# افزایش تفکیک‌پذیری تصویر با استفاده از مدل لبه‌ی تحلیلی

صادق کلانتری[1] محمد جواد عبدالهی فرد[2] صادق احمدی[3]

۱- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی برق- گروه کنترل- دانشگاه تفرش - تفرش- ایران
sadeghkalantari@tafreshu.ac.ir

۲- استادیار، دانشکده مهندسی برق- گروه الکترونیک- دانشگاه تفرش - تفرش - ایران
mj.abdollahi@tafreshu.ac.ir

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی برق- گروه الکترونیک- دانشگاه تفرش - تفرش- ایران
sadahmadi1368@yahoo.com

**چکیده:** در این مقاله قصد داریم با فرض در اختیار داشتن تنها یک تصویر با تفکیک‌پذیری کم، تصویر معادلی که تفکیک‌پذیری بالاتری دارد را بدست آوریم. به این مساله در اصطلاح سوپررزولوشن گفته می‌شود. نظر به اینکه تعداد مجهولات این مساله نسبت به تعداد معلومات به مراتب بیشتر است، درحالت عادی بی‌نهایت جواب موجود خواهد بود. برای حل مشکل، در این مقاله مدلی برای توصیف پنجره‌های تصویر ارائه شده‌است که می‌تواند فضای جواب را محدود کند. ایده اصلیِ به کارگرفته شده در مدل‌سازی آن است که در ابعادِ به اندازه‌ی کافی کوچک، پنجره‌های تصویر معمولا تنها حاوی یک لبه‌ی خطی هستند. یک مدل تحلیلی با پنج پارامتر برای مدل کردن این رفتار ارائه شده است. با بهره‌گیری از این مدل، تعداد موثر مجهولات به شدت کاهش داده شده و تخمین پارامترها با استفاده از معلومات مساله امکان‌پذیر می‌شود. فرمول‌بندی ساده و تحلیلیِ این مدل سبب می‌شود که بتوان مساله‌ی افزایش تفکیک‌پذیری تصویر را به یک مساله‌ی بهینه‌سازیِ محدب تبدیل کرده و با بهره‌گیری از روش شناخته شده‌ی نزول گرادیانی به شکل موثری آن را حل نمود. نتایج آزمایش‌ها بر روی تصاویر تست استاندارد نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی معیار کمّی **PSNR** (بیشینه نسبت سیگنال به نویز) را در مقایسه با سایر روش‌های مبتنی بر درون‌یابی، حدود ۰٫۵ تا ۴ دسی‌بل افزایش می‌دهد.

**کلمات کلیدی:** افزایش تفکیک‌پذیری تصویر، مساله معکوس، مدل خمینه لبه‌ای تحلیلی.

---

**تاریخ ارسال مقاله:** ۱۳۹۵/۰۹/۱۶
**تاریخ پذیرش مشروط مقاله:** ۱۳۹۶/۰۲/۳۱
**تاریخ پذیرش مقاله:** ۱۳۹۶/۰۴/۱۲
**نام نویسنده‌ی مسئول:** دکتر محمد جواد عبدالهی فرد
**نشانی نویسنده‌ی مسئول:** ایران – تفرش – دانشگاه تفرش – دانشکده‌ی مهندسی برق

[ Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20 ]
[ DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.5.5 ]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.15- No.2-Summer 2018

## ۱- مقدمه

در بسیاری از کاربردها از جمله تصویربرداری توسط رادار روزنه مصنوعی، تصویربرداری پزشکی، نظارت ویدئویی و غیره، مسئله افزایش تفکیک‌پذیری و کیفیت تصویر موضوع بسیار مهمی است [۳-۱]. با پیشرفت مداوم فناوریِ ساخت و کوچک‌سازی حسگرها و ادوات نوری، تفکیک‌پذیری تصاویر دیجیتال روزبه‌روز در حال افزایش است. ولی جزییات دنیای اطراف ما بی‌نهایت زیاد است. لذا هر قدر هم که تفکیک‌پذیری در یک تصویر بالا باشد، بازهم این تمایل و نیاز وجود دارد که بدون ایجاد هزینه سخت‌افزاری اضافی و تنها بر اساس تکنیک‌های پردازش سیگنال، جزییات بیشتری از تصاویر مشخص شود. به عنوان مثال هرچند دوربین‌های نصب شده روی ماهواره‌ها معمولا از بالاترین سطح فناوری بهره‌مند هستند، ولی همچنان جزییات بسیار مهمی از سطح زمین از دید این دوربین‌ها مخفی است. این مساله به طریق اولی برای دوربین‌های شخصی و نظارتی که قیمت و کیفیت پایین‌تری دارند نیز وجود دارد.

در این مقاله، فرض بر آن است که یک تصویر دیجیتال با تفکیک‌پذیری پایین (LR[۱]) به عنوان ورودی در اختیار است و قصد داریم نسخه‌ای از آن با تفکیک‌پذیری بالاتر (HR[۲]) را به دست آوریم. این مساله در اصطلاح سوپررزولوشن[۳] خوانده می‌شود. مساله‌ی سوپررزولوشن ابتدا توسط Tsai و Huang در سال ۱۹۸۰ مورد مطالعه قرارگرفت [۴]. پس از آن، روش‌های گوناگونی در چهار دهه‌ی اخیر پیشنهاد گردیده است که در ادامه به مرور برخی از آنها می‌پردازیم.

یک رویکرد مهم برای حل مساله سوپررزولوشن، استفاده از روش‌های مبتنی بر درون‌یابی است. روش‌های مبتنی بر درون‌یابی اغلب از یک تابع پایه برای بازسازی نقاط خالیِ شبکه‌ی منظمِ متناظر با تصویر HR، استفاده می‌نمایند. سادگی و پیچیدگی محاسباتی کم مهم‌ترین مزیت این دسته از روش‌هاست. از این میان، درون‌یابی نزدیک‌ترین همسایه که یک درون‌یابی مرتبه‌ی صفر است، ساده‌ترین و سریع‌ترین روش به شمار می‌رود. در این روش، هر پیکسل مجهول با مقدار موجود در نزدیک‌ترین همسایگی‌اش پر می‌شود. اشکال عمده آن است که تصاویر حاصل هموار خود را از دست داده و حالت شطرنجی (دندانه دندانه) پیدا می‌کنند.

روش‌های درون‌یابی از مراتب بالاتر (مانند درون‌یابی دوخطی و مکعبی)، برای تخمین مقادیر مجهول از تعداد بیشتری از همسایه‌ها استفاده کرده و به این ترتیب اثر شطرنجی درون‌یابی نزدیک‌ترین همسایه را حذف می‌کنند [۵،۴]. در میان روش‌های درون‌یابی خطی‌ای که برای حل مساله سوپررزولوشن مورد استفاده قرار گرفته‌اند، درون‌یاب دومکعبی SPLINE تا کنون بهترین نتایج را ارائه داده است [۷،۶]. مشکل اصلی این روش‌ها آن است که معمولا باعث ایجاد ماتی در محل لبه‌های تصویر می‌شوند.

برای کاهش این مشکل، روش‌های درون‌یابی جهتی در هر نقطه ابتدا جهتی را مشخص می‌کنند که در آن جهت تصویر منظم است (تغییرات حداقلی دارد). سپس از نظم هندسی ساختارهای تصویر در این جهتِ خاص، برای درون‌یابی تطبیقی داده‌ها در هر نقطه استفاده می‌کنند [۱۰-۸]. در محل لبه‌ها جهت درون‌یابی باید موازی لبه باشد. به این منظور این روش‌ها معمولا از آشکارسازهای لبه و عملگر گرادیان برای تعیین جهت درون‌یابی استفاده می‌کنند. این روش‌ها نسبت به درون‌یابی غیرتطبیقی کیفیت لبه‌ها را بهتر حفظ می‌کنند.

