$

شکل (۱) میزان بهینه‌ی پیش‌فروش توان و فروش تـوان بـه بازار روزانه را بر حسب قیمت پیش‌فـروش ($\rho_{sell}^{forward}$) در بـازه‌ی ۲۰۰۰۰ تا ۶۵۰۰۰ ریال بر مگاوات‌ساعت نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌گردد، در ناحیه‌ی ۱ پیش‌فروشی نخواهیم داشـت و میزان متوسط فروش بـه بـازار روزانـه کمتـر از بیشـینه تـوان تولیدی واحد می‌باشد، در این شرایط حالت پنجم برقرار است.

در ناحیه ۲ با افزایش $\rho_{sell}^{forward}$ ، میـزان بهینـه‌ی فـروش از طریق عقد قرارداد پیش‌فروش به صورت غیر خطی افزایش و بـه طور همزمان میزان متوسط فروش به بازار روزانه کاهش می‌یابـد. این ناحیه به دو قسمت تقسیم می‌شود، ناحیه‌ی قبل از نقطه M و ناحیـه‌ی بعـد از نقطـه‌ی M. در ناحیـه‌ی قبـل از نقطـه‌ی M شرایط حالت اول برقرار است زیرا، فروش به هـر دو بـازار وجـود دارد اما حاصل‌جمع فروش به هر دو بازار از بیشینه توان تولیـدی واحد کمتر است. در ناحیه‌ی بعـد از نقطـه‌ی M حالـت دوم رخ می‌دهد زیرا فروش به هر دو بازار وجود دارد و حاصل‌جمع فروش به هر دو بازار برابر بیشینه توان تولیدی واحد می‌باشد.

در ناحیه‌ی ۳ با توجه به اینکه میـزان پـیش‌فـروش انـرژی برابر بیشینه توان تولیدی واحد و متوسط فروش بـه بـازار روزانـه صفر می‌باشد، شرایط حالت چهارم برقرار می‌باشد.



شکل (۱): منحنی پیش‌فروش و فروش به بازار روزانه برای قیمت‌های مختلف پیش‌فروش واحد تولیدی با تابع هزینه‌ی $C_1(p)$

۴-۲- مطالعه‌ی موردی دو

در این قسمت با فرض افـزایش هزینـه‌ی تولیـد، واحـد تولیـدی دارای تابع هزینه‌ی زیر می‌باشد.

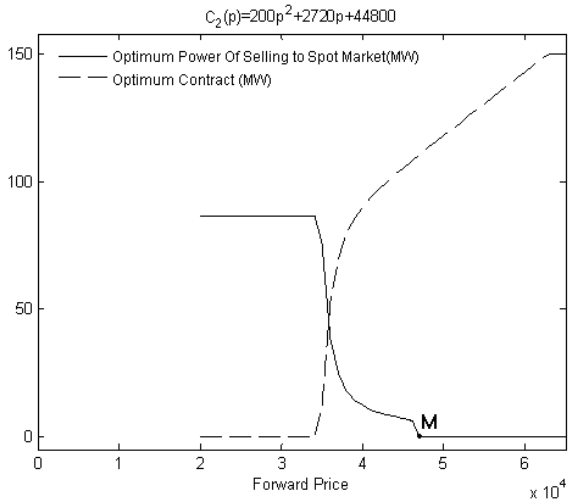
$$C_2(p) = 200p^2 + 2720p + 44800 \qquad (۳۳)$$

شکل (۲) نتایج حل مساله‌ی مورد نظر را بـا توجـه بـه تـابع هزینه‌ی جدید نشان می‌دهد. تنها تغییر اساسی نسبت به حالـت قبل در ناحیه‌ی دوم و بعد از نقطه‌ی M اتفاق می‌افتد که شرایط حالت ششم برقرار است زیرا فروش به بازار روزانه صـفر و میـزان پیش‌فروش کمتر از بیشینه توان تولیدی واحد می‌باشد. علاوه بـر این، شیب افزایش میزان فروش به بازار پیش‌فروش در مقایسه بـا

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-10-30]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1395.13.2.12.8]

شکل(۱) کمتر است بطوری‌که عرض ناحیه‌ی دوم برای تابع هزینه‌ی گران‌تر افزایش می‌یابد.



