آموزش منیفلد با استفاده از تشکیل گراف منیفلدِ مبتنی بر بازنمایی تنک

رسول حاجی‌زاده[1] علی آقاگل‌زاده[2] مهدی ازوجی[3]

۱- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل– بابل
r.hajizadeh@stu.nit.ac.ir

۲- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل – بابل
aghagol@nit.ac.ir

۳- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل - بابل
m.ezoji@nit.ac.ir

چکیده:در این مقاله،یک روش آموزش منیفلدِ مبتنی بر بازنمایی تنک معرفیمی‌شود.تشکیل گراف منیفلد در فضای با ابعاد بالا، مهمترین مرحله در روش‌های آموزش منیفلد، جهت استخراج داده‌ها در فضایبا ابعاد پایین است که عموماً به دو دسته محلی و سراسری تقسیم می‌گردند. گراف منیفلد پیشنهادی، به استخراج هم‌زمان ویژگی‌های محلی و سراسری می‌پردازد. پس از تشکیل گراف منیفلدِ مبتنی بر بازنمایی تنک،دو روش خطی و غیرخطی جهت استخراج داده‌های تعبیه شده در منیفلد، معرفیمی شوند. روش پیشنهادی، با روش‌های متداول آموزش منیفلد، مانند LLE، LEM، LPP و PCA، مقایسه و ارزیابی شده است. ارزیابی‌های انجام شده بر روی دو پایگاه داده‌های حروف و ارقام دست‌نویس فارسیHODA و IFHCDB، بیان‌گر کارایی بهتر روش پیشنهادی، مبتنی بر معیار نرخ تشخیص درست بوده و نرخ تشخیص درست۹۱/۸۹ و ۹۳/۸۹، به ترتیب برای پایگاه داده‌هایHODA و IFHCDB به دست آمده است. در ادامه، جهت کاهش پیچیدگی محاسباتی روش پیشنهادی، شکل تغییر یافته آن نیز معرفی گردیده است، که نتایج آن بر روی پایگاه داده HODA، نشان‌دهنده‌ی کارایی مناسب آن بوده و پیچیدگی محاسباتیرا تا حدود ۶ برابر کاهش داده است.

کلمات کلیدی: آموزش منیفلد، بازنمایی تنک، کاهش ابعاد، بازشناسی حروف و ارقام دست‌نویس فارسی

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۶/۳/۲۸

تاریخ پذیرش مشروط مقاله: ۱۳۹۶/۵/۲۷

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۷/۵

نام نویسنده‌ی مسئول: دکتر علی آقاگل‌زاده

نشانی نویسنده‌ی مسئول: ایران – مازندران– بابل– دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل– دانشکده‌ی برق و کامپیوتر

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.8.8]

Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.15- No.2-Summer 2018

۱- مقدمه

امروزه، پردازش تصویر و شناسایی الگو، در کاربردهای فراوانی، مانند بازشناسایی افراد مبتنی بر تصویر چهره، بازشناسایی حروف و ارقام دست‌نویس، ادغام تصاویر پزشکی، خوشه‌بندی، مورد توجه بوده و تاثیر به سزایی داشته‌اند [۱-۳]. بیشتر داده‌ها در کاربردهای پردازش تصویر و یا دیگر حوزه‌ها، در فضایی با ابعاد بالا اندازه‌گیری و نمایش داده می‌شوند. امّا، بیشتر این داده‌ها، از ابعاد ذاتی پایین‌تری برخوردار بوده و می‌توان آنها را در فضایی با ابعاد بسیار پایین‌تر، به گونه‌ای که کمترین مقدار اطلاعات از دست برود، بازنمایی نمود.

آموزش منیفلد، ابزاری است که در بازنمایی داده‌های با ابعاد بالا، در فضایی با ابعاد پایین در بسیاری از کاربردها مورد استفاده قرار می‌گیرد. در واقع، آموزش منیفلد، نگاشتی از فضای اندازه‌گیری با ابعاد بالا، به فضای بازنمایی با ابعاد پایین است که بیشترین اطلاعات ساختاری منیفلد داده‌ها را از فضای با ابعاد بالا به فضای با ابعاد پایین انتقال می‌دهد. از جمله مزایای به کارگیری آموزش منیفلد و یا دیگر روش‌های کاهش ابعاد، می‌توان به نیاز به حافظه کمتر جهت ذخیره‌سازی داده‌ها، کاهش پیچیدگی محاسباتی و افزایش سرعت پردازش اشاره نمود.

روش‌های آموزش منیفلد، در کاربردهای فراوانی مانند نمایش داده‌ها، دسته‌بندی داده‌ها و حذف نویز به کار گرفته شده‌اند. از آموزش منیفلد، دربازنمایی، بهینه‌سازی و تحلیل مساله‌های مهندسی مکانیک استفاده شده است [۴]. با تعریف منیفلد مبتنی بر شکل ظاهری اجسام، از آموزش منیفلد، به بازنمایی ساختار ظاهری اشیای پیچیده، درفضایی با ابعاد پایین پرداخته شده است [۴]. یکی دیگرازکاربردهای آموزش منیفلد، بازشناسی و طبقه‌بندی افراد، بر اساس تصویر چهره آنها است. روش‌های مبتنی بر آموزش منیفلد LPP[۱] [۷] و OLPP[۲]،کهروش‌های آموزش منیفلدخطی هستند، جهت بازشناسی و طبقه‌بندی افراد بر حسب تصویر چهره آنها معرفی گردیده‌اند [۵ و۶]. همچنین، روش توسعه یافته‌ای مبتنی بر LPP و تعریف ماتریس فاصله، جهت تشخیص و بازشناسی افراد با استفاده از تصویر چهره، معرفی شده است [۸]. لوکاره[۳]و همکاران با استفاده از آموزش منیفلد، به تشخیص انحنای ردپاها و استخراج آن پرداخته و در شناسایی و تفکیک حیوانات گوناگون از آموزش منیفلد بهره برده است [۹]. یک روش آموزش نیمه نظارتی[۴]، جهت دسته‌بندی تصاویر ابَرطیفی[۵]، با استفاده از روش‌های آموزش منیفلد محلی معرفی شده است [۱۰]. جهت تشکیل گراف ارتباطی میان داده‌ها، از دو روش آموزش منیفلد محلی LLE[۶] [۱۱] و LTSA[۷] [۱۲] استفاده می‌نماید، کهگامی مهم در روش‌های آموزش نیمه نظارتی است [۱۰]. عموماً، روش‌های آموزش منیفلد، با استخراج ویژگی‌های ساختاری منیفلد و تشکیل گرافی از منیفلد داده‌ها در فضای نمایش با ابعاد بالا، به دنبال بازنمایی داده‌ها در فضایی با ابعاد پایین (و یا ابعاد ذاتی داده‌ها) هستند.

گراف منیفلد در فضای با ابعاد بالا می‌تواند به صورت محلی و یا سراسری تشکیل گردد. در گراف منیفلد محلی، هر داده، تنها به داده‌های همسایگی خود مرتبط است و ضرایبِ میزان وابستگی میان هر داده و همسایه‌های آن، در روش‌های گوناگون، با استفاده از توابع مبتنی بر فاصله متفاوتی، محاسبه می‌شوند. در تشکیل گراف منیفلد محلی، هر داده با داده‌های خارج از همسایگی خود در ارتباط مستقیم نبوده و ضریب مابین آنها برابر با صفر است. اما با توجه به این‌که هر داده به همسایه‌های خود متصل است، ساختار منیفلد یکپارچه‌ای به‌دست می‌آید. در گراف منیفلد محلی، ویژگی‌های محلیِ ساختار منیفلد، متناسب با ضرایب و داده‌های متصل به یکدیگر استخراج می‌شوند. به روش‌های آموزش منیفلدِ مبتنی بر گراف منیفلد محلی، روش‌های آموزش منیفلد محلی گفته شده و ماتریس گراف محلی حاصل را ماتریس گراف همسایگی می‌نامند. روش‌های آموزش منیفلد محلی، بر اساس حفظ ویژگی‌های ساختاری محلی حاصله از داده‌های منیفلد در فضای با ابعاد بالا، به استخراج داده‌ها در فضای با ابعاد پایین می‌پردازند. روش‌های آموزش منیفلد محلی، تنها به ساختار محلی توجه داشته و در بازنمایی داده‌هایی که ساختار غیرخطی دارند، از عمل‌کرد بهتری برخوردارند. از جمله روش‌های محلی می‌توان به روش‌های LLE، LEM[۸] [۱۳]، LTSA، LPP، SNE[۹] [۱۴] و HLLE[۱۰] [۱۵] اشاره نمود.

روش‌های آموزش منیفلد مبتنی بر گراف منیفلد سراسری را نیز روش‌های آموزش منیفلد سراسری می‌نامند. در تشکیل گراف منیفلد سراسری، بر خلاف گراف منیفلد محلی، هر داده با تمامی داده‌ها در ارتباط بوده و ضرایب میان هر داده با دیگر داده‌ها، متناسب با تابع به کارگرفته شده، تعیین می‌شوند. گراف منیفلد حاصل به استخراج ویژگی‌های ساختاری منیفلد پرداخته و روش‌های آموزش منیفلد سراسری، مبتنی بر حفظ این ساختار، به استخراج داده‌های تعبیه شده در فضای با ابعاد پایین می‌پردازند. روش‌های آموزش منیفلد سراسری، در استخراج منیفلد داده‌هایی که ساختاری خطی دارند، از عمل‌کرد بهتری برخوردار هستند. MDS[۱۱] [۱۶]، MVU[۱۲] [۱۷]، Isomap [۱۸] و PCA[۱۳] [۱۹]، از جمله روش‌های آموزش منیفلد سراسری هستند. لازم به ذکر است که روش‌های آموزش منیفلد را می‌توان از نظر خطی و یا غیرخطی بودن، نظارتی و یا غیر نظارتی بودن نیز به گروه‌های گوناگونی دسته‌بندی نمود.

افزون بر اهمیت چگونگی تشکیل گراف منیفلد در استخراج ویژگی‌های ساختاری منیفلد، بیان هر چه تنک‌تر هر داده در گراف نیز، می‌تواند مفید باشد [۱۰]. بازنمایی تنک در کاربردهای فراوانی مورد توجه قرار گرفته است. به عنوان مثال، از مدل‌سازی تنک، جهت کاهش پیچیدگی محاسباتی و ایجاد فضایی برای جهت‌یابی گوینده‌ها استفاده می‌شود [۲۰]. روش‌های آموزش منیفلد محلی، از ساختار گراف منیفلد تنکی برخوردار هستند، اما توجهی به ویژگی‌های سراسری منیفلد ندارند. همچنین، برخی از داده‌های موجود در

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.8.8]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.15- No.2- Summer 2018

همسایگی هر داده، از نظر اطلاعات ساختاری تکراری بوده و چندان در استخراج داده‌های تعبیه شده، مفید نخواهند بود. گراف منیفلد سراسری، در استخراج ویژگی‌های محلی کارایی ضعیف‌تری دارد و همچنین، از ساختاری تنک برخوردار نیست.

در این مقاله، روش آموزش منیفلدی مبتنی بر بازنمایی تنک و الگوریتم ردگیری تطبیقی متعامد[۱۴] (OMP)، جهت بازشناسی حروف و ارقام دست‌نویس فارسی معرفی می‌شود. در روش پیشنهادی، ویژگی‌های ساختاری محلی و سراسری منیفلد، به طور همزمان مورد توجه قرار گرفته و گرافی تنک از منیفلد داده‌ها مبتنی بر الگوریتم ردگیری تطبیقی متعامد، تشکیل می‌گردد. سپس با بهره‌گیری از گراف منیفلد بهدست آمده، طی دو تابع کمینه‌سازی پیشنهادی متفاوت، به صورت خطی و غیرخطی، داده‌های تعبیه شده، در فضای با ابعاد پایین محاسبه و بازنمایی می‌شوند. همچنین یکی از ضعف‌های روش‌های آموزش منیفلد غیرخطی، نگاشت داده‌های جدید یا آزمون به فضای با ابعاد پایین است، که عموماً در کاربردهای بازشناسی با آن روبه‌رو می‌شویم. در این مقاله، الگوریتمی جهت نگاشت داده‌های جدید یا آزمون از فضای با ابعاد بالا به فضای با ابعاد پایین، برای روش آموزش منیفلد پیشنهادی، معرفی خواهد شد. نتایج به‌دست آمده، بیانگر کارایی مناسب روش پیشنهادی است. بنابراین، نوآوری‌های موجود در مقاله، به صورت زیر قابل بیان است:

- استخراج توام ویژگی‌های محلی و سراسری گراف منیفلد،
- ترکیب مفاهیم تنک بودن و آموزش منیفلد،
- ارائه روشی جهت محاسبه داده‌های آزمون.