در روش NEDI[۴] ابتدا ضرایب کوواریانس تصویر LR تخمین زده می‌شوند [۸]. سپس با استفاده از دوگانگی هندسی بین کوواریانس تصویر LR و تصویر HR، درون‌یابی انجام شده و تصویر HR بدست می‌آید. در [۱۱] پس از بررسی مجموعه‌ای از روش‌های رگرسیون، از رگرسیون هسته (KR[۵]) برای رفع نویز و افزایش تفکیک‌پذیری تصویر استفاده شده است. در روش SME[۶] با توجه به توزیع‌های پیشین مختلف و با کمینه‌کردن نرم $l_1$، یک کلاس از تخمین‌گرهای مساله‌ی معکوس محاسبه می‌گردد که نمایش تنکی[۷] از سیگنال را بوجود می‌آورند. در این روش، درون‌یابی‌های جهتی تطبیقی، بر روی یک چارچوب موجک محاسبه شده و تصویر HR را بوجود می‌آورند [۱۲].

سوپررزولوشن یک مساله‌ی به شدت بدحالت[۸] است. علت آن است که تعداد مجهولات آن (تعداد پیکسل‌های تصویر هدف) از تعداد معلوماتش (تعداد پیکسل‌های تصویر LR) بسیار بیشتر است. چنین مساله‌ای در حالت عادی بی‌نهایت جواب دارد. اما از این میان، تنها تعداد کمی از جواب‌ها به لحاظ بصری قابل قبول هستند. برخی از روش‌ها تلاش می‌کنند با بهره‌گیری از دانش اولیه‌ای که در مورد رفتار تصاویر طبیعی وجود دارد، مدلی برای توصیف رفتار تصاویر فرموله کنند. سپس از بین جواب‌های مساله، جواب‌هایی که با مدل هماهنگی بیشتری دارند را تقویت می‌کنند [۱۵-۱۳]. به عنوان مثال مدل به کارگرفته شده در مرجع [۱۳] فرض می‌کند که تصاویر تکه‌ای هموار هستند (از بخش‌های هموار تشکیل شده‌اند). با توجه به آنکه در هر تصویر معمولا تعداد معدودی شیء وجود دارد و اغلب اشیاء رفتار درونی هموار دارند (یا از اجزایی با رفتار درونی هموار تشکیل شده‌اند)، این فرض در بسیاری از تصاویر منجر به نتایج خوبی می‌شود. ولی در تصاویری که بافت‌های پیچیده و نوسانی دارند این روش‌ها قادر نیستند نتایج خوبی ارائه دهند.

روش‌های مبتنی بر یادگیری، دسته دیگری از روش‌های افزایش تفکیک‌پذیری را تشکیل می‌دهند [۱۸-۱۶]. این روش‌ها یک مرحله‌ی پیش‌پردازش دارند که معمولا به لحاظ محاسباتی بسیار سنگین و زمان‌بر است. در این مرحله، با در اختیار داشتن تعداد بسیار زیادی از تصاویر آموزشی در دو نسخه‌ی LR و HR، تلاش می‌شود رابطه‌ی بین

[ Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20 ]
[ DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.5.5 ]

پنجره‌های متناظر تصاویر مدل شود. سپس از این مدل برای افزایش تفکیک‌پذیری در تصاویر جدید استفاده می‌شود. در [۱۶] به جای مدل‌سازی از جستجوی مستقیم در تصاویر آموزشی استفاده شده است. این روش هرچند در مرحله پیش‌پردازش بار محاسباتی کمی دارد، ولی زمان بسیار زیادی را برای حل مساله‌ی سوپررزولوشن نیاز دارد. در [۱۷] با فرض آنکه عامل تاثیرگذار در کیفیت تصاویر عمدتا لبه‌ها هستند، تلاش شده رابطه‌ی بین پروفایل گرادیان در تفکیک‌پذیری‌های مختلف مدل شود. این کار حجم محاسبات را تا حدود زیادی کاهش می‌دهد.

در [۱۸] در مرحله پیش‌پردازش یک واژه‌نامه بر مبنای داده‌های آموزشی ایجاد می‌شود به نحوی که پنجره‌های تصویر آموزشی در آن نمایش تُنُکی داشته باشند. در مرحله بعد، از این واژه‌نامه برای بازسازی پنجره‌های تصویر HR مورد نظر استفاده می‌شود. هرچند این واژه‌نامه نسبت به دادگان نمونه‌ایِ به کارگرفته شده در [۱۶] بسیار کوچکتر است، ولی همچنان بررسی آن نیازمند صرف توان محاسباتی بالایی است. به طور خلاصه می‌توان گفت روش‌های مبتنی بر یادگیری در مقایسه با سایر روش‌ها هزینه محاسباتی بالاتری دارند و به تبع به نتایج بهتری نیز منجر می‌شوند.

مدل به کارگرفته شده در این مقاله یک ساختار تحلیلی دارد و به سادگی می‌توان گرادیان آن را نسبت به پارامترها به صورت تحلیلی محاسبه کرد. با بهره‌گیری از این مزیت، کمینه‌سازی تابع هدف با چند تکرار الگوریتم نزول گرادیانی قابل انجام است. این در حالی است که روش‌های مبتنی بر واژه‌نامه (مانند روش‌های [۱۸،۱۰])، در هر پنجره باید صدها تا هزاران مقایسه انجام دهند ( به عنوان مثال در [۱۸] بهترین نتایج به ازای واژه‌نامه‌ای با ۲۰۴۸ اتُم به دست آمده است). از طرفی چنانچه در آزمایش‌ها نشان داده خواهد شد این روش در مقایسه با روش‌های مبتنی بر درون‌یابی دقت بهتری را ارائه می‌کند. مقایسه‌ی نتایج با الگوریتم‌هایBICUBIC SPLINE، NEDI، KR و SME نشان می‌دهد که الگوریتم ارائه شده عملکرد مناسبی دارد.

ادامه مقاله به این صورت سازمان‌دهی شده است: در بخش دوم، اصول مدل به کار گرفته شده توضیح داده خواهد شد. در بخش سوم الگوریتم پیشنهادی برای افزایش تفکیک‌پذیری تصاویر ارائه می‌گردد. دربخش چهارم نتایج و آزمایش‌های صورت گرفته بر روی تصاویر مختلف ارائه می‌گردد و نتایج با چند الگوریتم سوپررزولوشن مقایسه می‌شود. در نهایت در بخش پنجم نتیجه‌گیری صورت می‌پذیرد.

## ۲- مدل لبه‌ای

اگر نسخه‌ی بُرداری شده‌ی یک پنجره از تصویر LR را با $\boldsymbol{r} \in \mathbb{R}^m$ و نسخه‌ی بُرداری شده‌ی پنجره متناظر از تصویر HR را با $\boldsymbol{p} \in \mathbb{R}^n$ نمایش دهیم ( $n > m$)، آنگاه رابطه‌ی زیر بین این دو برقرار خواهد بود [۱۶]:

$$r = S\boldsymbol{p} + v. \qquad (۱)$$

که در آن $v$ نشان دهنده نویز است. $S$ نیز یک ماتریس غیرمربعی است که همزمان کار اعمال فیلتر پایین‌گذر و زیرنمونه‌برداری[۹] را انجام می‌دهد. این رابطه از این حقیقت ناشی می‌شود که تصویر LR در واقع حاصل اعمال یک فیلتر پایین‌گذرِ ضدبدنمایی[۱۰] و سپس زیرنمونه‌برداری از تصویر HR است. چنانچه پیش‌تر ذکر شد، اگر بر اساس تعریف مساله‌ی سوپررزولوشن، $\boldsymbol{r}$ را معلوم و $\boldsymbol{p}$ را مجهول در نظر بگیریم، معادله فوق یک معادله بدحالت خواهد بود که بدون استفاده از اطلاعات پیشین (مدل) غیرقابل حل است.