شکل (۲): منحنی پیش‌فروش و فروش به بازار روزانه برای قیمت‌های مختلف پیش‌فروش واحد تولیدی با تابع هزینه‌ی $C_2(p)$

۳-۴- مطالعه موردی سه

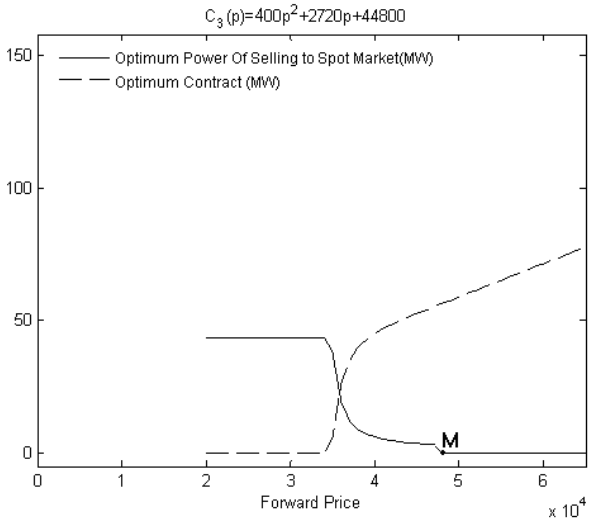
فرض کنیم شرکت مورد مطالعه در این قسمت دارای واحد تولیدی با تابع هزینه‌ی زیر باشد.

$$C_3(p) = 400p^2 + 2720p + 44800 \qquad (۳۴)$$

این واحد در مقایسه با دو واحد معرفی شده در زیر بخش‌های قبل واحد گران‌تری است. تمام موارد مورد بحث برای این واحد همانند قسمت (۲-۴) می‌باشد با این تفاوت که دیگر به علت گرانی این واحد ($Ic_{max} > ۶۵۰۰۰$) ناحیه‌ی سومی وجود ندارد. به شکل (۳) توجه کنید.

۵- تاثیر افزایش عدم‌قطعیتها بر منحنی پیش-فروش انرژی

افزایش واریانس یک توزیع یا یک جامعه آماری را می‌توان هم‌ارز با افزایش عدم‌قطعیت دانست، زیرا دامنه‌ی متغیر تصادفی بزرگتر می‌شود و احتمال رخداد حالتهای متفاوتی برای آن وجود دارد. در این قسمت می‌خواهیم با ثابت نگهداشتن متوسط توزیع قیمت بازار روزانه و افزایش واریانس این توزیع تاثیر افزایش عدم‌قطعیت را بر منحنی پیش‌فروش انرژی مورد ارزیابی قرار دهیم.



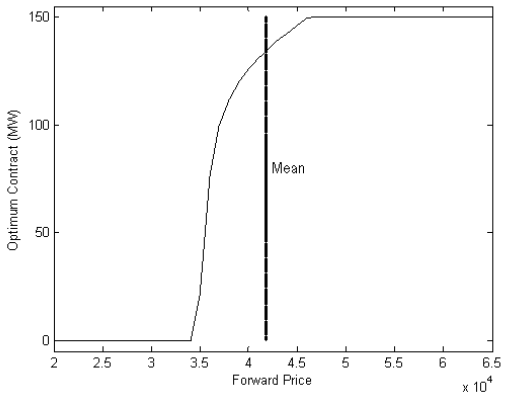
شکل (۳): منحنی پیش‌فروش و فروش به بازار روزانه برای قیمتهای مختلف پیش‌فروش واحد تولیدی با تابع هزینه‌ی $C_3(p)$

همان‌طور که می‌دانیم، امید ریاضی و واریانس متغیرهای تصادفی که دارای توزیع نرمال‌لگاریتمی می‌باشند (در بخش ۴ فرض کردیم که قیمت تسویه‌ی بازار دارای توزیع نرمال لگاریتمی می‌باشد) از روابط زیر به دست می‌آید:

$$E(X) = e^{\mu+\sigma^2/2} \qquad (۳۵)$$

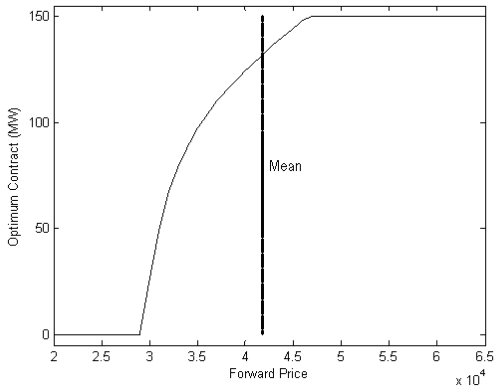
$$var(X) = (e^{\sigma^2} - 1)e^{2\mu+\sigma^2} \qquad (۳۶)$$