در ادامه، دربخش دو مبهم معرفی روش‌های آموزش منیفلد متداول و پرکاربردLLE، LEM، LPP، PCA، که ساختاری شبیه به روش پیشنهادی در این مقاله دارند، و الگوریتمOMP می‌پردازیم. سپس در بخش سوم، روش آموزش منیفلد پیشنهادی و الگوریتم نحوه نگاشت داده جدید و یا داده آزمون، معرفی خواهند شد. نتایج شبیه‌سازی‌ها و مقایسه‌های صورت گرفته، در بخش چهارم مقالهارائه می‌شوند. در پایان نیز، به کنکاش، نتیجه‌گیری و جمع‌بندی پرداخته می‌شود.

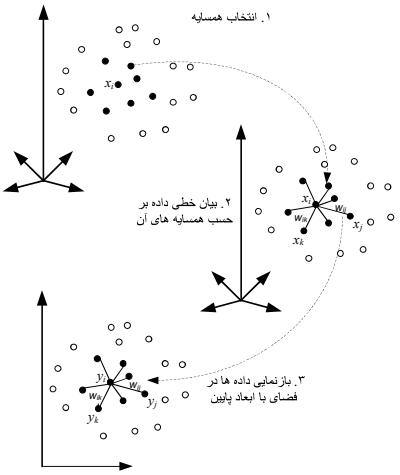
۲- روش‌های آموزش منیفلد LLE، LEM، LPP، PCA و الگوریتم OMP

با فرض x_i، داده‌ای در فضای نمایشی با ابعاد بالا، دسته داده‌های $X=\{x_1,x_2,...,x_N\}\in R^{D*N}$ بیانگر N داده در فضای با ابعاد D است. روش‌های آموزش منیفلد به دنبال بازنمایی این دسته داده‌ها در فضایی با ابعاد پایین‌تر (d) است که بسیار کوچکتر از ابعاد داده‌ها در فضای نمایش اولیه است؛ یعنی $d \ll D$. با فرض y_i به عنوان داده‌ای در فضای با ابعاد پایین d، دسته داده‌های متناظر در فضای با ابعاد پایین به صورت $Y=\{y_1,y_2,...,y_N\}\in R^{d*N}$ قابل بیان است. به این ترتیب، آموزش منیفلد، فرآیندی است که به محاسبه Y با استفاده از X می‌پردازد ($X\in R^{D*N} \xrightarrow{\text{منیفلدآموزش}} Y\in R^{d*N}$) به گونه‌ای که منیفلد حاصل از Y در فضای با ابعاد پایین، بیشترین تشابه را با منیفلد حاصل از X در فضای با ابعاد بالا، دارا است.

در ادامه، ابتدا روش‌های آموزش منیفلد محلیLLE، LEM، LPP و آموزش منیفلد سراسری PCA به صورت مختصر معرفی می‌گردند. سپس به معرفی الگوریتم OMP و مراحل آن می‌پردازیم.

۲-۱- آموزش منیفلد LLE

روش‌های آموزش منیفلد محلی، بر اساس حفظ ویژگی‌های ساختاری محلی، که با استفاده از رابطه میان هر داده و همسایه‌های آن به دست می‌آید، گرافی از داده‌ها ایجاد نموده و با استفاده از ماتریسِ گراف همسایگی حاصل، به استخراج داده‌های با ابعاد پایین می‌پردازند. LLE، یک روش آموزش منیفلد محلی پرکاربرد است که در سه گام به استخراج داده‌های تعبیه شده با ابعاد پایین می‌پردازد [۱۱]. شکل (۱) نشان‌دهنده مراحل الگوریتم LLE است.



شکل (۱): مراحل الگوریتم LLE [11].

در گام نخست، همسایه‌های هر داده تعیین خواهد شد. عموماً،از فاصله اقلیدسی، به عنوان پارامتری جهت تعیین همسایه‌ها و فاصله داده‌ها از یکدیگر استفاده می‌شود. دو روش متداول برای تعیین داده‌های همسایه، معیار k نزدیکترین همسایه[۱۵] و توپ کوچک[۱۶] هستند. در گام دوم، هر داده بر حسب همسایه‌های خود، به صورت خطی بیان گردیده و ماتریس گراف همسایگی (W_{LLE}) برحسب رابطه کمینه‌سازی (۱) به‌دست می‌آید:

$$W_{LLE}=\arg\min_{W}\left(\sum_{i=1}^{N}\left\|x_i-\sum_{j\in N_i}w_{ij}x_j\right\|^2\right),\quad s.t.\ \sum_{j\in N_i}w_{ij}=1,\quad \forall i=1,...,N. \qquad (۱)$$

که N_i شامل اندیس همسایه‌های داده iام و w_{ij} بیانگر ضریب میان همسایه jام و داده iام، در بازنمایی خطی داده iام است. همچنین ضریب مابین داده iام و داده‌هایی که در همسایگی آن قرار ندارند برابر با صفر خواهد بود. ضرایب بازنمایی به‌دست آمده برای هر داده، نسبت

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.8.8]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.15- No.2-Summer 2018

به چرخش و تغییر مقیاس مستقل بوده و شرط $\sum_{j\in N_i} w_{ij}=1$ نیز موجب استقلال ضرایب به‌دست آمده نسبت به جابه‌جایی می‌شوند. در واقع، ضرایب ماتریس همسایگی، حامل ویژگی‌های ساختار محلی منیفلد است.

در مرحله سوم، با استفاده از ماتریس ضرایب به‌دست آمده و رابطه (۲)، که مشابه رابطه محاسبه ضرایب بازسازی هر داده بر حسب همسایه‌های آن در فضای با ابعاد بالا است، داده‌های تعبیه شده محاسبه می‌شوند [۱۱].

$$Y_{LLE}=\arg\min_{Y}\left(\sum_{i=1}^{N}\left\|y_i-\sum_{j\in N_i}w_{ij}y_j\right\|^2\right),\ \ s.t.\ \ \sum_i y_i=0,\quad \frac{1}{N}\left(Y^TY\right)=I \tag{۲}$$

که y_i، بازنمایی داده iام، در فضای با ابعاد پایین بوده و I ماتریس همانیاست. رابطه (۲)، به صورت یک مساله مقدار ویژه قابل حل بوده و دسته داده‌های $Y_{LLE}\in R^{d*N}$ برابر با d بردار ویژه متناظر با d کوچکترین مقادیر ویژه مثبت ماتریسِ $M=\left(I-W_{LLE}\right)^T\left(I-W_{LLE}\right)$ است [۱۱].

۲-۲- آموزش منیفلد LEM

الگوریتم LEM، از دیگر روش‌های محلی مطرح در آموزش منیفلد است. این الگوریتم نیز مانند بیشتر روش‌های محلی شامل سه مرحله است. گام نخست، تعیین همسایه‌های هر داده که دقیقاً مانند الگوریتم LLE است. گام دوم، تشکیل گراف ماتریس همسایگی (W_{LEM}) با استفاده از داده‌ها و همسایه‌های آنها، که در LEM، وزن w_{ij} میان داده x_i و داده‌ی همسایه آن یعنی x_j، با استفاده از رابطه زیر به‌دست می‌آید [۱۳]:

$$w_{ij}=\exp\left(-\frac{\left\|x_i-x_j\right\|^2}{2t^2}\right) \tag{۳}$$

که در آن t، پارامتر رابطه کرنل لاپلاسین است. همچنین، ضریب میان هر داده و داده‌هایی که در همسایگی آن قرار ندارند، مانند الگوریتم LLE، برابر با صفر است. در ویرایش‌هایی از گراف منیفلد LEM، وزن میان هر داده و همسایه‌های آن، برابر با یک قرار داده می‌شود.

در گام سوم،با استفاده از رابطه (۴)، داده‌های تعبیه شده در فضای با ابعاد پایین، به‌دست می‌آید:

$$Y_{LEM}=\arg\min_{Y}\sum_i\sum_j\left\|y_i-y_j\right\|^2 w_{ij},\ \ s.t.\ \ Y^TDY=I \tag{۴}$$

که Dیک ماتریس قطری با $D_{ii}=\sum_j w_{ij}$ است. در رابطه بالا به ازای w_{ij}های بزرگتر، که نشان‌دهنده نزدیک بودن داده iام و همسایه آن در فضای با ابعاد بالا است، y_i و همسایه متناظر آن نیزباید به یکدیگر نزدیکتر بوده تا شرایط کمینه‌سازی تابع فراهم گردد. برعکس، هنگامی‌که ضرایب w_{ij} کوچک باشند نشان‌دهنده دورتر بودن داده‌ها از یکدیگر بوده که در تابع کمینه‌سازی تعریف شده نیز می‌توانند از یکدیگر دورتر قرار گیرند.

مقادیر Y_{LEM} با استفاده از رابطه (۴)، مانند روش LLE، می‌تواند به صورت یک مساله مقدار ویژه محاسبه گردد. در LEM دسته داده‌های $Y_{LEM}\in R^{d*N}$ برابر با d بردار ویژه متناظر با d کوچکترین مقادیر ویژه مثبت ماتریس $D^{-1}L$است، که در آن $L=D-W_{LEM}$ است [۱۳].

۲-۳- آموزش منیفلد LPP

آموزش منیفلد LPPیک روش محلی است، که مانند دیگر روش‌های محلی شامل سه گامِ اصلی یافتن همسایه، تشکیل گراف و استخراج داده‌های تعبیه شده است. تعیین همسایه و چگونگی تشکیل گراف منیفلد LPP، کاملاً با روش آموزش منیفلد LEM یکسان بوده و تنها در گام سوم، یعنی استخراج داده‌های تعبیه شده، با روش LEM متفاوت است. در واقع آموزش منیفلد LPP، یک روش آموزش منیفلد خطی است که در آن، ماتریس نگاشت داده‌ها از فضای با ابعاد بالا به فضای با ابعاد پایین، از رابطه (۵) به‌دست می‌آید [۷]:

$$U_{LPP}=\arg\min_{U}U^TXLX^TU,\ \ s.t.\ \ U^TXDX^TU=I, \tag{۵}$$

که U_{LPP} ماتریس نگاشت، $L=D-W$ ، Wگراف منیفلد محلی مشابه روش LEM و Dماتریس قطری با ضرایب روی قطر اصلی برابر با $\sum_j w_{ij}$ است. در این روش نیز، ماتریس نگاشت به صورت یک مساله مقدار ویژه قابل محاسبه است [۷]. پس از محاسبه ماتریس نگاشت، بازنمایی داده‌ها در فضای با ابعاد پایین، به صورت $Y=U_{LPP}^TX$خواهد بود. از جمله ویژگی‌های این روش، نگاشت داده‌های آزمون به فضای با ابعاد پایین، با استفاده از ماتریس نگاشت حاصل از داده‌های آموزش است.

۲-۴- آموزش منیفلد PCA

آنالیز اجزای اصلی (PCA)،یکی از متداولترین روش‌های سراسری و خطی آموزش منیفلد و کاهش ابعاد است. ایده اصلیPCA، پیدا کردن زیرفضای خطی در فضای با ابعاد پایین است، که بیشترین تناسب را با میزان پراکندگی داده‌ها در فضای با ابعاد بالا دارا است [۱۹]. با تعریف ماتریس کوواریانس داده‌ها در فضای با ابعاد بالا، به صورت $Cov\left(X\right)=\sum_{i=1}^{N}\left(x_i-\bar{x}\right)\left(x_i-\bar{x}\right)^T$ که $\bar{x}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i$ میانگین دسته داده‌های Xاست و با توجه به نامنفی و متقارن بودن ماتریس کوواریانس داریم:

$$Cov\left(X\right)=UDU^T \tag{۶}$$

که $U\in R^{D*D}$، یک ماتریس همانی متعامد و یکه ($U^TU=I$) شامل بردارهای ویژه و D ماتریس قطری شامل مقادیر ویژه است. با فرض $U=[u_1,u_2,...,u_D]$ بردارهای ویژه‌ی متناظر با مقادیر ویژه $\lambda_1\le\lambda_2\le...\le\lambda_{D-1}\le\lambda_D\le 0$ ، اثبات می‌شود که $\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_D$ بیانگر میزان

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.8.8]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.15- No.2- Summer 2018

پراکنـــدگی داده‌هـــای نگاشـــت یافتـــه توســـط مـــاتریس U، یعنی $Y=U^TX$است؛ یا بـه عبـارت دیگـر $Cov(Y)=D$. بنـابراین، بـه راحتی می‌توان نشان داد که داده‌های نگاشت یافته به فضـای بـا ابعـاد پـایین، توسـط مـاتریس نگاشـت $W_{PCA}=[u_1,u_2,...,u_d]$، بیشـترین پراکندگی داده‌ها را حفظ خواهد نمود. در نتیجه، محاسـبه داده‌هـا در فضای با ابعاد پایین به صورت زیر است:

$$Y=W_{PCA}^TX \quad (۷)$$

۲-۵- الگوریتم ردگیری تطبیقی متعامد (OMP)

بیشترین کاربرد الگوریتم OMP در حل مساله بهینه‌سـازی تنـک زیـر است [21]:

$$\alpha^*=\arg\min_{\alpha}\|\alpha\|_0,\ \ s.t.\ \ \|y-X\alpha\|_2^2\le\varepsilon \quad (۸)$$

و یا،

$$\alpha^*=\arg\min_{\alpha}\|y-X\alpha\|_2^2,\ \ s.t.\ \ \|\alpha\|_0\le k \quad (۹)$$

که Xدیکشنری پایه و یا ماتریس شامل کلیـه داده‌هـای انـدازه‌گیـری شده است، αضرایب اتم‌هاویا داده‌های اندازه‌گیری شـده‌ی موجـود در دیکشنری بوده، و y داده‌ای اسـت کـه بـه دنبـال بازنمـایی تنـک آن هستیم و در دیکشنری وجود ندارد. $\|.\|_p$ نیز بیانگر نُرم p است.