مولفان این مقاله، پیش‌تر در مراجع [۲۰،۱۹] مدل لبه‌ی تحلیلی را برای توصیف رفتار تصاویر دودویی معرفی کرده‌اند. در این مدل فرض برآن است که در هر پنجره از یک تصویر دودویی که به اندازه کافی کوچک باشد حداکثر یک لبه‌ی خطی وجود دارد. برای مدل کردن این لبه از تابع سیگموئید[۱۱] استفاده شد. در زمین‌شناسی تصاویر دودویی می‌توانند نشانگر یک میدان باشند که بر اساس معیاری خاص به دو دسته تقسیم شده‌اند (مثلا به لحاظ تخلخل به دودسته‌ی متخلخل و نامتخلخل تقسیم شده‌اند [۱۹]). در [۲۰،۱۹] نشان داده شد که با فرض در اختیار داشتن حداقل ٪۳-۲ از پیکسل‌های یک تصویر دودویی (در محل‌های تصادفی)، این مدل می‌تواند برای بازسازی ٪۹۸-۹۷ باقی‌مانده‌ی تصویر به شکل موثری به کار گرفته شود.

در این مقاله تلاش شده است از مدل مذکور برای حل مساله‌ی سوپررزولوشن استفاده شود. بر خلاف مساله‌ی مطرح شده در مرجع [۱۹]، در مساله‌ی سوپررزولوشن مشاهدات زیرمجموعه‌ای از تصویرِ هدف نیستند، بلکه با تصویر هدف رابطه‌ای خطی مشابه رابطه‌ی (۱) دارند. از طرفی، مشکل تابع سیگموئید آن است که تنها می‌تواند گذار بین صفر و یک را مدل کند و لذا تنها به تصاویر دودویی قابل اعمال است. در این مقاله، ابتدا با نگاشت مقادیر هر پنجره از تصویر به بازه [۱-،۰]، پنجره‌ها به نحوی نرمالیزه می‌شوند که با تابع سیگموئید قابل مدل‌سازی باشند. سپس تابع هدف به نحوی تعریف می‌شود که پنجره‌های تصویر HR را، علاوه بر هماهنگی با داده‌های تصویر LR، به تطابق با مدل ترغیب کند. به طور خلاصه می‌توان گفت نوآوری این مقاله، به کار گیری مدل لبه‌ی تحلیلی (که پیشتر توسط مولفان ارائه شده است) برای حل مساله‌ی سوپررزولوشن و اعمال اصلاحات لازم به این مدل جهت هماهنگی با مساله‌ی مورد نظر است.

در این مقاله، مساله‌ی افزایش تفکیک‌پذیری تصویر (محاسبه $\boldsymbol{p}$ در رابطه‌ی (۱)) به صورت یک مساله‌ی بهینه‌سازی درمی‌آید. در این مساله، پیکسل‌های تصویر LR به عنوان مشاهدات در نظر گرفته می‌شوند. با استفاده از این مشاهدات باید کل پیکسل‌های تصویر HR بازسازی شوند. به عنوان مثال اگر قرار باشد تفکیک‌پذیری تصویر دو برابر افزایش داده شود، تعداد پیکسل‌های تصویر هدف، حدود چهار برابر تعداد پیکسل‌های تصویر اولیه خواهد بود. این مساله به سبب آنکه تعداد معلوماتش از تعداد داده‌هایش کمتر است، یک مساله‌ی

[ Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20 ]
[ DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.5.5 ]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.15- No.2-Summer 2018

زیرمعین[۱۲] نامیده می‌شود. مسائل زیرمعین در حالت کلی بی‌نهایت جواب دارند. برای محدود کردن فضای جواب‌ها و جبران نمودن کمبود مشاهدات، از یک مدل استفاده می‌گردد. جواب‌های این مساله، علاوه بر سازگار بودن با مشاهدات، باید در فضای مدل نیز بگنجند. همانطور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، پنجره‌های ۲۰×۲۰ که به صورت تصادفی از تصویر PEPPERS استخراج شده است، عموما از یک لبه‌ی خطی ساخته شده‌اند.

حتی اگر تصویر ساختار پیچیده‌تری داشته باشد، باز هم با انتخاب اندازه‌ی مناسب برای پنجره‌ها، این فرض برای غالب پنجره‌های تصویر برقرار خواهد بود. درصورتی که بتوان این لبه‌ها را مدل کرد، گام بزرگی در افزایش تفکیک‌پذیری تصویر برداشته شده‌است.

## ۲-۱- مدل لبه خطی

همانطور که شکل ۱ (الف) نشان می‌دهد، تصاویر طبیعی معمولا تکه‌ای هموار هستند، به این معنی که می‌توان آن‌ها را به قطعه‌های جداگانه‌ی هموار افراز (قطعه بندی) کرد. در این تصاویر، در درون هر قطعه تغییرات شدت روشنایی کم است و در مرز دو قطعه تغییر سریعی (لبه تندی) وجود دارد. در این مقاله مشابه [۲۰،۱۹] برای مدل کردن گذارهای تیز موجود در تصاویر، از یک مدل لبه‌ی تحلیلی استفاده شده‌است. مدل کردن این لبه‌ها با استفاده از یک تابع سیگموئید مطابق رابطه‌ی (۲) انجام خواهد شد:



(الف)

(ب)

**شکل (۱): (الف) تصویر PEPPERS ، (ب) پنجره‌های تصادفی ۲۰×۲۰ استخراج شده از شکل الف.**

$$g(z)=\frac{1}{1+e^{-z}}. \qquad (۲)$$

همانگونه که در شکل ۲ (الف) مشاهده می‌شود، مقدار تابع سیگموئید برای $z<<0$ برابر با صفر و برای $z>>0$ برابر با یک است. در این تابع، انتقال از صفر به یک در حوالی $z=0$ رخ می‌دهد.

اگر $x=[x_1,x_2]^T$ یک بردار مکان در یک فضای دو بعدی باشد، با تعریف $\hat{x}$ به صورت $\hat{x}=[1,x_1,x_2]^T$، مدل لبه به صورت $f(x;w)=g(w^T\hat{x})$ تعریف می‌شود. در این مدل $w=[w_0,w_1,w_2]^T$ یک بردار وزنی است. اگر $f(x;w)$ را به ازای مقادیر مختلف $x$ (در یک شبکه‌ی کوچک منظم) و مقادیر مشخصی برای پارامترهای $w_0,w_1,w_2$ رسم کنیم، پنجره‌هایی مشابه آنچه در شکل ۲ (ب) نشان داده شده است به دست می‌آید. این پنجره‌ها معمولا مرکب از دو ناحیه تیره و روشن هستند و گذار بین این دو ناحیه در خطی با معادله $w_0+w_1x_1+w_2x_2=0$ اتفاق می‌افتد. واضح است که با تغییر مقادیر $w_i$ها می‌توان شیب و عرض از مبدا این خط را کنترل کرد. بعلاوه، هر چند با ضرب کردن $w_i$ها در یک عدد ثابت معادله‌ی خط تغییر نخواهد کرد، اما میزان تندی لبه (سرعت گذار از صفر به یک) از این طریق قابل کنترل خواهد بود. توجه داشته باشید که با انتخاب مناسب $w_i$ها می‌توان پنجره‌های کاملا سفید یا کاملا سیاه نیز تولید کرد (کافی است خط خارج از پنجره قرار داده شود).

