مدل جدید دوسطحه و چندهدفه برای تسویه بازار در حضور تولیدکنندگان راهبردی با استفاده از الگوی محدودیت اپسیلون توسعه‌یافته

مرتضی شفیع‌خانی[۱] محسن حسامی[۲] امید همایی[۳]

۱-دانشجوی دکتری و مربی- گروه مهندسی برق، دانشکده فنی و مهندسی، واحد پردیس، دانشگاه آزاد اسلامی، پردیس، ایران
M.Shafiekhani@pardisiau.ac.ir

۲-دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، گروه مهندسی برق، دانشکده فنی و مهندسی، واحد پردیس، دانشگاه آزاد اسلامی، پردیس، ایران
Mohsen.h1370@yahoo.com

۳- دانشجوی دکتری- دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران
Homaee@elec.iust.ac.ir

چکیده:در این مقاله یک روش جدید برای پیشنهاددهی بهینه واحدهای راهبردی در بازار انرژی روزبعد و فرایند تسویه بازار ارائه شده‌است. این روش، برنامه‌ریزی چندهدفه واحدهای راهبردی را بیان می‌دارد که به دنبال بیشنیه‌کردن سود خود در کنار رقبا و کمینه‌کردن آلایندگی می‌باشند. برای دستیابی به این هدف یک مدل بهینه‌سازی دوسطحه ریاضی با محدودیت‌های تعادلی ارائه شده‌است. سطح اول بیشینه‌سازی سود واحدهای راهبردی و سطح دوم بیشینه‌سازی سطح رفاه‌اجتماعی را در بر می‌گیرد، مدل دوسطحه با استفاده از تئوری دوگانگی و شرایط بهینگی کروش-کاهن-تاکر (KKT) به یک مدل برنامه‌ریزی خطی مختلط عددصحیح تبدیل شده‌است. هدف دیگر این است که مساله دوسطحه حاضر، به‌صورت دوهدفه با استفاده از روش محدودیت-اپسیلون توسعه‌یافته در جهت بیشینه‌سازی سود مدل خطی‌شده و کاهش آلایندگی واحدهای راهبردی نیز حل گردد. نهایتا با استفاده از روش تصمیم‌گیری فازی بهترین پاسخ انتخاب گردیده‌است. جهت مدل‌کردن ساختار شبکه از روش ضریب توزیع انتقال توان (PTDF) بهره برده شده‌است.

واژه‌های کلیدی: مدل دوسطحه، مدل چندهدفه، روش محدودیت اپسیلون توسعه‌یافته، پیشنهاددهی راهبردی.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۷/۰۳/۳۱

تاریخ پذیرش مشروط مقاله: ۱۳۹۷/۰۷/۰۹

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۰۸/۲۴

نام نویسنده‌ی مسئول: مرتضی شفیع‌خانی

نشانی نویسنده‌ی مسئول: ایران – پردیس– دانشگاه آزاد اسلامی واحد پردیس– دانشکده فنی و مهندسی–گروه برق