الگوریتم OMP، عموماً در حل مسائل بهینه‌سازی بازنمایی تنـک با محدودیت نُرم صفر به کار گرفتـه مـی‌شـود. الگـوریتم OMP، یـک الگوریتم اصـلاح شـده ردگیـری تطبیقـی[۱۷] (MP) اسـت کـه سـرعت همگرایی آن نسبت بـه الگـوریتم متـداول MP بهتـر اسـت. الگـوریتم OMP، به بازنمایی خطی هر داده برحسب اتم‌های انتخاب شده از یک دیکشنری بیش از کامل[۱۸] پرداخته و از ساختاری تکرار شونده برخوردار است. در OMP، ابتدا اتمی از دیکشنری (X)، که بیشترین شـباهت را بـا داده مـورد بررسـی (y) دارد، انتخـاب شـده و اتـم انتخـابی بـه مجموعه اتم‌های انتخاب شده (D) از دیکشنری، که از ابتدا به صـورت یک مجموعه تهی ($D=\varnothing$) بارگذاری شده است، اضافه می‌شود. سپس yبر حسب مجموعه اتم یا اتم‌های انتخـاب شـده D و بـا اسـتفاده از رابطه کمینه‌سازی (۱۰) بازنمایی گردیـده و ضـریب یـا ضـرایب بـردار ضرایب بازنمایی تنک (α) محاسبه می‌شود:

$$\alpha^*=\arg\min_{\alpha}\|y-D\alpha\|_2^2 \quad (۱۰)$$

پس از محاسـبه ضـرایب α، اخـتلاف میـان داده y و بازنمـایی آن بـا اسـتفاده از ضـرایب α و مجموعـه اتـم‌هـای انتخـاب شـده D، بـه صورت $r=y-D\alpha$ محاسبه می‌گردد. در ادامه، r به عنـوان داده مـورد بررسی جایگزین گردیده و فرآیند فوق تکرار خواهد شد، با این تفـاوت که اتم‌های انتخابی از دیکشنری X نمی‌تواند تکراری باشد. همچنـین، معیار توقف این الگوریتم، بر اساس کمتـر شـدن نُـرم r از یـک مقـدار مشخص (عموماً مقـدار مثبـت کوچـک) و یـا انتخـاب حـداکثر تعـداد اتم‌های انتخابی مجاز (k) از دیکشنری X اسـت. معیارهـای گونـاگون دیگری نیز، جهت اتمام حلقه تکرار این الگوریتم، معرفـی شـده اسـت [۲۱]. در زیر به بیان مراحل الگوریتم OMP متداول، می‌پردازیم:

الگوریتم (۱): الگوریتم ردگیری تطبیقی متعامد (OMP)

ورودی‌ها: دیکشنری X و داده مورد بررسی y.

خروجی‌ها: α بردار ضرایب بازنمایی تنک و D ماتریس اتم‌های انتخاب شـده از دیکشنری.

۱- مقـداردهی اولیـه: $r=y$، $\alpha=0$، $D=\varnothing$، $\Lambda=\varnothing$ مجموعـه اندیس اتم‌های انتخاب شده از دیکشنری، که $\varnothing$ نماد تهی بـودن است.

۲- محاسبه نُـرم r، یعنـی $\|r\|_2$. چنانچـه $\|r\|_2>\varepsilon$ و یـا تعـداد اتـم انتخابی کوچکتر مساوی k است بـرو بـه گـام ۳، در غیراینصـورت اتمام الگوریتم و رفتن به انتهای آن. (ε یـک مقـدار مثبـت بسـیار کوچک است)

۳- $j^*=\arg\max_{j\notin\Lambda}\left|\langle r,x_j\rangle\right|$، که $\langle .,.\rangle$ و $|.|$ به ترتیب نماد ضرب داخلی و قدرمطلق است.

۴- به روز نمودن Λ و D: $\Lambda=\Lambda\cup\{j^*\}$ و $D=\left[D,x_{j^*}\right]$.

۵- به روز نمودن بردار ضرایب تنک: $\alpha^*=\arg\min_{\alpha}\|y-D\alpha\|_2^2$،

۶- محاسبه بردار باقی‌مانده $r=y-D\alpha^*$ و رفتن به مرحله ۲.

با اجرای الگوریتم ردگیری تطبیقی متعامد، ضرایب تنک و اتم‌های انتخاب شده از دیکشنری به‌دست می‌آیند که وابسته به مقـدار ε و یـا حداکثر تعداد اتم‌های انتخابی مجاز (k) است.

روش‌های آموزش منیفلد محلی، مانند LLE، LEM و LPP، تنها به ویژگی‌های ساختاری محلـی منیفلـد توجـه داشـته و در اسـتخراج ویژگی‌ها، تنها به داده‌های موجود در همسایگی هر داده توجه می‌نماید و از داده‌هایی کـه در همسـایگی آنهـا قـرار ندارنـد، هـیچ اسـتفاده‌ای نمی‌کنند. در روش‌های آموزش منیفلد سراسری نیز، هر داده با تمامی داده‌های دیگر در ارتباط است و توجهی به ویژگی‌های ساختاری محلی ندارد. همچنین، بیان هـر چـه تنـک‌تـر گـراف منیفلـد، مـی‌توانـد در استخراج ویژگی‌های منیفلد بهتر عمل نماید [۱۰]. از ایـن‌رو، نیـاز بـه روش آمـوزش منیفلـدی، کـه بتوانـد بـه طـور همزمـان بـه اسـتخراج ویژگی‌های محلی و سراسری پرداخته، و همچنـین از سـاختاری تنـک برخوردار باشد، احساس می‌گردد.

۳- روش پیشنهادی: آموزش منیفلد مبتنی بر بازنمایی تنک[۱۹](SRML)

همان‌طور که اشاره شد، توانایی اصلی بیشتر روش‌های آموزش منیفلد، در چگونگی تشکیل گراف منیفلد داده‌ها در فضای با ابعاد بالا است. در روش پیشنهادی، گراف منیفلدی در فضای با ابعاد بالا، مبتنی بر مفهوم بازنمایی تنک تشکیل گردیده و پس از آن به استخراج داده‌های تعبیـه

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.8.8]

Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.15- No.2-Summer 2018

شده، خواهیم پرداخت. روش پیشنهادی، شامل سه گام اساسی زیر است: ۱- تشکیل گراف منیفلد داده‌ها در فضای با ابعاد بالا، مبتنی بر مفهوم بازنمایی تنک، ۲- استخراج داده‌های تعبیه شده و بازنمایی آن در فضای با ابعاد پایین، ۳- بازنمایی داده آزمون. در ادامه به شرح هر یک از این گام‌ها پرداخته می‌شود:

۳-۱- تشکیل گراف منیفلد داده‌ها در فضای با ابعاد بالا با استفاده از مفهوم بازنمایی تنک

در روش پیشنهادی، جهت تشکیل گراف منیفلد، به بازنمایی k- تنک هر داده ($x_i, \forall i=1,...,N$) بر حسب اتم‌های دیکشنری حاصل از بقیه داده‌ها $\left(\hat{X}_i = X - \{x_i\}\right)$ و با استفاده از رابطه (۱۱) می‌پردازیم:

$$w_i^* = \arg\min_{w_i} \left\| x_i - \hat{X}_i w_i \right\|_2^2, \ s.t. \ \|w_i\|_0 = k \qquad (۱۱)$$

که در آن، x_i داده iام X در فضای با ابعاد بالا است، $\hat{X}_i$ مجموعه داده‌های در فضای با ابعاد بالا به جز داده iام است و w_i بردار ضرایب تنک است که تنها k مقدار غیر صفر دارد و یا به عبارت دیگر هر داده را تنها به k داده‌ی دیگر در گراف منیفلد، اتصال خواهد داد. الگوریتم پیشنهادی جهت محاسبه بردار ضرایب w_i، دارای ساختاری مشابه الگوریتم ردگیری تطبیقی متعامد است. در واقع، x_i همان داده مورد بررسی و $\hat{X}_i$ شامل اتم‌های دیکشنری خواهد بود. در ادامه، مانند الگوریتم ردگیری تطبیقی متعامد، بردار ضرایب w_i محاسبه خواهد شد، با این تفاوت که معیار توقف الگوریتم، بر اساس انتخاب k اتم از دیکشنری $\hat{X}_i$ است. این اتم‌های انتخاب شده، داده‌هایی هستند که در گراف منیفلد با داده iام مرتبط بوده و بردار ضرایب w_i، وزن ارتباطی مابین آنها را بیان می‌کند. در ادامه، با محاسبه ضرایب تنک برای تمام داده‌های موجود در فضای با ابعاد بالا، ماتریسِ گراف منیفلد مبتنی بر بازنمایی تنک، W_{SR}، با استفاده از رابطه (۱۲) به‌دست می‌آید:

$$W_{SR} = \sum_{i=1}^{N} \arg\min_{w_i} \left\| x_i - \hat{X}_i w_i \right\|_2^2 = \arg\min_{W} \sum_{i=1}^{N} \left\| x_i - \hat{X}_i w_i \right\|_2^2 \qquad (۱۲)$$
$$s.t. \ \ \|w_i\|_0 = k, \ \forall i = 1,...,N.$$

از نکات بارز روش پیشنهادی، متفاوت بودن دیکشنری به کار گرفته شده، جهت محاسبه ضرایب گراف منیفلد به ازای هر داده است، که با کنار گذاشتن داده مورد بررسی از مجموعه داده‌های در فضای با ابعاد بالا، به دست می‌آید. از دیگر ویژگی‌های روش پیشنهادی، تنک بودن گراف منیفلد پیشنهادی، مانند روش‌های آموزش منیفلد محلیاست؛ در حالی‌که در تشکیل گراف، تنها به داده‌های در همسایگی هر داده محدود نبوده و بدین ترتیب گراف پیشنهادی می‌تواند در استخراج ویژگی‌های سراسری منیفلد نیز موثر باشد. الگوریتم تشکیل گراف منیفلد پیشنهادی، به طور مختصر در زیر بیان شده است:

الگوریتم (۲): الگوریتم تشکیل گراف منیفلد مبتنی بر بازنمایی تنک

ورودی: منیفلد داده‌ها در فضای با ابعاد بالا (X)، تعیین مقادیر k

خروجی: گراف منیفلد مبتنی بر بازنمایی تنک (W_{SR}).

تکرار مراحل زیر برای هر داده موجود در منیفلد ($i=1,...,N$). N تعداد کل داده‌های موجود در منیفلد است.

۱- تشکیل دیکشنری $\hat{X}_i = X - \{x_i\}$، مقداردهی اولیه: $r = x_i$، $w_i = 0$ بردار ضرایب تنک، $D = \varnothing$ اتم‌های انتخاب شده از دیکشنری، $\Lambda = \varnothing$ مجموعه اندیس اتم‌های انتخاب شده از دیکشنری.

۲- محاسبه نرم صفر بردار ضرایب تنک ($\|w_i\|_0$). چنانچه شرط $\|w_i\|_0 = k$ برقرار است، اتمام محاسبه بردار ضرایب w_i و در غیر این صورت رفتن به مرحله ۳.

۳- یافتن بهترین نمونه از دیکشنری ($\hat{X}_i$) یا به عبارت دیگر $j^* = \arg\max_{j \notin \Lambda} \left| \left\langle r, \hat{x_j} \right\rangle \right|$.

۴- به روزرسانی Λ و D: $\Lambda = \Lambda \cup \{j^*\}$ و $D = \left[D, \hat{x_{j^*}} \right]$.

۵- محاسبه و به روز نمودن بردار ضرایب تنک (w_i): $w_i^* = \arg\min_{w_i} \|x_i - D w_i\|_2^2$.

۶- محاسبه بردار باقی‌مانده $r = x_i - D w_i^*$ و رفتن به مرحله ۲.

۳-۲- استخراج و بازنمایی داده‌های تعبیه شده در فضای با ابعاد پایین

ماتریس گراف منیفلد تنک تشکیل شده (W_{SR})، بیانگر ویژگی‌های ساختاری منیفلد داده‌ها در فضای با ابعاد بالا است. در روش پیشنهادی، دو ساختار متفاوت جهت محاسبه داده‌ها در فضای با ابعاد پایین، مبتنی بر حفظ ساختار گراف W_{SR} معرفی می‌گردد.