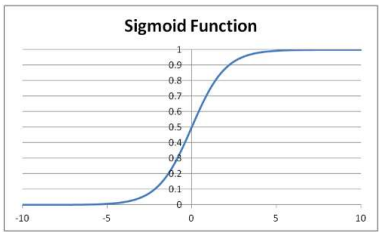
در [۱۹] از این مدل برای توصیف رفتار پنجره‌های تصاویر زمین‌شناسی دودسته‌ای (دودویی) استفاده شد. اما برای کار کردن با تصاویر سطح خاکستری لازم است از مدلی استفاده شود که بتواند گذار بین هر دو سطح دلخواهی را مدل کند. در مساله‌ی سوپررزلوشن، می‌توان با بهره‌گیری از داده‌های تصویر LR تخمینی از کمینه و بیشینه مقادیر هر پنجره بدست آورد. سپس از این مقادیر برای نگاشت مقادیر هر پنجره به بازه [۰،۱] استفاده می‌شود. در این مقاله تلاش شده است با بهره‌گیری از این ایده، مدل لبه‌ی تحلیلی به حل مساله‌ی سوپررزلوشن در تصاویر عمومی (غیر دودویی) اعمال شود.

پیش از آن‌که به ارائه جزییات بیشتر الگوریتم بپردازیم، در این بخش قصد داریم دلیل کارایی مدل مورد نظر برای حل مساله‌ی سوپررزلوشن را مورد بحث قرار دهیم. برای این منظور ابتدا بحث را به تصاویر دودویی محدود می‌کنیم. فرض کنید قصد داریم تصویر LR داده شده‌ای را با ضریب دو بزرگنمایی کنیم. در این صورت پنجره‌های ۵×۵ در تصویر LR معادل پنجره‌های ۱۰×۱۰ در تصویر HR خواهند بود. این پنجره‌ها از طریق رابطه‌ی (۱) در ارتباط هستند. واضح است که محاسبه یک بردار ۱۰۰ بعدی با در اختیار داشتن یک بردار ۲۵ بعدی و تنها بر اساس رابطه‌ی (۱) نشدنی است. اما اگر فرض کنیم که پنجره‌های تصویر هدف، علاوه بر هماهنگی با تصویر LR باید با مدل لبه نیز تطبیق داشته باشند، بعد موثرِ این بردارِ ۱۰۰ بعدی، به ۳ (تعداد پارامترهای مدل) کاهش پیدا می‌کند. به این ترتیب مساله‌ی مورد نظر با استفاده از معیار کمترین مربعات خطا قابل حل خواهد بود.

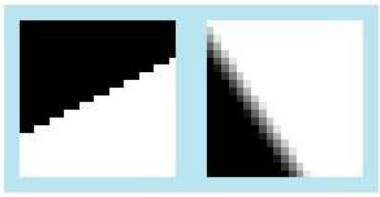
[ Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20 ]
[ DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.5.5 ]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.15- No.2- Summer 2018

هرچند پنجره‌های تصویر هدف ۱۰۰ بعدی (۱۰×۱۰) هستند، اما براساس رابطه‌ی $f(x;w)= g(w^T \hat{x})$ این پنجره‌ها تنها تابع سه پارامتر هستند. به عبارت دیگر، پنجره‌های تصویر هدف مجاز نیستند که در فضای ۱۰۰ بعدی در هر نقطه دلخواه قرار داشته باشند. آنها با استفاده از مدل به یک زیر فضای سه بعدی از این فضای ۱۰۰ بعدی محدود شده‌اند. البته این زیرفضا یک زیرفضای غیرخطی است و در اصطلاح به آن خمینه[۱۳] گفته می‌شود [۲۱]. واضح است که نمایش خمینه‌هایی با ابعاد واقعی (بیشتر از سه بعد) امکان‌پذیر نیست. با این حال برای آنکه مفهوم مورد نظر به ذهن خواننده نزدیک شود، در شکل ۳ یک خمینه با بعد موثر یک در فضای سه بعدی نشان داده شده است. شکل نشان می‌دهد که خمینه تنها کسر بسیار کوچکی از فضای سه‌بعدی را پوشش می‌دهد. لازم به ذکر است که در مورد تصاویر سطح خاکستری، با اضافه شدن دو پارامتر (حداقل و حداکثر مقادیر پنجره)، بعد موثر خمینه به ۵ افزایش پیدا می‌کند.

با توجه به غیرخطی بودن مدل خمینه، لحاظ کردن آن در کنار رابطه‌ی (۱) به سادگی امکان‌پذیر نیست. در بخش بعد راجع به نحوه‌ی اعمال این مدل به مساله‌ی سوپررزلوشن توضیح خواهیم داد.

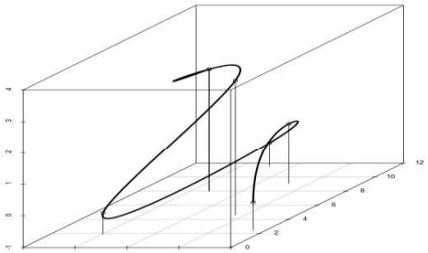



(الف)



(ب)

**شکل (۲): (الف) تابع سیگموئید. (ب) دو پنجره‌ی سنتز شده‌ی ۲۱×۲۱ با استفاده از $f(x;w)$ به ترتیب برای $w=[1,2,3]$ و $w=[2,0.3,-0.2]$ و $(x\in\{-10,-9,...,10\}^2)$ برگرفته شده از [۱۹].**



**شکل (۳): یک خمینه ۳ بعدی با بعد موثر ۱**

## ۳- الگوریتم افزایش تفکیک‌پذیری تصویر

در این قسمت با الهام از مقاله [۲۱]، مساله افزایش تفکیک‌پذیری تصویر به صورت یک مساله‌ی بهینه‌سازی فرموله می‌شود و یک الگوریتم تکرارشونده‌ی دو مرحله‌ای برای حل این مساله به‌کار می‌رود. همان‌طور که بیان شد، مشابه این الگوریتم پیشتر در [۱۹] برای حل مساله‌ی بازسازی داده‌های از دست رفته در تصاویر باینری به کار گرفته شده است. در این مقاله الگوریتم مذکور به شکلی اصلاح می‌شود که به مساله‌ی سوپررزلوشن روی تصاویر سطح خاکستری قابل اعمال باشد.

همان‌طور که قبلا اشاره شد، در افزایش تفکیک‌پذیری، با صرف نظر از نویز برای هر پنجره از تصویر HR داریم: $\boldsymbol{Sp}=\boldsymbol{r}$. در این رابطه $\boldsymbol{p}$ به پنجره استخراج شده از تصویر HR و $\boldsymbol{r}$ به پنجره متناظر استخراج شده از تصویر LR اشاره می‌کند. $S$ ماتریسی است که به طور همزمان دو عملکرد فیلترکردن (اعمال فیلتر ضدبدنمایی) و زیرنمونه‌برداری را انجام می‌دهد. این رابطه بیان می‌دارد که با ضرب ماتریسی $S$ در هر پنجره بُرداری شده‌ی از تصویر HR، می‌توان به پنجره بُرداری شده متناظر در تصویر LR رسید.