۱-مقدمه

در سرتاسر جهان، صنعت برق که در دوره‌ای طولانی با شرکت‌های یکپارچه با ساختار عمودی اداره شده است، دست‌خوش تغییرات شگرفی گشته‌است. صنعت برق به صنعت رقابتی و توزیع شده‌ای در حال تبدیل است که در آن، قدرت‌های بازار، تعیین‌کننده قیمت برق بوده و هزینه خالص از طریق افزایش رقابت، کاهش می‌یابد. از سوی دیگر این روزها، برخی عوامل مانند افزایش مصرف انرژی، استفاده رایج از سوخت‌های فسیلی به عنوان منابع ورودی و مسائل زیست-محیطی و آلایندگی‌های مرتبط با آن، سبب می‌شوند تا منابع انرژی فسیلی موضوع چالش‌برانگیزتری باشند. در این مقاله تولیدکنندگان راهبردی انرژی در کنار سایر رقبا به ارائه پیشنهاد بهینه توان می-پردازند، به عبارت دیگر، تولیدکنندگان راهبردی در راستای بیشینه‌سازی سود خود در قالب یک مدل دوسطحه قدم برمی‌دارند. تابع هدف سطح اول نشان‌دهنده بیشینه‌سازی سود واحدهای راهبردی و تابع هدف سطح دوم بیانگر بیشینه‌سازی سطح رفاه اجتماعی می‌باشد. برای دست‌یابی به این هدف یک مدل بهینه-سازی ریاضی با محدودیت‌های تعادلی ارائه‌شده است. این مدل دوسطحی به‌واسطه شرایط کروش-کان-تاکر به یک مدل خطی مختلط عددصحیح تبدیل شده و حل می‌گردد، هر دو سطح توسط مالک واحدهای راهبردی مدل‌سازی و پیاده‌سازی می‌شوند، فقط سطح اول مستقیما به تابع سود اشاره دارد و سطح دوم انعکاسی نایقین از عملیات بازار برای روز بعد می‌باشد. نهایتا مساله به‌صورت یک مدل دوهدفه با درنظرگرفتن کاهش آلایندگی واحدهای راهبردی و بیشینه‌سازی سود مدل خطی‌شده حل خواهد گردید.

۲- مروری بر منابع

مراجع بسیاری به برنامه‌ریزی بهینه واحدهای تولیدی پرداخته‌اند. مرجع [۱] به برنامه‌ریزی مبتنی بر امنیت مشارکت واحدها در شرایط اضطراری پرداخته است. مرجع [۲] به برنامه‌ریزی بهینه منابع تجدیدپذیر در ساختار شبکه هوشمند پرداخته است و شاخص‌های پدافند غیرعامل را در آن بررسی نموده است. مرجع [۳] مطالعه برنامه‌ریزی بهینه واحدها در ساختار ریزشبکه را مورد بررسی قرار داده‌است و این مطالعه را برای دو افق زمانی ۲۴ ساعته و ۱۵ دقیقه‌ای به انجام رسانده‌است. هر سه مرجع فوق مدل تک-سطحی را بکار گرفته‌اند و در هیچ‌یک از آن‌ها واحدها بصورت قیمت‌گذار به پیشنهاددهی نپرداخته‌اند، ضمنا مطالعه آن‌ها بصورت تک‌هدفه نیز می‌باشد. در [۴] یک مساله ریاضی با محدودیت‌های تعادلی برای تعادل استکلبرگ حل گردیده است. در این پژوهش تولیدکننده پیشرو (قیمت‌گذار) ابتدا تصمیم‌گیری کرده است و در ادامه تولیدکنندگان دنباله‌رو (قیمت‌پذیر) ارائه پیشنهاد می‌نمایند. این مرجع تنها به بررسی سود واحدها پرداخته است و مساله را بصورت تک‌هدفه مطالعه نموده است. نویسندگان [۵] یک روند دست‌یابی به راهبرد پیشنهادی بهینه برای تولیدکننده متداول که به فروش برق در بازار حوضچه مبادرت می‌نماید، ارائه داده‌اند. عدم-قطعیت‌های مربوط به پیشنهاد سمت تقاضا و دیگر تولیدکنندگان رقیب نیز لحاظ گردیده است. در [۶] نیز همچون مرجع قبلی یک مدل دوسطحی برای یک تولیدکننده مرسوم که بصورت راهبردی عمل می‌نماید، ارائه شده است. اما در این پژوهش به‌جای تبدیل مدل به یک مساله ریاضی با محدودیت‌های تعادلی از الگوریتم بهینه‌سازی تجمع ذرات استفاده شده است. در این مراجع از شرایط بهینگی KKT[1] برای تبدیل مدل به یک سطح استفاده نشده است. تاکنون مطالعات اندکی جهت به‌دست‌آوردن راهبرد بهینه برای یک تولیدکننده انرژی توسط واحدهای تجدیدپذیر ارائه شده است. در [۷] و [۸] مدل‌هایی جهت دستیابی به راهبردهای پیشنهاددهی بهینه برای یک تولیدکننده بادی که به‌صورت قیمت‌گذار عمل می-نماید ارائه شده است. در [۹] تولیدکننده بادی تنها در بازار تعادل-بخشی به‌صورت راهبردی ارائه پیشنهاد داده و در [۸] واحد بادی به‌صورت راهبردی در بازار روز بعد شرکت کرده و در بازار تعادل-بخشی تنها جبران‌گر انحرافات است. در [۸] محدودیت‌های خطوط نیز لحاظ گردیده است. سطح بالایی مدل ارائه‌شده با هدف بیشینه-سازی سود و سطح پائینی نمایانگر مساله تسویه قیمت در بازار روز بعد توسط بهره‌بردار مستقل سیستم است. به تعبیر دیگر می‌توان گفت این مرحله همان مساله رفاه اجتماعی است. این سطح به‌صورت خطی مدل شده است، درنتیجه محدب است، لذا امکان جایگزینی آن با شرایط KKT مرتبه اول مهیا است. مدل حاصله یک مدل ریاضی با محدودیت‌های تعادلی است که می‌توان آن را به‌وسیله شرایط بهینگی KKT و تئوری دوگانی قوی[2] همانند مراجع [۵] و [۹] به فرم مدل برنامه‌ریزی خطی مختلط عددصحیح تبدیل نمود. در مرجع [۱۰] روشی برای کمک به اتخاذ تصمیم‌های صحیح سرمایه‌گذاری در تولید توسط یک تولیدکننده‌ی راهبردی در فضای بازار برق ارائه می‌شود. این تولیدکننده در کنار بیشینه‌کردن سود موردانتظار خود، مدیریت خطرپذیری ناشی از عدم‌قطعیت در عوامل مؤثر بر سود موردانتظار خود را نیز دنبال می‌کند. به منظور بیان رفتار راهبردی این تولیدکننده، از تابع عرضه و در قالب یک مدل دوسطحی تصادفی دومرحله‌ای مقید به خطرپذیری استفاده شده است. مرجع [۱۱] به برنامه‌ریزی مشارکت واحدها مبتنی بر امنیت در حضور واحدهای بادی پرداخته‌است، عدم‌قطعیت‌های مربوط به این واحدها را از طریق تعدادی سناریو مدل نموده‌است و مساله خود را بصورت مدل دوسطحه بیان کرده‌است، در ابتدا مساله مشارکت واحدها در مساله سطح بالا حل گردیده است، سپس سناریوها برای ارائه ماهیت متغیر توان باد شبیه‌سازی شده‌اند. نتایج عددی نشان از موثربودن روش پیشنهادی برای مدیریت امنیت سیستم قدرت با درنظرگرفتن نوسانات تولید باد را نشان می‌دهد. هیچ‌یک از مراجع فوق مساله خود را بصورت چندهدفه حل ننموده-