۳-۲-۱- استخراج داده‌ها، مبتنی بر حفظ بازنمایی خطی هر داده

در الگوریتم تشکیل گراف منیفلد پیشنهادی، ضرایب تنک برای هر داده در فضای با ابعاد بالا، به صورت ترکیب خطی آن داده، برحسب داده‌های متصل به آن، بیان می‌شود. بنابراین، در نمایش داده‌های تعبیه شده در فضای با ابعاد پایین نیز، تا حد ممکن به دنبال حفظ و برقراری این ترکیب خطی خواهیم بود. بر همین اساس و با تکیه بر حفظ ساختار گراف منیفلد به دست آمده، تابع کمینه‌سازی زیر جهت استخراج داده‌ها در فضای با ابعاد پایین پیشنهاد می‌شود:

$$Y_{SRML} = \arg\min_{Y} \left(\sum_{i=1}^{N} \|y_i - Y w_i\|_2^2 \right) \qquad (۱۳)$$

که در آن w_i بردار ضرایب تنک محاسبه شده برای داده iام، در فضای با ابعاد بالا است. رابطه فوق، از ساختاری شبیه به رابطه LLE برخوردار بوده و به صورت رابطه (۱۴) قابل بازنویسی است [11]:

$$Y_{SRML} = \arg\min_{Y} \left(\sum_{i=1}^{N} \|y_i - Y w_i\|_2^2 \right) = \arg\min_{Y} Y^T (I - W_{SR})^T (I - W_{SR}) Y \qquad (۱۴)$$

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.8.8]

با استفاده از دو شرط $\sum_i y_i = 0$ و $\frac{1}{N}(Y^T Y) = I$، رابطه بالا به صورت یک مساله مقدار ویژه قابل حل بوده و ماتریس داده‌ها در فضای با ابعاد پایین (Y)، برابر با d بردار ویژه متناظر با d کوچکترین مقادیر ویژه مثبت ماتریس $M_{SR} = (I - W_{SR})^T (I - W_{SR})$ خواهد بود. این روشِ استخراج داده‌های تعبیه شده، غیرخطی است و در مواجهه با داده‌ی آزمون، که نقشی در استخراج داده‌های تعبیه شده‌ی آموزش نداشته‌اند، دچار مشکل می‌شود، که در بخش ۳-۳،الگوریتمی جهت محاسبه بازنمایی داده آزمون در فضای با ابعاد پایین، معرفی خواهد شد.

۳-۲-۲- استخراج داده‌ها با استفاده از ماتریس نگاشت

در این بخش به معرفی روشی خطی، جهت استخراج داده‌های‌تعبیه شده در فضای با ابعاد پایین و با استفاده از ماتریس نگاشت خواهیم پرداخت، به گونه‌ای که ساختار گراف تنک بهدست آمده در فضای با ابعاد بالا، تا حد ممکن حفظ گردد. در روش پیشنهادی، پس از تشکیل ماتریس گراف منیفلد تنک W_{SR}، ماتریس نگاشت U_{SRML}، از رابطه‌ای مشابه رابطه (۵) حاصل می‌گردد که تنها در آن به جای ماتریس ضرایب محلی W_{LPP}، از ماتریس گراف منیفلد تنک مبتنی بر الگوریتم ردگیری تطبیقی متعامد، یعنی W_{SR} استفاده شده، که در زیر نشان داده شده است:

$$U_{SRML} = \arg\min_U U^T X L_{SR} X^T U, \quad s.t. \ U^T X D_{SR} X^T U = I \qquad (۱۵)$$

که درآن، $L_{SR} = D_{SR} - W_{SR}$، و D_{SR} ماتریس قطری با ضرایب روی قطر اصلی برابر با $\sum_j w_{SR_{ij}}$ است. ماتریس نگاشت U_{SRML} به صورت یک مساله مقدار ویژه قابل حل بوده و ماتریس $U_{SRML} \in R^{D*d}$،متناسب با d بردار ویژه متناظر با d کوچکترین مقدار ویژه مثبت ماتریس $\left(XD_{SR}X^T\right)^{-1} XL_{SR}X^T$ است. بنابراین، مختصات داده‌ها در فضای با ابعاد پایین، به صورت $Y_{SRML} = U_{SRML}^T X$ به دست خواهد آمد.

۳-۳- بازنمایی داده‌های آزمون در فضای با ابعاد پایین

یکی از مشکلات اساسی بیشتر روش‌های آموزش منیفلد غیرخطی، محاسبه مختصات داده‌ای در فضای با ابعاد پایین است که در محاسبه بازنمایی داده‌های تعبیه شده‌ی آموزش، دخیل نبوده است. همچنین، در کاربردهای طبقه‌بندی، نگاشت داده‌های آزمون، از مشکلات اساسی روش‌های آموزش منیفلد غیرخطی است. یکی از راه‌های غیرمتعارف در برخورد با داده‌های جدید، تشکیل دوباره گراف ساختار منیفلد به همراه داده جدید و محاسبه مجدد داده‌های تعبیه شده آموزش و آزمون به طور همزمان در فضای با ابعاد پایین است، که منطقی نبوده و از نظر محاسباتی پیچیده بوده و زمان اجرای بالایی را در بر خواهد داشت. در [22]، روشی مبتنی بر ساختار مساله ویژه، برای روش‌های آموزش منیفلد LLE، LEM، Isomap، MDS و Spectral Clustering معرفی شده است. در [۲۲]، با ارائه الگوریتمی مبتنی بر مساله ویژه، به محاسبه داده‌های آزمون در فضای با ابعاد پایین پرداخته و سپس به تطبیق روش‌های آموزش منیفلد، با الگوریتم پیشنهادی مبتنی بر مساله ویژه می‌پردازد.

در آموزش منیفلد پیشنهادی، پس از تشکیل گراف منیفلد تنک، دو روش متفاوت، جهت استخراج داده‌ها در فضای با ابعاد پایین، معرفی گردیده است. روش مبتنی بر ماتریس نگاشت، از ساختاری خطی، جهت محاسبه و بازنمایی داده‌ها در فضای با ابعاد پایین، بهره می‌برد. در این روش، با استفاده از ماتریس نگاشت به دست آمده از رابطه (۱۵)، که بر حسب داده‌های آموزش به دست آمده است، می‌توان به بازنمایی داده‌های آزمون، در فضای با ابعاد پایین به صورت $y_t = U_{SRML}^T x_t$ پرداخت که در آن x_tداده جدید یا آزمون در فضای با ابعاد بالا و y_t داده متناظر آن در فضای با ابعاد پایین است. در شکل ۲-الف، نحوه محاسبه داده آزمون، در روش مبتنی بر ماتریس نگاشت، نشان داده شده است. اما روش استخراج داده‌های مبتنی بر حفظ بازنماییخطی هر داده، از ساختاری غیرخطی برخوردار است و به راحتی نمی‌توان به بازنمایی داده آزمون پرداخت. در ادامه‌به معرفیروشی جهت محاسبه‌ی داده‌های آزمون، در فضای با ابعاد پایین و بدون نیاز به تشکیل دوباره گراف می‌پردازیم. شکل ۲-ب چگونگی محاسبه مختصات داده آزمون در روش SRML مبتنی بر حفظ بازنمایی خطی هر داده را نشان می‌دهد. در روش پیشنهادی، ابتدا به بازنماییk- تنک داده آزمون x_tبا استفاده از رابطه (۱۶) و دیکشنری حاصل از تمام داده‌های آموزش ($\boldsymbol{X}$) پرداخته و ضرایب بازنمایی تنک داده آزمون، w_t، محاسبه می‌گردد (بلوک اول شکل ۲-ب):

$$w_t^* = \arg\min_{w_t} \|x_t - X w_t\|_2^2, \quad s.t. \ \|w_t\|_0 = k \qquad (۱۶)$$

ضرایب w_t، با استفاده از الگوریتم (۲) قابل محاسبه است. سپس،بااستفادهاز w_t و داده‌های آموزش بازنمایی شده در فضای با ابعاد پایین (Y)، y_tبا استفاده از رابطه (۱۷) به‌دست می‌آید:

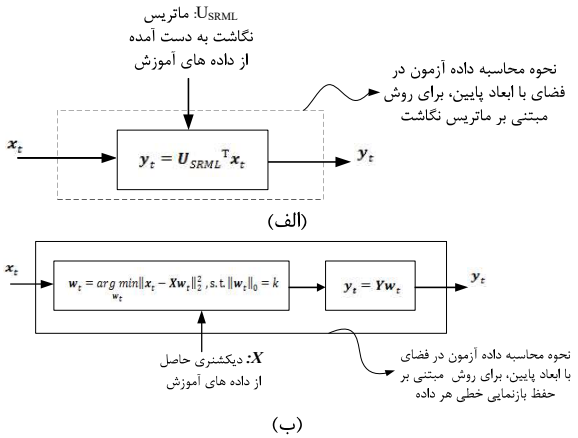
$$y_t^* = \arg\min_{y_t} \|y_t - Y w_t\|_2^2 \qquad (۱۷)$$

که یک تابع بهینه‌سازی درجه دوم بوده و دارای جواب فرم بسته‌ای است که با مشتق‌گیری از رابطه فوق بر حسب y_t، و برابر با صفر قرار دادن مشتق به‌دست آمده، داریم:

$$\frac{\partial}{\partial y_t}\left(\|y_t - Y w_t\|_2^2\right) = \frac{\partial}{\partial y_t}(y_t - Y w_t)^T (y_t - Y w_t) = \qquad (۱۸)$$
$$2(y_t - Y w_t) = 0.$$

در نتیجه، داده متناظر با داده آزمون در فضای با ابعاد پایین، به صورت $y_t = Y w_t$ قابل محاسبه است که در آن، y_t به صورت ترکیب خطی از داده‌های آموزش بازنمایی شده در فضای با ابعاد پایین، قابل بیان است (بلوک دوم شکل ۲-ب). بنابراین، با استفاده از روش مطرح شده در بالا، می‌توان داده‌های آزمون و یا داده‌هایی را که در آموزش منیفلد آموزش نقشی نداشته‌اند، بدون نیاز به تشکیل گراف منیفلد، به فضای با ابعاد پایین نگاشت نمود.

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.8.8]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.15- No.2-Summer 2018



شکل (۲): بلوک دیاگرام محاسبه مختصات داده آزمون در فضای با ابعاد پایین با روش پیشنهادی SRML، الف) مبتنی بر ماتریس نگاشت ب) مبتنی بر حفظ بازنمایی خطی هر داده.

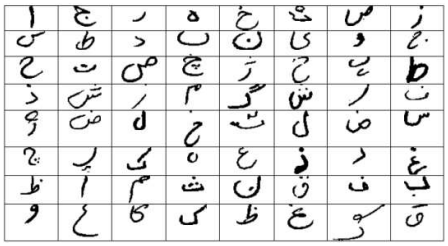
۳-۴- الگوریتم SRML با پیچیدگی محاسباتی کمتر

جهت کاهش پیچیدگی محاسباتی الگوریتم پیشنهادی تشکیل ماتریس گراف منیفلد تنک W_{SR} (الگوریتم (۲))، الگوریتمی مشابه روش پیشنهادی با عنوان M-SRML معرفی می‌گردد. مراحل اجرای الگوریتم روش M-SRML، مشابه روش پیشنهادی SRML بوده و در گام سوم و همچنین تعداد حلقه‌های تکرار با روش SRML متفاوت است. در روش M-SRML، در گام سوم الگوریتم SRML، به جای انتخاب داده‌ای با بیشترین تشابه، چندین داده (k_t) با بیشترین تشابه انتخاب گردیده و ضرایب بازنمایی تنک مبتنی بر آنها محاسبه می‌شوند. با این روش، تعداد اجرای حلقه محاسبه ضرایب تنک برای هر داده (با فرض معلوم و ثابت بودن تعداد داده‌های متصل به هر داده در گراف (k))، با ضریب تعداد داده‌های انتخاب شده در گام سوم (k_t) کاهش یافته و میزان پیچیدگی محاسباتی نیز به همین مقدار کاهش خواهد یافت.

۴- شبیه‌سازی و نتایج

در این مقاله، الگوریتم پیشنهادی آموزش منیفلدِ مبتنی بر بازنمایی تنک، جهت بازشناسی حروف و ارقام دست‌نویس فارسی، به کار گرفته شده است. دو پایگاه داده‌های حروف و ارقام دست‌نویس فارسی HODA [23] و IFHCDB [24]، جهت ارزیابی روش پیشنهادی، مورد استفاده قرار گرفته است. در این مقاله، براساس منیفلد بردار ویژگی‌ها، به مقایسه عمل‌کرد روش‌ها پرداخته شده و از طبقه‌بند K نزدیکترین همسایه، جهت طبقه‌بندی داده‌ها استفاده شده است.در ادامه، ابتدا دو پایگاه داده‌های HODA و IFHCDB معرفی می‌شوند و سپس بردار ویژگیبه‌کار گرفته شده معرفی خواهد شد. در آزمایش‌های صورت گرفته، ابتدا به مقایسه نتایج حاصل از روش پیشنهادی SRML (مبتنی بر هر دو روش استخراج داده‌ها)، روش‌های آموزش منیفلد محلی LLE، LEM، LPP و آموزش منیفلد سراسری PCA پرداخته شده است. در بخش ۴-۲، چگونگی رفتار روش‌های تحت بررسی، به ابعاد فضای بازنمایی و تعداد همسایه‌ها، بررسی گردیده است. در بخش ۴-۳ نیز، به مقایسه نتایج حاصل از الگوریتم M-SRMLو روش SRML می‌پردازیم.