با توجه به روابط فوق، اگر بخواهیم متوسط قیمت بازار ($E(X)$) ثابت بماند بایستی $\sigma^2 = 2(ln(E(X)) - \mu)$ باشد. در این صورت با تغییر μ واریانس تغییر کرده در حالیکه متوسط قیمت ثابت است. با در نظر گرفتن مشخصات واحد تولیدی با تابع هزینه‌ی (۳۲) دوباره به حل مساله مورد نظر می‌پردازیم. شکل (۴) با واریانس 9.0547×10^6 را به عنوان مبنا در نظر می‌گیریم. به شکلهای (۵) و (۶) توجه نمایید:

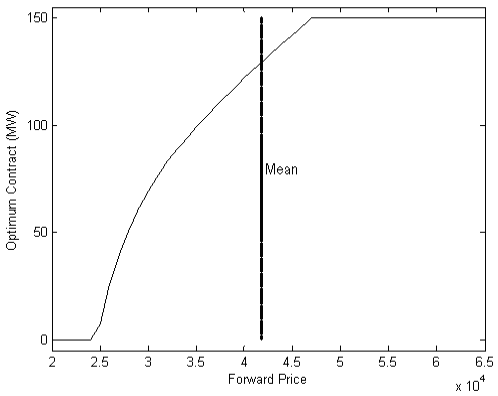


شکل (۴): منحنی پیش‌فروش برای واریانس ۹/۰۵۴۷e۶

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-10-30]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1395.13.2.12.8]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers Vol13 No.2 Summer 2016



شکل (۵): منحنی پیش‌فروش برای ۳/۹٪ افزایش واریانس



شکل (۶): منحنی پیش‌فروش برای ۱۲٪ افزایش واریانس

همان‌طور که در شکلهای (۵) و (۶) مشاهده می‌گردد، با افزایش عدم‌قطعیت (واریانس توزیع قیمت بازار) نقطه‌ی شروع پیش‌فروش انرژی از قیمت پایین‌تری شروع می‌شود و شیب منحنی پیش‌فروش نیز کمتر می‌شود. این بدان معنی است که افزایش عدم‌قطعیت سبب شده است پیش‌فروش انرژی از قیمتهای پیش‌فروش کمتری شروع شود. به عبارت دیگر با افزایش عدم‌قطعیت، شرکت تولیدی ترجیح می‌دهد به دلیل تغییرات وسیع در قیمت بازار روزانه، حجم بیشتری از فروش خود را به بازار پیش‌فروش اختصاص دهد.

به طور کلی ابزار تحلیلی ارائه شده در این مقاله می‌تواند جهت بررسی و تحلیل پارامترهای مختلف تاثیرگذار مورد استفاده قرار گیرد و برای شرایط دیگر حاکم بر بازار تعمیم یابد.

۶- نتیجه‌گیری

در راستای فروش بهینه‌ی انرژی در بازارهای روزانه و پیش‌فروش مبتنی بر قراردادهای دوجانبه، در این مقاله:

- مدلسازی عدم‌قطعیت‌ها به روش تحلیلی صورت گرفته و در ادامه‌ی این رویکرد مساله‌ی بهینه‌سازی سود شرکت تولیدی در مناقصه‌ی تمایزی در قالب یک مساله‌ی بهینه‌سازی مقید تصادفی به منظور بیشینه‌سازی امید ریاضی سود شرکت مورد نظر ارائه گردید.
- روش لاگرانژ در حل مسائل بهینه‌سازی مقید و بر مبنای تحلیل شرایط کاهن- تاکر جهت حل مساله انتخاب گردید و همچنین تجزیه و تحلیل شرایط مختلف فعال و یا غیر فعال بودن قیود مساله به صورت ریاضی انجام گردید که نتایج آن بیان کننده‌ی صحت روش و مدل ریاضی آن می‌باشد.
- بررسی عددی حل مساله در فضای مناقصه‌ی تمایزی از دیدگاه یک شرکت تولیدکننده بر مبنای رویکرد تحلیلی ارائه شده در این مقاله صورت پذیرفت و تاثیر ضرائب تابع هزینه‌ی واحدهای تولید شرکت مورد نظر، قیمت برق در بازار پیش‌فروش و همچنین عدم‌قطعیت در بازار روزانه بر استراتژی بهینه‌ی فروش انرژی به دو بازار نیز به صورت عددی مورد بررسی و تجزیه و تحلیل قرار گرفت. همانطور که ملاحظه گردید افزایش عدم‌قطعیت سبب می‌شود پیش-فروش انرژی از قیمتهای پیش‌فروش کمتری شروع شود.
- با توجه به جهت‌گیریهای بازار برق ایران و فراهم شدن فضا برای مبادله‌ی قراردادهای دو جانبه، مساله‌ی مورد مطالعه در این مقاله از حیث کاربردی نیز مساله‌ی با اهمیتی می-باشد و با رویکردهای مطرح شده می‌تواند در حل مسائل واقعی صنعت برق به خدمت گرفته شود.