مساله‌ی افزایش تفکیک‌پذیری یک پنجره را می‌توان به صورت رابطه‌ی زیر بیان کرد:

$$\boldsymbol{p}^* = argmin_p \|\boldsymbol{r}-S\boldsymbol{p}\|_2^2 \quad \text{به شرط} \quad \boldsymbol{p}\in \mathrm{M}. \qquad (۳)$$

در این رابطه M فضای مدل خوانده می‌شود و به مجموعه‌ی تمام پنجره‌هایی که با استفاده از مدل قابل تولید هستند اشاره می‌کند. این رابطه تلاش می‌کند پنجره‌ی تصویر HR را وادار کند تا علاوه بر تطابق با پنجره معادل از تصویر LR در فضای مدل نیز بگنجد. مساله‌ی (۳) که یک مساله‌ی بهینه‌سازی مقید است را می‌توان با استفاده از ضریب لاگرانژ به یک مساله‌ی بهینه‌سازی نامقید تبدیل کرد:

$$\{\boldsymbol{p}^*,w^*\} = argmin_{p,w} \{\|\boldsymbol{r}-S\boldsymbol{p}\|_2^2 + \lambda\|\boldsymbol{p}-c(w)\|_2^2\}. \qquad (۴)$$

در رابطه‌ی (۴) با استفاده از $\lambda$ می‌توان اهمیت نسبی جملات سازگاری با مشاهدات (جمله اول) و تعلق به مدل (جمله دوم) را تعیین کرد. $c(w)$ شکل بُرداری شده‌ی یک پنجره‌ی $\sqrt{n}\times\sqrt{n}$ است که توسط مدل $f(x;w)$ برای $x\in\Omega=\{-\frac{n-1}{2},...,\frac{n-1}{2}\}^2$ بدست می‌آید. لازم به ذکر است در این مقاله $n$ یک عدد صحیح فرد در نظر گرفته شده است.

با توجه به وابستگی غیرخطی و پیچیده‌ی تابع هدف به پارامترهای $w$ حل مساله‌ی بهینه‌سازی (۴) به سادگی امکان‌پذیر نیست. اما با دقت بیشتر در این رابطه متوجه خواهیم شد که این رابطه نسبت به $\boldsymbol{p}$ مرتبه دو است. لذا چنانچه $w$ را ثابت فرض کنیم، $\boldsymbol{p}$ به سادگی قابل محاسبه خواهد بود. بر این اساس، برای حل این مساله از روشی مشابه روش EM[۱۴] شامل دو گام استفاده می‌شود. در گام اول

[ Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20 ]
[ DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.5.5 ]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.15- No.2-Summer 2018

با فرض معلوم بودن $w$، $\boldsymbol{p}$ را محاسبه می‌کنیم و در گام دوم عکس این روند را پیش می‌گیریم.

گام اول: چنانچه در رابطه‌ی (۴)، $w$ را ثابت فرض کنیم مساله نسبت به $\boldsymbol{p}$ فرم ساده‌ای خواهد داشت. در این صورت، با مشتق‌گیری از رابطه نسبت به $\boldsymbol{p}$ و مساوی صفر قراردادنِ نتیجه، برای $\boldsymbol{p}$ جوابی با فرم بسته‌ی زیر بدست خواهد آمد:

$$\boldsymbol{p}^* = (S^T S + \lambda I)^{-1}(S^T \boldsymbol{r} + \lambda c(w^*)). \quad (۵)$$

گام دوم: در این گام بر خلاف گام قبل، $\boldsymbol{p}$ را ثابت فرض کرده و مساله را نسبت به $w$ حل می‌کنیم. در این صورت، جمله‌ی اول رابطه‌ی (۴) به یک ثابت تقلیل پیدا خواهد کرد. بنابراین در این بخش بایستی تنها جمله دوم را لحاظ کنیم. جمله‌ی دوم رابطه‌ی (۴) بیانگر فاصله‌ی اقلیدسی بین $\boldsymbol{p}$ و $c(w)$ (یک الگو از فضای مدل) است. لذا جواب مساله الگویی است که متعلق به مدل بوده و کمترین فاصله‌ی اقلیدسی را با $\boldsymbol{p}$ داشته باشد. کمینه‌کردن فاصله‌ی بین $\boldsymbol{p}$ و $c(w)$ معادل با کمینه‌کردن فاصله‌ی بین معادل‌های ماتریسی آن‌ها، یعنی $\hat{\boldsymbol{p}}$ و $f(x;w)$ بر روی شبکه‌ی $x \in \Omega = \{-\frac{n-1}{2},...,\frac{n-1}{2}\}^2$ است.

متاسفانه این فاصله‌ی اقلیدسی نسبت به $w$ غیرمحدب است [۱۹]. برای بهینه‌سازی توابع هدف غیرمحدب می توان از الگوریتم‌های بهینه‌سازیِ مبتنی بر جمعیت (مانند الگوریتم ژنتیک، الگوریتم دسته‌ی پرندگان و سایر الگوریتم‌های مشابه) استفاده کرد. راه حل ساده‌تر آن است که با کمی دستکاری، تابع هدف را به یک تابع هدف محدب تبدیل کنیم. به این منظور کافی است به جای فاصله‌ی اقلیدسی از فاصله‌ی لگاریتمی استفاده کنیم [۱۸]:

$$d(\hat{\boldsymbol{p}}, f(x;w)) = -\frac{1}{|\Omega|}\sum_{x\in\Omega}\{\hat{\boldsymbol{p}}(x)\log(f(x;w)) + (1-\hat{\boldsymbol{p}}(x))(\log(1-f(x;w)))\}. \quad (۶)$$

در رابطه‌ی فوق، $|\Omega|$ تعداد اعضای $\Omega$ (پنجره) را نشان می‌دهد. با اعمال این تغییر، تابع هدف نسبت به $w$ محدب شده و با استفاده از الگوریتم شناخته شده‌ی نزول گرادیانی بهینه‌سازی به سرعت قابل انجام خواهد بود. به علاوه خطر افتادن الگوریتم در کمینه‌های محلی نیز وجود نخواهد داشت. الگوریتم نزول گرادیانی، با یک حدث اولیه برای $w$ شروع می‌شود.

سپس با حرکت در خلاف جهت گرادیان تلاش می‌کند به محل کمینه نزدیک شود:

$$w^{t+1} = w^t - \eta \nabla_w d. \quad (۷)$$

در این رابطه، $\eta$ مشخص کننده‌ی طول گام‌های الگوریتم است و باید به شکل مناسبی انتخاب شود. $\eta$های کوچک سرعت همگرایی را کند خواهند کرد و $\eta$های بزرگ می‌توانند به نوسانی شدن و حتی واگرایی الگوریتم بیانجامند.

خوشبختانه گرادیان تابع فاصله‌ی لگاریتمی نسبت به $w$ به سادگی قابل محاسبه است و به صورت زیر در می‌آید:

$$\nabla_w d = \frac{1}{|\Omega|}\sum_{x\in\Omega}\{(f(x;w) - \hat{\boldsymbol{p}}(x)\hat{x}\}. \quad (۸)$$

چنانچه در [۱۹] نشان داده شده است، در این مساله الگوریتم نزول گرادیانی پس از چهار یا پنج گام به جواب‌های قابل قبولی دست پیدا می‌کند. این باعث می‌شود، الگوریتم ارائه شده در مقایسه با الگوریتم‌های مبتنی بر واژه‌نامه (مانند [۱۸،۱۰]) پیچیدگی محاسباتی کمتری داشته باشد.

همانطور که قبلا اشاره شد، تابع سیگموئید تنها می‌تواند گذارهای بین صفر و یک را مدل کند. امّا در تصاویر پیوسته، گذار بین دو سطح دلخواه $\beta$ (کمینه‌ی روشنایی پنجره) و $\gamma$ (بیشینه‌ی روشنایی پنجره) رخ می‌دهد. برای استفاده از این مدل در تصاویر پیوسته، پنجره‌های تصویر باید به بازه‌ی [0,1] نگاشته شوند.

خلاصه الگوریتم پیشنهادی برای حل مساله‌ی سوپررزلوشن در جدول ۱ نشان داده شده است. در این الگوریتم، $I_{LR}$ و $I_{HR}$ به ترتیب نشان دهنده‌ی تصویر ورودی و تصویر خروجی هستند. $k$ مقیاس بزرگنمایی و $L$ تعداد تکرارهای الگوریتم را نشان می‌دهند. بعلاوه، $\sqrt{n}$، $N$ و $G$ نیز به ترتیب نشان دهنده‌ی اندازه‌ی پنجره، تعداد کل پنجره‌های موجود در تصویر LR و تعداد تکرارهای الگوریتم بهینه‌سازی هستند.