پایگاه داده‌های HODA، شامل ۷۰۶۴۵ نمونه تصویر آموزش و ۱۷۷۰۶ نمونه آزمون از حروف دست‌نویس فارسی با درجه تفکیک تصاویر ۲۰۰ نقطه بر اینچ است که از هر حرف دست‌نویس فارسی، ۵۰۰ نمونه از نمونه‌های آموزش به صورت تصادفی به عنوان داده‌های آموزشی و ۳۰۰ نمونه از داده‌های آزمون، به صورت تصادفی به عنوان داده‌های آزمون انتخاب شده‌اند. در شکل ۳، نمونه‌هایی از حروف دست‌نویس پایگاه داده‌های HODA نشان داده شده است.



شکل (۳): نمونه‌هایی از حروف دست‌نویس فارسی پایگاه داده‌های HODA [23].

پایگاه داده‌های HODA در بسیاری از مقاله‌های بازشناسی حروف و ارقام دست‌نویس فارسی مورد استفاده قرار گرفته است. اما در بیشتر این مقاله‌ها، به بازشناسی ارقام دست‌نویس فارسی پرداخته شده [۲۸-۲۵] و کمتر به بازشناسی حروف فارسی توجه گشته است. با تعریف ویژگی‌های آماری و ترکیب آن با درخت تصمیم‌گیری، بازشناسی حروف دست‌نویس فارسی بر روی پایگاه داده‌های HODA انجام گرفته و به نرخ تشخیص درست۹۷,۸۹ درصد به‌دست آمده است [۲۹]. البته باید اشاره داشت که در مرجع [۲۹]، پیش‌پردازش‌های گوناگونی صورت گرفته و از ترکیب طبقه‌بندهای مبتنی بر درخت تصمیم‌گیری، به عنوان طبقه‌بند استفاده شده است.

پایگاه داده‌های IFHCDB نیز شامل ۵۲۳۸۰ نمونه حروف و ۱۷۷۴۰ نمونه ارقام دست‌نویس فارسی، با درجه تفکیک تصاویر ۳۰۰ نقطه برانیچ است. داده‌های این پایگاه نیز به دو دسته آموزش و آزمون تقسیم گردیده‌اند و در این بررسی، کلیه داده‌های آموزش و آزمون، در ارزیابی‌ها و مقایسه‌های صورت گرفته، به کار گرفته شده‌اند. بازشناسی ارقام دست‌نویس فارسی بر روی این پایگاه داده‌ها مورد تحقیق قرار گرفته است [۳۰, ۳۱]. با تعریف ۸ عنصر اولیه برای حروف فارسی، به نرخ تشخیص درست۸۸/۲ درصد برای پایگاه داده‌های IFHCDB دست یافته‌اند[۳۲].

روش پیشنهادی SRML، با روش‌های آموزش منیفلد LLE، LEM، PCA و LPP، مبتنی بر میزان نرخ بازشناسی، مقایسه و ارزیابی گردیده است. در این مقاله، ارزیابی‌ها بر روی منیفلد حاصل از ویژگی HMAX [۳۳] استخراج شده از تصویر هر حرف، صورت گرفته

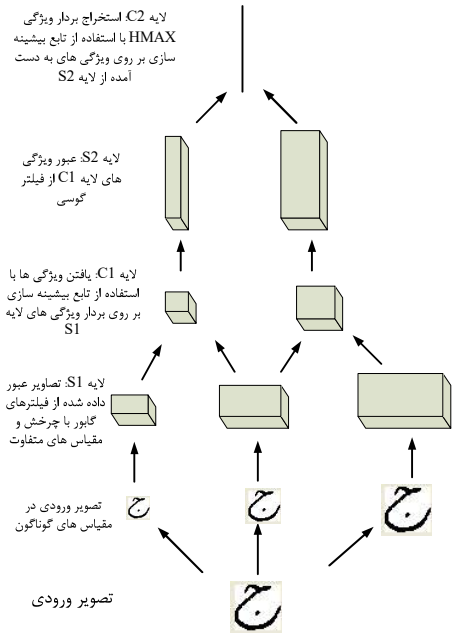
[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.8.8]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.15- No.2- Summer 2018

است. همچنین مرجع [۳۴]، به معرفیروشی مبتنی بر ویژگی HMAX، جهت بازشناسی ارقام دست‌نویس فارسی پرداخته است.

ویژگی HMAX، یک مدل محاسباتی سلسله مراتبی است که از ۴ لایه تشکیل می‌شود: لایه اول (S1)، لایه فیلتر گابور است. در این لایه، تصویر از فیلترهای گابور متعدد با پارامترهای چرخش و اندازه گوناگون عبور داده شده و خروجی فیلترها، بردار ویژگی‌های لایه S1 را تشکیل خواهد داد. لایه دوم (C1)، لایه تغییرناپذیر محلی[۲۰] است. در این لایه، با استفاده از تابع بیشینه بر روی دسته‌های مختلف از بردارهای ویژگی به دست آمده در لایه S1، به استخراج ویژگی‌های تغییرناپذیر با چرخش، مکان و اندازه می‌پردازد. لایه سوم (S2)، لایه ویژگی میانی[۲۱] است. مربعی از چهار ویژگی کنار هم و بدون هم‌پوشانی به دست آمده از لایه C1، به عنوان ورودی یک فیلتر گوسی در این لایه مورد استفاده قرار می‌گیرد. همچنین در این لایه تمام حالت‌های ممکن چینش چهار ویژگی کنار هم C1 مورد ارزیابی قرار می‌گیرند ویک دیکشنری از ویژگی‌های HMAXبه دست می‌آید. لایه چهارم (C2)، لایه تغییرناپذیر سراسری است. این لایه مانند لایه دوم عمل نموده و با استفاده از تابع بیشینه و خروجی‌های لایهS2، به استخراج بردار ویژگی تغییرناپذیر با مکان و مقیاس خواهد پرداخت. عموماً از خروجی لایه چهارم، یعنی بردار ویژگی C2، به عنوان ویژگی HMAX در کاربردهای گوناگون استفاده گردیده است. شکل ۴، خلاصه‌ای از نحوه استخراج ویژگی HMAX را نشان می‌دهد.در شکل ۴، تصویر هر حرف دست‌نویس در مقیاس‌های متفاوت به عنوان ورودی به لایه S1 وارد شده و پس از عبور از فیلترها و توابع بیشینه‌ساز لایه‌های مختلف، خروجی لایه C2 به عنوان بردار ویژگی استخراج می‌شود. بردار ویژگی C2 به‌کارگرفته شده در این بررسی، یک بردار ۴۰۰ بعدی به ازای هر تصویر حروف دست‌نویس فارسی است، که تشکیل منیفلد داده‌ای ۴۰۰ بُعدی را خواهد داد. در مرجع [۳۳] توضیحات بیشتر در مورد HMAX بیان شده است. در این مقاله، حروف دست‌نویس فارسی، به صورت جدول (۱) کلاس‌بندی شده‌اند که شامل ۱۸ کلاس متفاوت است.

۴-۱- مقایسه نتایج نرخ تشخیص درستِ به دست آمده از روش‌های آموزش منیفلد و روش پیشنهادیSRML

جدول ۲، نتایج نرخ تشخیص درست به‌دست آمده از روش پیشنهادیSRML و روش‌های آموزش منیفلد متداول LLE، LEM، LPP و PCA، بر روی حروف دست‌نویس پایگاه داده‌هایHODAرا بیان می‌کند. تعداد داده‌های همسایه در روش‌های آموزش منیفلد محلی (LLE، LEM، LPP) و مقدار k در روش آموزش منیفلد پیشنهادیSRML، با یکدیگر برابر فرض می‌شوند. با این فرض، گراف حاصل از روش‌های محلی و روش SRML، دارای تعداد داده‌های متصل به یکدیگر یکسانی بوده و در نتیجه در شرایط مشابهی می‌توان به مقایسه و ارزیابی آنها پرداخت. در جدول ۲، نتایج به ازای مقادیر مختلفk، برابر با ۱۵، ۲۰ و ۳۰، نشان داده شده و به ازای هر k، مقادیر نرخ تشخیص درستدر فضای با ابعاد پایین، به ازای ابعاد گوناگون ارائه گردیده است.در نتایج به دست آمده، زیربخش خطی روش SRML، مربوط به استخراج داده‌ها مبتنی بر ماتریس نگاشت است و زیربخش غیرخطی مربوط به استخراج داده‌ها مبتنی بر حفظ بازنمایی خطی هر داده در گراف، است.



شکل (۴): نحوه محاسبه ویژگیHMAX [۳۳]

نتایج نشان داده شده در جدول ۲، بیانگر کارایی مناسب آموزش منیفلد SRML، در استخراج داده‌های تعبیه شده، نسبت به دیگر روش‌های آموزش منیفلد است و هر دو ساختار پیشنهادی، جهت استخراج داده‌های تعبیه شده، از کارایی مناسبی برخوردار هستند. همچنین، نتایج به‌دست آمده بر روی پایگاه داده‌هایIFHCDB، در جدول ۳ نشان داده شده است که باز هم بیانگر عمل‌کرد مناسب الگوریتم SRML در استخراج داده‌های تعبیه شده، مبتنی بر میزان نرخ تشخیص درست است.

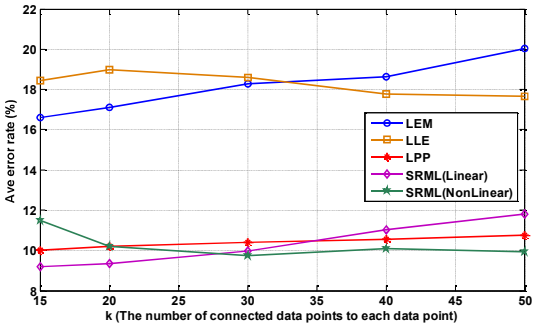
میزان نرخ تشخیص درست به‌دست آمده بر روی دو پایگاه داده‌های HODA و IFHCDB در فضای اصلی (با بعد ۴۰۰) به ترتیب برابر با ۹۰/۴۶ و ۸۹/۳۷ است که در مقایسه با نتایج نرخ تشخیص درست در فضاهای با ابعاد پایینِ نشان داده شده در جدول‌های ۲ و ۳، روش پیشنهادی SRML به نرخ تشخیص درست در فضای اصلی نزدیکتر است. همچنین، به ازای ابعاد بازنمایی بزرگتر در فضاهای با ابعاد پایین، روش پیشنهادی، از نرخ تشخیص درست بالاتری نسبت به نرخ تشخیص درستِ به‌دست آمده در فضای اصلی برخوردار است، که نشان‌دهنده قابلیت مناسب روش پیشنهادی، در

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.8.8]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.15- No.2-Summer 2018

انتخاب و اتصال داده‌های مشابه و هم‌کلاس در گراف منیفلد است. البته باید اشاره داشت که روش LPP نیز، از نتایج قابل قبولی برخوردار است. بنابراین، با توجه به نزدیکی مقادیر نرخ تشخیص در فضای اصلی و فضای بازنمایی با ابعاد پایین، می‌توان نتیجه گرفت که روش پیشنهادی در استخراج و انتقال ساختار منیفلد، از فضای با ابعاد بالا به فضای با ابعاد پایین از عمل‌کرد مناسبی برخوردار است. از دلایل عمل‌کرد مناسب روش پیشنهادی، محدود نبودن انتخاب داده‌های متصل به‌هم در گراف به داده‌های در همسایگی هر داده و انتخاب داده‌های با بیشترین میزان تشابه است که احتمال انتخاب داده‌های هم‌کلاس را بالاتر می‌برد. همچنین روش SRML مبتنی بر ماتریس نگاشت، به دلیل برخورداری از ساختاری خطی و نگاشت داده‌های آزمون به فضای با ابعاد پایین با استفاده از ماتریس نگاشت، می‌تواند به راحتی در کاربردهای بازشناسی به کار گرفته شود.