مراجع

[1] Golmakani M., Rajabi Mashhadi H., "Optimal Management of Bilateral Forward Contracts in Iran Power Market Using Multiple Scenarios Analysis", 21st Power System Conference (PSC), 13-15 Nov, 2006, Tehran, Iran.

[2] Golmakani M., Rajabi Mashhadi H., "Mid-Term Power Planning of Distribution Companies in Iran's Competitive Electricity Market", 22nd Power System Conference (PSC), 19-21 Nov, 2007, Tehran, Iran.

[3] Shrestha GB., Pokharel BK., Lie TT. , Fleten S. E., "Medium Term Power Planning With Bilateral Contracts", accepted for publication in IEEE transaction on power systems, 2004.

[4] Wen F., David A. K., "Optimal Bidding Strategies and Modeling of Imperfect Information among Competitive Generators", IEEE Transactions on Power Systems, Vol.16, No.1, pp.15-21, February 2001.

[5] Sadeh J., Rajabi Mashhadi H. , Latifi M. A.," Optimal Supply Bidding with Risk Management in an Electricity Pay-As-Bid Auction", European Transactions on Electrical Power Euro.Trans. Electr. pp. 39–55, 2009.

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-10-30]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1395.13.2.12.8]

[6] Magdalena W, Agnieaka W, “Optimal Bidding Strategies on the Power Market Based on the Stochastic Models”, Wroclaw, Poland, 2010.
[7] Xiaohong Guan, Jiang Wu, Feng Gao, Guoji Sun, " Optimization-Based Generation Asset Allocation for Forward and Spot Markets", IEEE Transactions on Power Systems (Volume:23 , Issue: 4)PP. 1796 - 1808 , 28 October 2008.
[8] Giacometti, R. Vespucci M.T., Bertocchi M. "A Multi-Stage Stochastic Electricity Portfolio Model with Forwards Contracts", IEEE Conference, PP. 1-4, 24-26 Aug. 2010.
[9] Barrientos.J, Tobon.D, Villada.F, Villada.E, "Opportunities for seasonal forward contracts in the Colombian electricity market", PES IEEE Conference PP. 1-5, 10-13 Sept. 2014.
[۱۰] سعید رضا گلدانی، حبیب رجبی مشهدی، رضا قاضی، " ارائه‌ی یک مدل تحلیلی برای برنامه‌ریزی توسعه‌ی تولید در محیط رقابتی بر مبنای تعادل دینامیکی عرضه و تقاضای انرژی" نشریه‌ی انجمن مهندسین برق و الکترونیک ایران، سال هشتم، شماره‌ی اول، بهار و تابستان ۱۳۹۰
[۱۱] رحمت الله هوشمند، مجید معظمی، " پیش‌بینی کوتاه‌مدت قیمت تراکم گرهی در یک سیستم قدرت بزرگ تجدید ساختار یافته با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی با بهینه‌سازی آموزش ژنتیکی" نشریه‌ی انجمن مهندسین برق و الکترونیک ایران، سال یازدهم، شماره‌ی اول، بهار و تابستان ۱۳۹۳
[12] Rajabi Mashhadi H. et al, “Transaction Evaluation and Unit Commitment in a Bilateral Electricity Market Using Genetic Algorithm”, European Transaction for Electrical Power (ETEP), Vol. 11, No. 5, Sept/ Oct 2001.

[1] Stochastic
[2] Pay-as-Bid
[3] Kuhn-Tucker
[4] MCP
[5] Kolmogrov _Smirnov
[6] Bilateral Contract
[7] Forward Contract
[8] Optional Contract
[9] Double Dynamic Programming Method
[10] Lognormal Distribution

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-10-30]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1395.13.2.12.8]