الگوریتم بهینه‌سازی ارائه شده، نیاز به مقداردهی اولیه دارد. در این مقاله از خروجی درونیابی دومکعبی برای مقداردهی اولیه استفاده شده است (خط سه جدول (۱)). سپس برای هر پنجره‌ی مورد بررسی از تصویر LR، کمینه $\beta_i$ و تفاضل بیشینه با کمینه‌ی روشنایی $\alpha_i = \gamma_i - \beta_i$ محاسبه می‌گردد. پس از آن، پنجره‌ی متناظر در ماتریس $I_m$ که با $\boldsymbol{p}_i$ نشان داده می‌شود، به صورت زیر نرمالیزه می‌شود:

$$\boldsymbol{p}_{in} = \frac{\boldsymbol{p}_i - \beta_i}{\alpha_i}. \quad (۹)$$

سپس با استفاده از نزول گرادیانی (رابطه‌ی۷) $w$ به نحوی محاسبه می‌شود که فاصله $c(w)$ و $\boldsymbol{p}$ کمینه شود. بعد از آن، با استفاده از رابطه‌ی (۵) مقدار $\boldsymbol{p}$ به‌روز می‌شود. پس از چند بار تکرار، مقادیر نهایی به دست آمده با استفاده از پارامترهای $\alpha_i, \beta_i$ به بازه اصلی برگردانده شده و در محل خود در تصویر خروجی قرار داده می‌شوند.

توجه داشته باشید که برای جلوگیری از اثر لبه، پنجره‌ها با هم‌پوشانی انتخاب می‌شوند. در هنگام قرار دادن پنجره‌ها در تصویر نیز در محل هم‌پوشانی میانگین مقادیرِ هم‌پوشان قرار داده می‌شود. با توجه به تکرارپذیر بودن الگوریتم پیشنهادی، با تکرار مراحل فوق بر روی تصویر HR حاصل در مرحله قبلی، کیفیت تصویرکمی بهبود می‌یابد

[ Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20 ]
[ DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.5.5 ]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.15- No.2- Summer 2018

## ۴- نتایج روش پیشنهادی

در این قسمت نتایج الگوریتم پیشنهادی به همراه نتایج الگوریتم‌های KR، NEDI، SME و BICUBIC SPLINE ارائه می‌گردد. تلاش شده با اعمال روش پیشنهادی روی تصاویر با ساختارهای متنوع، کارایی الگوریتم مورد ارزیابی قرار گیرد. این تصاویر در شکل ۴ نشان داده شده‌اند.

در بین این تصاویر، LENA، BOATS و BARBARA دارای جزئیات ریز و ناحیه‌های منظمی هستند. تصاویر PEPPERS، CAMERAMAN و MRI اغلب نواحی منظمی دارند. این نواحی توسط مرزهای تیزی از یکدیگر جدا شده‌اند. تصویر MANDRIL نیز دارای ساختار ریز است و جزئیات بسیار زیادی دارد.

پیاده‌سازی تمامی الگوریتم‌ها با رایانه‌ای با یک پردازنده Intel Corei7,1.8GH با حافظه 6GB RAM و با نرم‌افزار MATLAB تحت سیستم عامل ویندوز 8.1 انجام شده‌است. برنامه‌های الگوریتم‌های فوق توسط نویسندگان مقالات منتشر شده است. برای الگوریتم‌های KR، NEDI، SME و BICUBIC SPLINE به ترتیب از برنامه‌های موجود در [۲۵-۲۳]، استفاده شده‌است. در این قسمت در تمامی آزمایش‌ها اندازه تصویر CAMERAMAN، ۲۵۶×۲۵۶ و اندازه باقی تصاویر ۵۱۲×۵۱۲ است.

در ابتدا چند آزمایش بر روی تصویر BARBARA برای بررسی تاثیر پارامترهای مختلف روش پیشنهادی بر تصاویر خروجی انجام شده است. نتایج این آزمایش‌ها در جدول ۲ گزارش شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، با افزایش سایز پنجره و تعداد تکرارهای الگوریتم اصلی و الگوریتم نزول گرادیانی، بهبود کمی در نتایج حاصل می‌شود.

**جدول (۱): الگوریتم افزایش تفکیک‌پذیری تصویر.**

Inputs: $I_{LR}, \lambda, k, n$

Outputs: $I_{HR}$

$upsample(I_{LR,k}) \rightarrow I_m, zeros(size(I_m)) \rightarrow I_{Hr},$

for $i = 1:L$

  for all $\boldsymbol{r}_i \in I_{LR}, (i = 1:N)$

    $\boldsymbol{p}_i \longleftarrow$ extract corresponding patch from $I_m$,

    $\beta_i \longleftarrow \min(\boldsymbol{r}_i), \gamma_i \longleftarrow \max(\boldsymbol{r}_i), \alpha_i = \gamma_i - \beta_i$,

    $\boldsymbol{p}_{in} \longleftarrow (\boldsymbol{p}_i - \beta_i)/\alpha_i$,

    for g=1:G

      use gradient descent to obtain $w$,

      update $\boldsymbol{p}_{in}$ using (5)

    end for

    $\boldsymbol{p}_i \longleftarrow \alpha_i \boldsymbol{p}_{in} + \beta_i$,

    insert $\boldsymbol{p}_i$ in $I_{HR}$, average overlapping values,

  end for

  $I_m \longleftarrow I_{HR}$,

end for

return $I_{HR}$

اما برای جلوگیری از بالا رفتن بار محاسباتی، بهتر است از انتخاب سایز پنجره خیلی بزرگ و تعداد تکرارهای زیاد الگوریتم اصلی و الگوریتم نزول گرادیانی اجتناب شود. با توجه به نتایج جدول ۲، برای تمامی تست‌ها $\sqrt{n} = 21$، $L = 2$، و $\lambda = 0.1$ در نظر گرفته شده است. با انتخاب $\lambda = 0.1$، الگوریتم بیشتر تلاش خود را صرف هماهنگی تصویر خروجی با تصویر LR می کند و تبعیت از مدل را در اولویت دوم قرار می‌دهد. تصاویر HR ابتدا با استفاده از ماتریس $S$ زیر نمونه‌برداری می‌شوند. سپس تصاویر LR حاصل به عنوان ورودی به هر کدام از الگوریتم‌های سوپررزولوشن فوق الذکر داده می‌شود. مشابه مقاله [۱۲]، PSNR تصاویر خروجی (HR) الگوریتم‌های فوق، با استفاده از روابط ۱۰ و ۱۱ محاسبه شده و در جدول ۳ گزارش شده است. در روابط ۱۰ و ۱۱، تصویر مرجع HR با $I_{org}$ و تصویر HR خروجی هر کدام از الگوریتم‌ها، با $I_{HR}$ نشان داده شده است و فرض بر آن است که اندازه هر یک $N_1 \times N_2$ است.

$$MDIF = \frac{1}{N_1 \times N_2} \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} (I_{org}(i,j) - I_{HR}(i,j))^2. \qquad (۱۰)$$

$$PSNR = 10 \log\left(\frac{255^2}{MDIF}\right) \qquad (۱۱)$$

همانطور که در جدول ۳ ملاحظه می‌شود روش پیشنهادی از لحاظ PSNR در تمامی تصاویر نسبت به روش‌های دیگر عملکرد بهتری داشته است. در شکل‌های ۵ و ۶، نتایج افزایش تفکیک‌پذیری به ترتیب برای تصویر MANDRILL، CAMERAMAN ارائه گردیده‌است. با کمی دقت در این شکل‌ها درمی‌یابیم که نتایج الگوریتم ارائه شده علاوه بر PSNR، از لحاظ بصری نیز نسبت به الگوریتم‌های مقایسه شده عملکرد نسبتا بهتری داشته است.