۴-۲- بررسی رفتار الگوریتم پیشنهادیSRML بر حسب ابعاد در فضای با ابعاد پایین و kهای مختلف

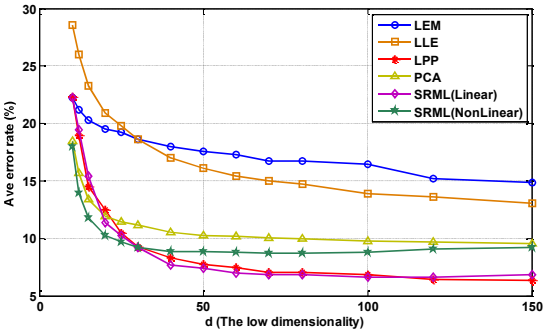
در این بخش، رفتار الگوریتم SRML و دیگر روش‌های تحت بررسی، نسبت به تغییر مقدار k و تغییر ابعاد فضای نگاشت داده‌ها (d) در فضای با ابعاد پایین، بر روی پایگاه داده‌هایHODA، تحت بررسیقرار گرفته است. در جدول ۴، نتایج به دست آمده به ازای مقادیر ۱۵ و ۲۰، ۳۰ برایk و مقدارd از ۴۰ تا ۱۵۰ نشان داده شده است.همچنین جهت بررسی اثر k مقادیر نرخ تشخیص درستِروش‌های آموزش منیفلد، به ازایkهای برابر با ۴۰ و ۵۰ نیز در جدول ۵ نشان داده شده است.مقادیر دو جدول ۴ و ۵ نیز نشان‌دهنده کارایی روش پیشنهادیSRML است. در ادامه، جهت بررسی اثر k برروی عمل‌کرد روش‌های مورد بررسی، متوسط نرخ خطای تشخیص، بر حسب kهای مختلف بر روی پایگاه داده‌هایHODA در شکل ۵ بیان گشته است که در آن به ازای هر k، خطاهای نرخ تشخیص به ازایdهای گوناگون، در فضای با ابعاد پایین متوسط‌گیری شده‌اند.



شکل (۵): متوسط نرخ خطای تشخیص روش‌های آموزش منیفلد بر حسب k از ۱۵ تا ۵۰ بر روی پایگاه داده‌هایHODA.

شکل ۵ نشان می‌دهد که روش پیشنهادیSRML به همراه روش LPP از عمل‌کرد مناسبی برخوردار هستند. به خصوص در kهای کوچکتر و یا به عبارت دیگر در گراف‌های تنک‌تر، روش SRML پیشنهادی مبتنی بر ماتریس نگاشت، بهتر بوده و با افزایش k و یا به عبارت دیگر گراف‌های منیفلد پیچیده‌تر، SRML مبتنی بر حفظ بازنمایی خطی هر داده، از عمل‌کرد بهتری برخوردار است. یکی دیگر از نتایجی که می‌توان از شکل ۵ استخراج نمود، ثبات میزان نرخ خطای تشخیص روش SRML پیشنهادی به ازای kهای متفاوت است و در عین حال کمترین میزان متوسط نرخ خطای تشخیص را دارد. همچنین، فاصله زیاد میان متوسط نرخ خطای تشخیص روش‌های LLE و LEM از روش پیشنهادی SRML نیز نشان‌دهنده‌ی عمل‌کرد مناسب روش پیشنهادی SRML است.

شکل ۶ نیز، نشان‌دهنده‌ی چگونگی رفتار روش‌های آموزش منیفلد، به ازایdهای متفاوت در فضای با ابعاد پایین است که در آن، نرخ خطای تشخیص، به ازای kهای مختلف، متوسط‌گیری شده است. نرخ خطای‌تشخیص تمام روش‌های آموزش منیفلد، با افزایش d،کاهش یافته و نتایج نیز، بیانگر کارایی مناسب روش پیشنهادیSRML و روش LPP است. همچنین به ازایdهای بیشتر از ۶۰، نرخ تشخیص درست روش‌هایSRML، LPP و PCA بهبود چندانی نداشته و مقدارd برابر با ۵۰ را می‌توان به عنوان بُعد ذاتی داده‌های منیفلد، از نظر اطلاعات طبقه‌بندی نمودن کلاس‌های گوناگون، مد نظر قرار داد. از طرفی به ازای dهای کوچکتر از ۳۰، روش SRML مبتنی بر حفظ بازنمایی خطی هر داده، از بهترین نرخ تشخیص درست برخوردار است که نشان‌دهنده‌ی کارایی بهتر این روش، در استخراج و انتقال اطلاعات تمایزی، از فضای اصلی به فضای با ابعاد پایین، خصوصاً در ابعاد بسیار پایین است. نتیجه دیگری که می‌توان از شکل ۶ درک نمود، رفتار کاهشی میزان متوسط نرخ خطا است که در روش‌های مختلف، کمی با یکدیگر متفاوت هستند. امّا ذات کلی تغییرات متوسط نرخ خطای تشخیص بر حسب افزایش بُعد بازنمایی، به صورت کاهشیاست که قابل انتظار بوده است. این نوع رفتار می‌تواند بُعد ذاتی قابل استخراج توسط روش‌های مختلف را تعیین نماید که البته در روش‌های مختلف چندان متفاوت نیست. در اینجا نیز، بُعد ذاتی داده‌ها در بازه ۴۰ تا ۶۰ قرار گرفته است.



شکل (۶): متوسط نرخ خطای تشخیص روش‌های آموزش منیفلد بر حسب d از ۱۰ تا ۱۵۰ بر روی پایگاه داده‌هایHODA.

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.8.8]

بنابراین، با توجه به نمودارهای شکل‌های ۵ و ۶، d و k مناسب جهت به کارگیری روش SRML بر روی پایگاه داده‌هایHODA، به ترتیب برابر با ۶۰ و ۲۰ خواهد بود و افزایش مقدار آنها تنها موجب افزایش پیچیدگی محاسباتی و پیچیده‌تر شدن گراف منیفلد می‌شود. همچنین، شکل ۷ نشان‌دهنده‌ی انحراف معیار تغییرات روش‌های تحت بررسی، بر حسب تغییرات k و d است. نمودارهای به‌دست آمده در شکل ۷-ب به همراه شکل ۵، نشان‌دهنده‌ی عمل‌کرد مناسب روش SRML نسبت به تغییرات مقدار k است. شکل ۵ نشان می‌دهد که روش SRML، از کمترین نرخ خطای تشخیص برخوردار بوده و روش LPP، دارای نتایجی نزدیک به آن است. در شکل ۷-ب، به ازای هر k، انحراف معیار مقدار نرخ تشخیص به ازایdهای گوناگون محاسبه گشته و مقدار کم آن، نشان می‌دهد که می‌توان به ازای ابعاد پایین‌تر نیز، به نرخ تشخیص قابل قبولی دست یافت. با توجه به شکل ۷-ب، میزان انحراف معیار مقادیر نرخ خطای تشخیص روش SRML، از مقدار پایینی برخوردار بوده که نشان‌دهنده‌ی حساسیت پایین روش پیشنهادی، به بُعد فضای بازنمایی در فضا با ابعاد پایین است.

همچنین، نمودارهایشکل ۷-الف در کنار شکل ۶ نشان می‌دهد که روش‌هایLPP و SRML مبتنی بر حفظ بازنمایی خطی هر داده، از کمترین متوسط نرخ خطای تشخیص بر حسب dهای گوناگون برخوردار هستند و در عین حال، دارای کمترین میزان تغییرات نرخ تشخیص به ازای تغییر مقدار k هستند. متوسط و انحراف معیار نرخ خطای تشخیص روش SRML پیشنهادی، به ازایdهای بزرگتر از ۵۰ تقریباً ثابت است.

بنابراین، با توجه به شکل‌های ۵ تا۷، با استفاده از روش SRML، می‌توان از کمترین مقادیر k و d، جهت بازنمایی داده‌ها در فضا با ابعاد پایین، بهره بردکه به ترتیب منجر به ساختار گراف منیفلدی تُنک‌تر و کاهش حجم ذخیره‌سازی و پیچیدگی محاسباتی می‌گردند.

۴-۳- نتایج الگوریتم M-SRML پیشنهادی

در این بخش، به مقایسه نتایج حاصل از روش پیشنهادی SRML و روش اصلاح شده‌ی آن، یعنی M-SMRL، می‌پردازیم. نتایج شبیه‌سازی بر روی پایگاه داده‌هایHODA، به ازایk برابر با ۵ و k_t برابر با ۳، ۴ و ۶ و همچنین k برابر با ۱۰ و k_t برابر با ۲ و ۳، در جدول ۶ نشان داده شده است. نتایج به‌دست آمده، نشان‌دهنده‌ی عمل‌کرد تقریباً یکسان و حتی بهتر روش پیشنهادیM-SRML نسبت به روش پیشنهادیSRML در برخی از ابعاد بازنمایی است. برای نمونه، نرخ تشخیص درست در فضا با ابعاد پایین ۳۰، و به ازای k=۳۰ در روش SRML غیرخطی، برابر با ۹۱,۲۶ و به ازای k=۵، $k_t = 6$ و k=۱۰، $k_t = 3$ در روش M-SRML غیرخطی، که دارای گراف منیفلدی با تعداد عناصر متصل به هم یکسان با روش SRML به ازای k=۳۰است، به ترتیب برابر با ۹۱/۹۷ و ۹۱/۲۶ است که برابر و بهتر از نرخ تشخیص درست روش SRML است؛ چراکه به نظر می‌رسد در روش M-SRML، با انتخاب چند داده مشابه، به‌خصوص در مراحل اولیه اجرای الگوریتم، داده‌های هم‌کلاسبیشتری در گراف منیفلد، به یکدیگر متصل خواهند بود. همچنین روش M-SRML به ازای k= ۵، $k_t = 6$ و k=۱۰، $k_t = 3$، به ترتیب، در حدود ۶ و ۳ برابر پیچیدگی محاسباتی را کاهش می‌دهد.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، روش آموزش منیفلدی مبتنی بر بازنمایی تنک معرفی گردیده است. اساسی‌ترین و مهم‌ترین بخش در روش‌های آموزش منیفلد، تشکیل گراف منیفلد در فضای با ابعاد بالا و سعی در حفظ آن در فضای با ابعاد پایین است. در روش پیشنهادی، گراف منیفلدی با استفاده از الگوریتم SRML، که مبتنی بر الگوریتم تعقیب تطبیقی متعامد پیشنهاد شده است، تشکیل می‌گردد. این گراف تنک بوده و از نظر ساختاری به صورت ترکیبی از داده‌های محلی و سراسری است که مبتنی بر نتایج به دست آمده، در استخراج همزمان ویژگی‌های محلی و سراسری منیفلد، از کارایی مناسبی برخوردار است. در واقع، در تشکیل گراف منیفلد، این‌که هر داده با چه داده‌هایی در ارتباط بوده و میزان وابستگی داده با آن‌ها، که توسط ضریب مابین آنها بیان می‌شود، چگونه است، اصل و اساس استخراج ویژگی‌های ساختاری منفیلد است.

در روش پیشنهادی، پس از تشکیل گراف منیفلد، روش خطی مبتنی بر ماتریس نگاشت و روش غیرخطی مبتنی بر حفظ بازنمایی خطی هر داده، جهت استخراج داده‌های تعبیه شده معرفی شده است. همچنین روشی جهت برخورد با داده‌های آزمون و بازنمایی آنها در فضای با ابعاد پایین، معرفی گردیده است. نتایج شبیه‌سازی و مقایسه آن با دیگر روش‌های متداول آموزش منیفلد، بر روی دو پایگاه داده‌های حروف و ارقام دست‌نویس فارسیHODA و IFHCDB، بیانگر کارایی بهتر روش پیشنهادیSRML مبتنی بر معیار نرخ تشخیص درست است. شکل‌های ۵ تا ۷ نیز، نشان‌دهنده‌ی نمودار متوسط و انحراف معیارنرخ خطای تشخیص به ازایkها (تعداد داده‌های متصل به هر داده در گراف) و dهای (بُعد فضای بازنمایی با ابعاد پایین) گوناگون است. بر اساس این نمودارها، به ازایk برابر با ۲۰ و d برابر با ۶۰، الگوریتم SRML بر روی پایگاه داده‌هایHODA از عمل‌کرد مناسبی برخوردار بوده و افزایش d و k کمکی به بهبود نرخ تشخیصدرست نکرده و تنها موجب افزایش پیچیدگی گراف منیفلد خواهد شد.

همچنین روش M-SRML، جهت کاهش میزان پیچیدگی محاسباتی الگوریتم پیشنهادی معرفی گردیده است که نتایج آن بر روی پایگاه داده‌هایHODA نشان داده شده است. نتایج به دست آمده، نشان می‌دهد که با کاهشدرحدود ۶ برابری میزان پیچیدگی محاسباتی، نتایجی مشابه روش SRML قابل حصول است.

بنابر نتایج به‌دست آمده، چگونگی تعریف و تشکیل گراف منیفلد، نقشی اساسی در درک و استخراج داده‌های تعبیه شده داشته و بیان

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.8.8]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.15- No.2-Summer 2018

هرچه بهتر گـراف منیفلـد حاصـل از داده‌هـا در فضـای بـا ابعـاد بـالا، موضوع می‌تواند مورد توجه محققان قرار گیرد.
می‌تواند به بهبود کارایی روش‌های آموزش منیفلد کمک نماید، که این

جدول (۱): کلاس‌بندی حروف دست‌نویس فارسی.

شماره کلاس	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
اعضای کلاس	الف	ب،پ،ت،ث	ج،چ،ح،خ	د،ذ	ر،ز،ژ	س،ش	ص،ض	ط،ظ	ع،غ	ف	ق	ک،گ	ل	م	ن	و	ه	ی

جدول (۲): نرخ تشخیص درست روش‌هایLLE، LEM، LPP، PCA و روش پیشنهادیSRML بر روی پایگاه داده‌هایHODA.

d	k=۱۵					k=۲۰					k=۳۰					PCA
	LPP	LEM	LLE	SRML		LPP	LEM	LLE	SRML		LPP	LEM	LLE	SRML		
				خطی	غیرخطی				خطی	غیرخطی				خطی	غیرخطی	
۱۰	۷۸/۸۵	۷۹/۵۰	۷۵/۷۲	۸۰/۲۱	۸۱/۴۷	**۷۸/۲۲**	**۷۸/۶۷**	**۷۳/۵۷**	**۷۹/۵۹**	**۸۳/۴۷**	۷۷/۵۷	۷۷/۸۱	۷۲/۲۱	۷۷/۵۸	۸۲/۴۲	۸۱/۵۲
۱۲	۸۱/۴۷	۸۰/۵۰	۷۵/۳۹	۸۲/۵۹	۸۵/۲۹	**۸۱/۳۱**	**۸۰/۰۷**	**۷۴/۵۷**	**۸۲/۶۶**	**۶/۹۵**	۸۰/۸۸	۷۸/۸۴	۷۵/۱۱	۸۱/۳۹	۸۶/۳۲	۸۴/۳۰
۱۵	۸۶/۱۷	۸۱/۳۱	۷۸/۰۳	۸۶/۸۰	۸۷/۱۵	**۸۵/۷۳**	**۸۰/۹۲**	**۷۶/۰۹**	**۸۶/۳۹**	**۸۸/۹۷**	۸۵/۵۱	۷۹/۷۹	۷۷/۴۲	۸۴/۸۴	۸۸/۸۸	۸۶/۶۴
۲۰	۸۸/۰۶	۸۱/۸۶	۷۹/۴۸	۸۹/۸۳	۸۷/۹۴	**۸۷/۷۱**	**۸۱/۵۴**	**۷۷/۶۶**	**۸۹/۸۱**	**۹۰/۳۲**	۸۷/۴۹	۸۰/۵۶	۷۹/۷۲	۸۹/۳۶	۹۰/۹۸	۸۸/۰۷
۲۵	۹۰/۰۲	۸۲/۴۵	۷۹/۹۴	۹۱/۱۶	۸۸/۵۷	**۸۹/۸۲**	**۸۱/۷۰**	**۷۸/۷۶**	**۹۰/۷۴**	**۹۰/۳۸**	۸۹/۶۴	۸۰/۸۲	۸۰/۰۱	۸۹/۹۳	۹۱	۸۸/۵۸
۳۰	۹۱/۰۲	۸۲/۹۸	۸۰/۳۹	۹۱/۸۹	۸۹/۳۹	**۹۱/۰۸**	**۸۲/۳۲**	**۸۰/۶۱**	**۹۱/۸۲**	**۹۰/۸۵**	۹۰/۶۳	۸۱/۵۶	۸۱/۰۱	۹۱	۹۱/۲۶	۸۸/۸۴

جدول (۳): نرخ تشخیص درست روش‌هایLLE، LEM، LPP، PCA و روش پیشنهادیSRML بر روی پایگاه داده‌هایIFHCDB.

d	k=۱۵					k=۲۰					k=۳۰					PCA
	LPP	LEM	LLE	SRML		LPP	LEM	LLE	SRML		LPP	LEM	LLE	SRML		
				خطی	غیرخطی				خطی	غیرخطی				خطی	غیرخطی	
۱۰	۸۴/۰۲	۷۹/۷۷	۷۸/۳۹	۸۵/۲۴	۷۷/۳۱	۸۳/۷۰	۷۹/۳۵	۷۹/۶۱	۸۵/۱۷	۷۸/۶۳	۸۳/۱۶	۷۸/۸۱	۷۸/۸۴	۸۴/۳۳	۸۶/۳۱	۸۴/۷۸
۱۲	۸۶/۸۵	۸۰/۱۵	۸۰/۳۴	۸۸/۱۰	۸۰/۳۶	۸۶/۶۷	۷۹/۵۸	۸۰/۴۴	۷۸/۶۸	۷۹/۶۱	۸۶/۲۸	۷۹/۲۱	۷۹/۸۹	۸۶/۹۷	۸۶/۹۱	۸۶/۰۴
۱۵	۸۸/۶۷	۸۰/۷۳	۸۰/۸۰	۹۰/۳۰	۸۱/۶۶	۸۸/۳۱	۸۰/۳۲	۸۱/۲۶	۹۰/۲۴	۸۰/۸۲	۸۷/۹۴	۷۹/۶۲	۸۱/۱۱	۸۹/۲۰	۸۷/۸۵	۸۷/۲۹
۲۰	۹۰/۳۵	۸۱/۷۶	۸۲/۲۶	۹۱/۵۶	۸۳	۹۰/۱۱	۸۱/۳۶	۸۲/۰۳	۹۱/۳۸	۸۲/۴۳	۸۹/۷۳	۸۰/۹۵	۸۲/۴۹	۹۰/۴۲	۸۹/۴۳	۸۸/۰۹
۲۵	۹۱/۲۲	۸۲/۵۰	۸۲/۹۸	۹۲/۶۷	۸۳/۵۰	۹۱/۰۷	۸۱/۶۹	۸۲/۲۲	۹۲/۴۸	۸۳/۴۱	۹۰/۵۴	۸۱/۱۹	۸۳/۵۴	۹۲/۰۱	۸۹/۸۴	۸۸/۵۶
۳۰	۹۱/۸۵	۸۲/۷۶	۸۳/۲۶	۹۳/۳۱	۸۵/۸۶	۹۱/۶۱	۸۲/۳۰	۸۲/۶۱	۹۳/۲۱	۸۵/۵۰	۹۱/۴۱	۸۱/۶۷	۸۳/۸۵	۹۲/۶۸	۹۰/۲۴	۸۸/۸۸

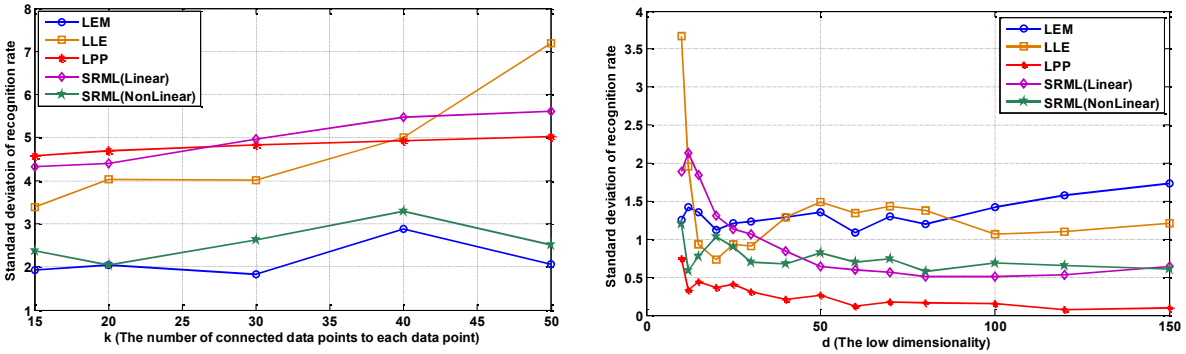
جدول (۴): نرخ تشخیص درستروش‌هایLLE، LEM، LPP، PCA و روش پیشنهادیSRML بر روی پایگاه داده‌هایHODA برای *d* از ۴۰ تا ۱۵۰.

d	k=۱۵					k=۲۰					k=۳۰					PCA
	LPP	LEM	LLE	SRML		LPP	LEM	LLE	SRML		LPP	LEM	LLE	SRML		
				خطی	غیرخطی				خطی	غیرخطی				خطی	غیرخطی	
۴۰	۹۱/۹۴	۸۳/۸۲	۸۲/۲۰	۹۳/۱۶	۸۹/۸۸	۹۱/۸۰	۸۲/۹۳	۸۱/۷۳	۹۲/۹۹	۹۰/۹۵	۹۱/۶۹	۸۱/۹۱	۸۲/۰۸	۹۲/۷۱	۹۱/۴۶	۸۹/۴۴
۵۰	۹۲/۵۴	۸۴/۰۵	۸۲/۶۷	۹۳/۱۷	۸۹/۶۵	۹۲/۴۵	۸۳/۵۶	۸۲/۹۱	۹۲/۹۹	۹۰/۹۹	۹۲/۲۶	۸۲/۶۶	۸۲/۶۶	۹۲/۹۶	۹۱/۴۲	۸۹/۷۲
۶۰	۹۲/۶۹	۸۴/۲۱	۸۳/۲۴	۹۳/۶۱	۸۹/۹۸	۹۲/۵۰	۸۳/۷۱	۸۳/۷۴	۹۳/۶۰	۹۰/۷۹	۹۲/۶۵	۸۲/۵۴	۸۳/۶۷	۹۳/۲۳	۹۱/۶۷	۸۹/۸۱
۷۰	۹۳/۱۸	۸۵/۰۴	۸۴/۰۵	۹۳/۶۴	۹۰/۰۷	۹۲/۹۸	۸۴/۲۰	۸۴/۰۴	۹۳/۶۱	۹۰/۶۸	۸۳/۹۷	۸۳/۳۹	۸۳/۷۹	۹۳/۵۸	۹۱/۸۲	۸۹/۹۴
۸۰	۹۳/۱۹	۸۵	۸۴/۲۵	۹۳/۵۹	۹۰/۳۰	۹۳/۰۲	۸۴/۳۳	۸۴/۲۲	۹۳/۶۳	۹۰/۸۹	۸۳/۲۴	۸۴/۳۸	۸۴/۳۸	۹۳/۴۳	۹۱/۸۱	۹۰/۰۳
۱۰۰	۹۳/۴۴	۸۵/۰۶	۸۵/۱۳	۹۳/۸۱	۹۰	۹۳/۲۱	۸۴/۶۰	۸۵/۲۸	۹۳/۸۵	۹۰/۹۰	۸۳/۴۲	۸۵/۶۴	۸۵/۶۴	۹۳/۶۶	۹۱/۹۴	۹۰/۲۲
۱۲۰	۹۳/۶۱	۸۵/۶۸	۸۵/۶۳	۹۳/۸۸	۸۹/۷۹	۹۳/۶۱	۸۴/۹۱	۸۵/۴۱	۹۳/۷۱	۹۰/۶۵	۸۳/۶۱	۸۵/۶۶	۸۵/۶۶	۹۳/۵۹	۹۱/۵۱	۹۰/۳۰
۱۵۰	۹۳/۷۶	۸۵/۸۹	۸۶/۰۴	۹۳/۸۹	۸۹/۶۷	۹۳/۶۶	۸۵/۲۹	۸۵/۷۶	۹۳/۶۳	۹۰/۶۰	۸۳/۷۶	۸۶/۲۷	۸۶/۲۷	۹۳/۴۲	۹۱/۲۸	۹۰/۴۶

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.8.8]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.15- No.2- Summer 2018

جدول (۵): نرخ تشخیص درست روش‌های LLE، LEM، LPP، PCA و روش پیشنهادی SRML بر روی پایگاه داده‌های HODA به ازای k برابر با ۴۰ و ۵۰ و ابعاد d از ۱۰ تا ۱۵۰.