جدول ۴ به منظور بررسی زمان اجرای روش‌های مختلف ارائه گردیده است. مطابق انتظار روش‌های مبتنی بر درون‌یابی سریعتر از روش ارائه شده عمل کرده‌اند. علت آن است که این روش‌ها مبتنی بر جستجو در یک پایگاه داده نیستند و لذا بار محاسباتی کمتری دارند. با توجه به تنوع تصاویر تست، نتایج بدست آمده و ساختار روش پیشنهادی، این روش در تصاویری که دارای نوسانات و بافت‌های کمتری هستند عملکرد بهتری دارد.

[ Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20 ]

[ DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.5.5 ]

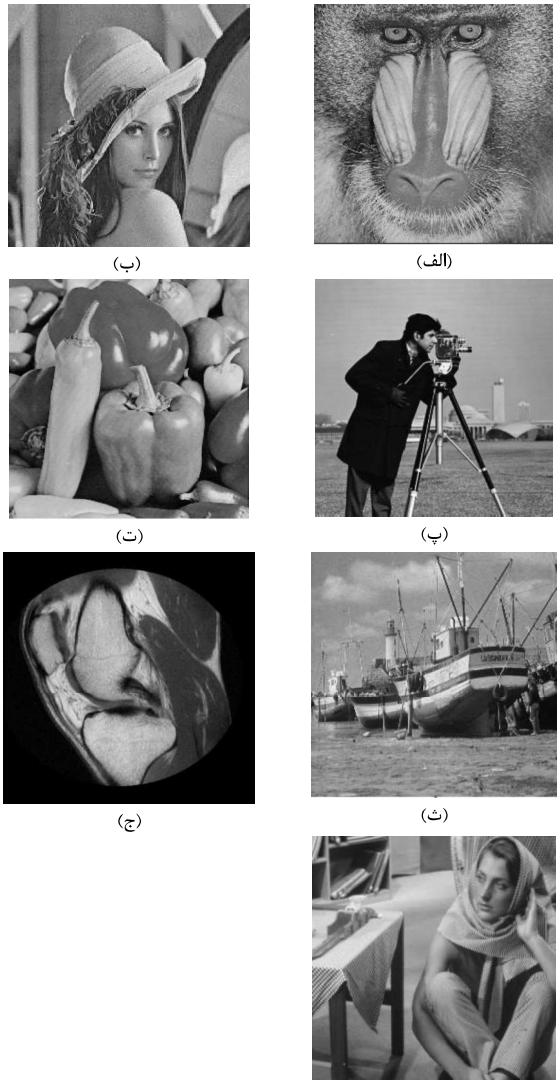
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.15- No.2-Summer 2018

## ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک روش مبتنی بر بهینه‌سازی برای حل مساله‌ی افزایش تفکیک‌پذیری تصویر پیشنهاد شده‌است. ایده اصلی الگوریتم پیشنهادی، آن است که پنجره‌های کوچک از تصویر با یک لبه‌ی خطی قابل مدل‌سازی هستند. برای مدل‌سازی لبه از یک تابع تحلیلی مبتنی بر تابع سیگموئید استفاده شد. با توجه به محدودیت تابع سیگموئید در مدل‌سازی گذار بین دو سطح دلخواه روشی برای نرمالیزه کردن پنجره‌ها ارائه شد تا بتوان روش را به تصاویر سطح خاکستری دلخواه اعمال کرد. مزیت عمده‌ی مدل ارائه شده آن است که ساختار تحلیلی‌ای دارد و لذا پیدا کردن نزدیک‌ترین معادل برای پنجره‌های تصویر در فضای مدل با استفاده از چند تکرار الگوریتم نزول گرادیانی قابل انجام است. در مقایسه با روش‌های مبتنی بر واژه‌نامه (مانندروش‌های [۱۸،۱۰]) که در هر گام نیازمند بررسی هزاران اتم برای هرپنجره هستند، این روش کارایی محاسباتی بالاتری را به ارمغان می‌آورد. نتایج آزمایش‌های مختلف نشان می‌دهد که مدل ارائه شده به خوبی می‌تواند کیفیت لبه‌های تصویر را حفظ کند. این در حالی است که روش‌های غیرتطبیقیِ مبتنی بر درون‌یابی، نوعا به ماتی لبه‌ها می‌انجامند.

**جدول (۳): مقایسه مقادیر PSNR الگوریتم‌های مختلف برای تصاویر شکل۴ بر حسب dB.**

| Image | BICUBIC SPLINE [6], (1999) | SME [11], (2010) | KR [10], (2007) | NEDI [7], (2001) | OUR METHOD |
|---|---|---|---|---|---|
| CAMERAMAN | ۳۴,۱۰ | ۳۴,۱۳ | ۳۴,۰۱ | ۳۴,۱۵ | **۳۴,۴۵** |
| LENA | ۳۶,۱۱ | ۳۶,۰۶ | ۳۵,۸۷ | ۳۶,۰۵ | **۳۸,۲۰** |
| MANDRILL | ۳۰,۶۵ | ۳۰,۶۲ | ۳۰,۵۱ | ۳۰,۶۰ | **۳۱,۲۴** |
| BOATS | ۳۳,۸۹ | ۳۳,۸۸ | ۳۳,۷۹ | ۳۳,۸۳ | **۳۵,۳۰** |
| PEPPERS | ۳۶,۱۷ | ۳۶,۱۷ | ۳۵,۹۷ | ۳۶,۱۰ | **۳۷,۱۴** |
| MRI | ۳۸,۷۷ | ۳۸,۵۷ | ۳۸,۱۵ | ۳۸,۲۲ | **۴۲,۴۳** |
| BARBARA | ۲۴,۴۱ | ۲۴,۳۰ | ۲۴,۱۲ | ۲۳,۸۷ | **۲۵,۷۴** |
| **میانگین PSNR برای شش تصویر آزمایش شده** | ۳۳,۴۳ | ۳۳,۳۸ | ۳۳,۱۹ | ۳۳,۲۵ | **۳۴,۸۸** |



(الف) (ب) (پ) (ت) (ث) (ج) (چ)