d	k=۴۰					k=۵۰				
	SRML		LLE	LEM	LPP	SRML		LLE	LEM	LPP
	غیرخطی	خطی				غیرخطی	خطی			
۱۰	۸۲/۰۲	۷۶/۲۷	۷۰/۸۰	۷۶/۸۲	۷۷/۲۰	۸۲/۸۴	۷۵/۲۷	۶۴/۸۵	۷۵/۹۹	۷۶/۷۵
۱۲	۸۵/۶۰	۷۸/۵۹	۷۴/۷۳	۷۸/۰۹	۸۰/۸۱	۸۶/۲۷	۷۷/۴۵	۷۰/۱۱	۷۶/۵۶	۸۰/۵۹
۱۵	۸۷/۳۸	۸۲/۷۵	۷۶/۵۳	۷۸/۸۳	۸۵/۱۴	۸۸/۶۳	۸۲/۲۵	۷۵/۴۳	۷۷/۶۳	۸۴/۹۴
۲۰	۸۹/۹۶	۸۷/۷۹	۷۹/۰۲	۷۹/۷۷	۸۷/۳۹	۸۹/۴۲	۸۶/۵۲	۷۹/۴۰	۷۸/۸۳	۸۶/۹۷
۲۵	۹۰/۹۷	۸۸/۷۶	۸۰/۹۰	۷۹/۷۳	۸۹/۲۹	۹۰/۴۹	۸۸/۲۱	۸۱/۴۷	۷۹/۱۷	۸۸/۸۸
۳۰	۹۱/۱۱	۹۰/۰۹	۸۲/۳۲	۸۰/۴۸	۹۰/۴۵	۹۱/۱۸	۸۹/۱۱	۸۲/۶۳	۷۹/۵۵	۹۰/۳۱
۴۰	۹۱/۸۴	۹۲/۰۵	۸۳/۶۶	۸۱/۰۹	۹۱/۷۵	۹۱/۴۵	۹۰/۸۴	۸۵/۱۸	۸۰/۱۹	۹۱/۳۳
۵۰	۹۱/۹۵	۹۲/۲۸	۸۴/۸۰	۸۱/۶۷	۹۲/۱۵	۹۱/۷۸	۹۱/۴۵	۸۶/۳۸	۸۰/۲۸	۹۱/۷۸
۶۰	۹۱/۷۸	۹۲/۶۸	۸۵/۶۴	۸۱/۹۰	۹۲/۴۱	۹۱/۶۶	۹۲/۰۵	۸۶/۷۱	۸۱/۲۹	۹۲/۳۹
۷۰	۹۱/۹۳	۹۲/۷۱	۸۵/۷۰	۸۱/۹۲	۹۲/۸۵	۹۱/۷۷	۹۲/۲۸	۸۷/۵۳	۸۱/۶۵	۹۲/۶۷
۸۰	۹۱/۷۰	۹۲/۸۶	۸۵/۹۷	۸۲/۳۳	۹۲/۸۸	۹۱/۵۷	۹۲/۳۰	۸۷/۷۳	۸۱/۷۱	۹۲/۷۵
۱۰۰	۹۱/۶۱	۹۳/۰۲	۸۶/۷۹	۸۲/۲۵	۹۳/۰۱	۹۱/۵۶	۹۲/۵۵	۸۷/۹۳	۸۱/۷۷	۹۳/۱۳
۱۲۰	۹۱/۳۹	۹۳/۰۵	۸۶/۸۲	۸۲/۸۸	۹۳/۵۱	۹۱/۳۸	۹۲/۴۲	۸۸/۳۴	۸۲/۴۱	۹۳/۴۲
۱۵۰	۹۱/۳۴	۹۲/۶۶	۸۷/۷۱	۸۳/۱۷	۹۳/۵۵	۹۰/۹۴	۹۲/۱۸	۸۸/۹۴	۸۲/۷۷	۹۳/۶۴



(الف) (ب)

شکل (۷): نمودار انحراف معیار نرخ تشخیص درست(الف) بر حسب d و (ب) بر حسب k بر روی پایگاه داده‌های HODA.

جدول (۶): میزان نرخ تشخیص درست با استفاده از الگوریتم M-SRML بر روی پایگاه داده‌های HODA.

d	k=۵						k=۱۰			
	$k_t=۳$		$k_t=۴$		$k_t=۶$		$k_t=۲$		$k_t=۳$	
	غیرخطی	خطی	غیرخطی	خطی	غیرخطی	خطی	غیرخطی	خطی	غیرخطی	خطی
۱۰	۷۷/۷۸	۷۶/۷۹	۸۱/۷۸	۷۶/۳۱	۸۳/۲۴	۷۴/۲۲	۸۲/۲۴	۷۷/۲۶	۸۳/۰۴	۷۴/۹۳
۱۲	۸۲/۵۱	۸۲/۲۴	۸۴/۹۱	۸۲/۲۵	۸۶/۵۷	۸۱/۱۶	۸۴/۱۸	۸۱/۱۷	۸۷/۰۹	۷۹/۶۵
۱۵	۸۶/۰۲	۸۵/۷۹	۸۷/۳۴	۸۵/۸۸	۸۹/۴۰	۸۵/۶۳	۸۷/۲۴	۸۶/۲۶	۸۹/۲۰	۸۴/۶۴
۲۰	۸۷/۹۳	۸۹/۸۶	۸۹/۶۰	۸۹/۷۷	۹۱/۴۰	۸۹	۸۸/۵۰	۸۹/۸۴	۹۰/۷۹	۸۸/۶۷
۲۵	۸۸/۹۶	۹۱/۳۹	۹۱	۹۱/۳۱	۹۱/۷۸	۹۰/۶۴	۸۹/۰۳	۹۱/۴۴	۹۰/۹۳	۸۹/۹۲
۳۰	۸۹/۵۷	۹۱/۸۹	۹۰/۹۸	۹۱/۶۴	۹۱/۹۷	۹۱/۴۶	۸۹/۸۰	۹۲/۱۴	۹۱/۲۶	۹۱/۴۷

مراجع

[۱] رحمتی مریم، اصغری بجستانی محمدرضا،"ارائه روشی برای حذف خطای نوارشدگی در تصاویر سنجنده های آرایه خطی"، مجله مهندسی برق و الکترونیک ایران،جلد ۱۳ شماره ۲، ص.۹۳-۱۰۲، ۱۳۹۵.

[۲] پارسا پویا، صفابخش رضا،"روش جدید تقطیع تصویر برمبنای خوشه‌بندی فازی مبتنی بر تکامل تفاضلی چندهدفه"، مجله مهندسی برق و الکترونیک ایران،جلد ۱۳ شماره ۲، ص.۱۰۳-۱۱۴، ۱۳۹۵.

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.8.8]

Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.15- No.2-Summer 2018

[۳] کامران رحیم، نظام آبادی پور حسین، سریزدی سعید،"ترمیم تصاویر رنگی با نواحی مخدوش بزرگ براساس تجزیهتصویربه مولفه های بافت و ساختار"، مجله مهندسی برق و الکترونیک ایران،جلد ۸ شماره ۲،ص. ۱۳-۲۴، ۱۳۹۰.

[4] Meng, L., Breitkopf, P., Le Quilliec, G., Raghavan, B., Villon, P.,"Nonlinear shape-manifold learning approach: concepts, tools and applications",Archives of Computational Methods in Engineering, pp. 1-21, 2016.

[5] He, X., Yan, S., Hu, Y., Niyogi, P., Zhang, H. J., "Face recognition using laplacianfaces",IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence,Vol. 27No. 3, pp. 328-340, 2005.

[6] Cai, D., He, X., Han, J., Zhang, H. J., "Orthogonal laplacianfaces for face recognition",IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 15, No. 11, pp. 3608-3614, 2006.

[7] He, X., Niyogi, P., "Locality preserving projections",Advances in Neural Information Processing Systems,Vol. 16, 2003.

[8] Jing, D., Li, B.,"Distance-weighted manifold learning in facial expression recognition", InIndustrial Electronics and Applications (ICIEA), 2016 IEEE 11th Conference on, pp. 1771-1775, 2016.

[9] Lokare, N., Qian G., Wesley S., Zoe J., Sky A., Edgar L.,"Manifold learning approach to curve identification with applications to footprint segmentation", InComputational Intelligence for Multimedia, Signal and Vision Processing (CIMSIVP), 2014 IEEE Symposium on, pp. 1-8, 2014.

[10] Ma, L., Melba M. C., Xiaoquan Y., Yan G., "Local-manifold-learning-based graph construction for semisupervised hyperspectral image classification",IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vol53, No. 5, pp. 2832-2844, 2015.

[11] Saul, L. K., Roweis, S. T., "Think globally, fit locally: unsupervised learning of low dimensional manifolds",Journal of Machine Learning Research,Vol 4, pp. 119-155, 2003.

[12] Zhang, Z., Zha, H., "Principal manifolds and nonlinear dimensionality reduction via tangent space alignment",SIAM Journal on Scientific Computing, Vol. 26, No. 1, pp. 313-338, 2004.

[13] Belkin, M., Niyogi, P.,"Laplacian eigenmaps for dimensionality reduction and data representation",Neural Computation, Vol. 15, No. 6, pp. 1373-1396, 2003.

[14] Hinton, G., Roweis, S., "Stochastic neighbor embedding", Advances in Neural Information Processing Systems, Vol. 15, pp. 833-840, 2002.

[15] Donoho, D. L., Grimes, C.,"Hessian eigenmaps: locally linear embedding techniques for high-dimensional data",Proceedings of the National Academy of Sciences, Vol. 100, No. 10, pp. 5591-5596, 2003.

[16] Borg, I., Groenen, P. J., "Modern multidimensional scaling: theory and applications", Journal of Educational Measurement, Vol. 40, No. 3, pp. 277-280, 2003.

[17] Weinberger, K. Q., Saul, L. K., "An introduction to nonlinear dimensionality reduction by maximum variance unfolding",AAAI Conference on Artificial Intelligence,Vol. 6, pp. 1683-1686, 2006.

[18] Tenenbaum, J. B., De Silva, V., Langford, J. C., "A global geometric framework for nonlinear dimensionalityreduction",Science,Vol. 290, No. 5500, pp. 2319-2323,2000.

[19] Abdi, H., Williams, L. J.,"Principal component analysis",Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics, Vol. 2, No. 4, pp. 433-459, 2010.

[۲۰] آتشبار محمود، کهائی محمدحسین،"**جهت یابی چند گوینده با استفاده از روش WCSSDOA**."، مجله مهندسی برق و الکترونیک ایران،جلد ۱۳، شماره ۲، ص. ۶۱-۷۴، ۱۳۹۵.

[21] Cai, T. T., Wang, L., "Orthogonal matching pursuit for sparse signal recovery with noise",IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 57, No. 7, pp. 4680-4688, 2011.

[22] Bengio, Y., Paiement, J. F., Vincent, P., Delalleau, O., Le Roux, N., Ouimet, M.,"Out-of-sample extensions for LLE, Isomap, MDS, eigenmaps, and spectral clustering", Advances in Neural Information Processing Systems, Cambridge, MA, MIT Press,Vol. 1, pp. 177-184, 2003.

[23] Hossein Khosravi, Ehsanollah Kabir., "Introducing a Very Large Dataset of Handwritten Farsi Digits and a Study on their Varieties", Pattern Recognition Letters, Vol. 28, No. 10, pp. 1133–1141, 2007.

[24] Mozaffari, S., Faez, K., Faradji, F., Ziaratban, M., Golzan, S. M.,"A comprehensive isolated Farsi/Arabic character database for handwritten OCR research",In10th International Workshop on Frontiers in Handwriting Recognition. Suvisoft, pp. 385-389, 2006.

[25] Salimi, H., Giveki, D., "Farsi/Arabic handwritten digit recognition based on ensemble of SVD classifiers and reliable multi-phase PSO combination rule",International Journal on Document Analysis and Recognition (IJDAR),Vol. 16, No. 4, pp. 371-386, 2013.

[26] Sajedi, H.,"Handwriting recognition of digits, signs, and numerical strings in Persian",Computers & Electrical Engineering, Vol. 49, No.1, pp. 52-65, 2016.

[27] Parseh, M. J., Meftahi, M., "A New Combined Feature Extraction Method for Persian Handwritten Digit Recognition",International Journal of Image and Graphics, Vol. 17, No. 2, 2017.

[28] Parvin, H., Alizadeh, H., "Classifier ensemble based class weightening", American Journal of Scientific Research, Vol 19, pp. 84-90, 2011.

[29] Niya A. M., Sajed H., "Recognition of individual handwritten letters of the Farsi language using a decision tree", International Journal of Computer Application, Vol. 55, No. 5, pp. 7–11, 2012.

[30] Arbain, N. A., Azmi, M. S., Melhem, L. B., Kamilah, A., "Enhancement of Triangle Coordinates For Triangle Features For Better Classification", Jordanian Journal of Computers and Information Technology, Vol. 2, No. 2, pp. 107-118, 2016.

[31] Liu, C. L., Suen, C. Y., "A new benchmark on the recognition of handwritten Bangla and Farsi numeral characters", Pattern Recognition, Vol. 42, No. 12, pp. 3287-3295, 2009.

[32] Moradi, M., Eshghi, M., Shahbazi, K., "A trainless recognition of handwritten Persian/Arabic letters using primitive elements", International Journal of Computer Applications, Vol. 142, No. 11, 2016.

[33] Serre, T., Riesenhuber, M., "Realistic modeling of simple and complex cell tuning in the HMAX model, and implications for invariant object recognition in cortex", Technical Report CBCL Paper 239 / AI Memo 2004-017, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, July 2004.

[34] Borji A, Hamidi M, Mahmoudi F,"Robust handwritten characterrecognition with features inspired by visual ventral stream", Neural ProcessLetter, Vol. 28, pp. 97–111, 2008.

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.8.8]

زیرنویس‌ها

[1] Locality Preserving Projection
[2] Orthogonal LPP
[3] Lokare
[4] Semi Supervised
[5] Hyper Spectral
[6] Locally Linear Embedding
[7] Local Tangent Space Alignment
[8] Laplacian Eigenmap
[9] Stochastic Neighborhood Embedding
[10] Hessian LLE
[11] Multidimensional Scaling
[12] Maximum Variance Unfolding
[13] Principal Component Analysis
[14] Orthogonal Matching Pursuit
[15] K-nearest neighbors
[16] ε-ball
[17] MatchingPursuit
[18] Over Complete
[19] Sparse Representation based Manifold Learning
[20] Local invariance layer
[21] Intermediate feature layer

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.8.8]