**شکل( ۴): تصاویر بکاررفته در آزمایش های عددی.**

**(الف)MANDRILL (ب)LENA (پ) CAMERAMAN**

**(ت)PEPPERS (ث) BOATS (ج) MRI (چ) BARBARA**

**جدول (۲): آنالیز حساسیت پارامترهای روش پیشنهادی.**

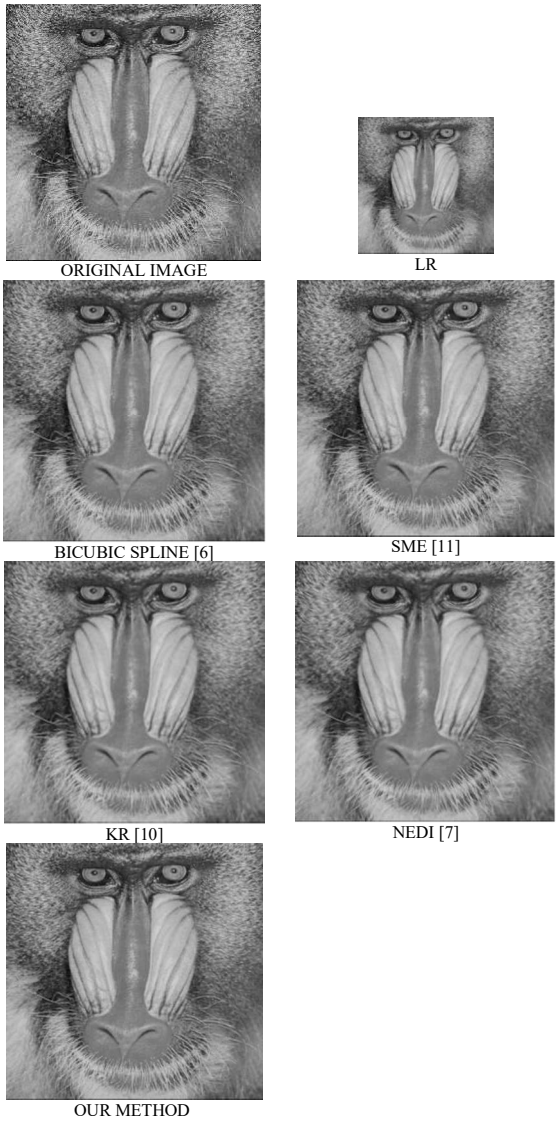
| آزمایش | $\lambda$ | $G$ | $L$ | $\sqrt{n}$ | PSNR(dB) |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۱ | ۱۰۰ | ۱ | ۱۷ | ۲۲,۰۶ |
| ۲ | ۰,۵ | ۱۰۰ | ۱ | ۱۷ | ۲۳,۴۲ |
| ۳ | ۰,۱ | ۱۰۰ | ۱ | ۱۷ | ۲۵,۱۲ |
| ۴ | ۰,۰۱ | ۱۰۰ | ۱ | ۱۷ | ۲۴,۸۳ |
| ۵ | ۰,۱ | ۲۰۰ | ۱ | ۱۷ | ۲۵,۳۲ |
| ۶ | ۰,۱ | ۳۰۰ | ۱ | ۱۷ | ۲۵,۴۵ |
| ۷ | ۰,۱ | ۳۰۰ | ۲ | ۱۷ | ۲۵,۴۸ |
| ۸ | ۰,۱ | ۳۰۰ | ۲ | ۲۱ | ۲۵,۷۴ |
| ۹ | ۰,۱ | ۳۰۰ | ۲ | ۲۷ | ۲۵,۷۵ |

[ Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20 ]

[ DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.5.5 ]

**جدول (۴): مقایسه زمان اجرای روش های مختلف بر حسب ثانیه.**

| BICUBIC SPLINE [6], (1999) | SME [11], (2010) | KR [10], (2007) | NEDI [7], (2001) | OUR METHOD |
|---|---|---|---|---|
| ۲۵،۳۱ | ۱۱۵ | ۱۲،۷۹ | ۱۲،۵۸ | ۸۷،۴۱ |




**شکل (۵): افزایش تفکیک‌پذیری تصویر MANDRILL با فاکتور ۲ برای روش‌های مختلف.**




**شکل (۶): افزایش تفکیک‌پذیری تصویر CAMERAMAN با فاکتور ۲ برای روش‌های مختلف.**

## مراجع


[۱] مریم رحمتی، محمدرضا اصغری بجستانی، «ارائه روشی برای حذف خطای نوارشدگی در تصاویر سنجنده های آرایه خطی»، مجله مهندسی برق و الکترونیک ایران، جلد ۱۳، شماره ۲، ۱۳۹۵.

[۲] رحیم کامران، حسین نظام آبادی پور، سعید سریزدی، «ترمیم تصاویر رنگی با نواحی مخدوش بزرگ براساس تجزیه تصویر به مولفه های بافت و ساختار»، مجله مهندسی برق و الکترونیک ایران، جلد ۸، شماره ۲، ۱۳۹۰.

[۳] پویا پارسا، رضا صفا بخش، «روش جدید تقطیع تصویر بر مبنای خوشه‌بندی فازی مبتنی بر تکامل تفاضلی چندهدفه»، مجله مهندسی برق و الکترونیک ایران، جلد ۱۳، شماره ۲، ۱۳۹۵.

[4] R. Y. Tsai and T. S. Huang, "Multiframe image restoration and registration," Advances in computer vision and Image Processing, vol. 1, no. 2, pp. 317-339, 1984.

[5] Z. Wei and K. K. Ma, "Contrast-guided image interpolation," IEEE Transactions on Image Processing, vol. 22, no. 11, pp. 4271-4285, 2013.

[6] R. Keys, "Cubic convolution interpolation for digital image processing," IEEE transactions on acoustics, speech, and signal processing, vol. 29, no. 6, pp. 1153-1160, 1981.



[ Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20 ]



[ DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.5.5 ]

Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.15- No.2-Summer 2018

[7] M. Unser, "Splines: A perfect fit for signal and image processing," IEEE Signal processing magazine, vol. 16, no. 6, pp. 22-38, 1999.
[8] X. Li and M. T. Orchard, "New edge-directed interpolation," IEEE transactions on image processing, vol. 10, no.10, pp. 1521-1527, 2001.
[9] J. Sun, Z. Xu and H. Y. Shum, "Gradient profile prior and its applications in image super-resolution and enhancement," IEEE Transactions on Image Processing, vol. 20, no. 6, pp. 1529-1542, 2011.
[10] K. Jia, X. Wang and X. Tang, "Image transformation based on learning dictionaries across image spaces," IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, vol. 35, no. 2, pp. 367-380, 2013.
[11] H. Takeda, S. Farsiu and P. Milanfar, "Kernel regression for image processing and reconstruction," IEEE Transactions on image processing, vol. 16, no. 2, pp. 349-366, 2007.
[12] S. Mallat and G. Yu, "Super-resolution with sparse mixing estimators," IEEE Transactions on Image Processing, vol. 19, no. 11, pp. 2889-2900, 2010.
[13] H. A. Aly and E. Dubois, "Image up-sampling using total-variation regularization with a new observation model," IEEE Transactions on Image Processing, vol. 14, no.10, pp. 1647-1659, 2005.
[14] F. Malgouyres and F. Guichard, "Edge direction preserving image zooming: a mathematical and numerical analysis," SIAM Journal on Numerical Analysis, vol. 39, no. 1, pp. 1-37, 2001.
[15] B. S. Morse and D. Schwartzwald, "Image magnification using level-set reconstruction," CVPR, 2001.
[16] W. T. Freeman, T. R. Jones and E. C. Pasztor, "Example-based super-resolution," IEEE Computer graphics and Applications, vol. 22, no. 2, pp. 56-65, 2002.
[17] J. S, Z. Xu and H. Y. Shum , "Image super-resolution using gradient profile prior," CVPR, 2008.
[18] J. Yang, J. Wright, T. S. Huang and Y. Ma, "Image super-resolution via sparse representation," IEEE transactions on image processing, vol. 19, no. 11, pp. 2861-2873, 2010.
[19] M. J. Abdollahifard and S. Ahmadi, "Reconstruction of binary geological images using analytical edge and object models," Computers & Geosciences, vol. 89, pp. 239-251, 2016.
[۲۰] صادق احمدی، بازسازی تصاویر زمین شناسی با استفاده از مدل لبه‌ی تحلیلی، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تفرش، تفرش، ۱۳۹۴.
[21] G. Peyre, "Manifold models for signals and images," Computer Vision and Image Understanding, vol. 113, no. 2, pp. 249-260, 2009.
[22] Y. Anzai, Pattern Recognition & Machine Learning, Elsevier, 2012.
[23] http://www.soe.ucsc.edu/~htakeda.
[24] http://www.csee.wvu.edu/~xinl/source.html.
[25] http://www.cmap.polytechnique.fr/~mallat/SME.

## زیرنویس‌ها

[1] Low Resolution
[2] High Resolution
[3] Super- Resolution
[4] New Edge Directed Interpolation
[5] Kernel Regression
[6] Sparse Mixing Estimators
[7] Sparse Representation
[8] Ill-Posed
[9] Subsampling
[10] Anti-Aliasing
[11] Sigmoid Function
[12] Inverse Underdetermined Problem
[13] Manifold
[14] Expectation Maximization

[ Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20 ]
[ DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.2.5.5 ]