اند و صرفا به بیشینه‌سازی سود پرداخته‌اند. مرجع [۱۲] به پیشنهاددهی راهبردی واحد بادی با توجه به خطرپذیری در قالب مدل چندسطحی پرداخته است. مرجع [۱۳] نیز پیشنهاددهی واحد بادی را در کنار رقبا در قالب یک مساله دوسطحی مورد بررسی قرار داده‌است. مراجع [۱۴-۱۶] به بررسی پیشنهاددهی راهبردی واحدها در کنار رقبا و رسیدن به نقطه تعادل بازار در قالب تئوری بازی پرداخته‌اند. تمام مراجع فوق به بررسی مساله بصورت تک‌هدفه پرداخته‌اند و در هیچ‌یک تابع هدفی غیر از سود یا هزینه بررسی نگردیده‌است، براین‌اساس مهم‌ترین نوآوری تحقیق پیش رو ارائه مدلی برای واحدهای راهبردی‌است که به‌صورت دوسطحه و دوهدفه به حل مساله برنامه‌ریزی بهینه واحدهای راهبردی در حضور رقبا در بازار روزبعد می‌پردازد. سطح بالایی مدل ارائه‌شده شامل برنامه‌ریزی داخلی واحدهای راهبردی با هدف بیشینه‌سازی سود و سطح پائینی نمایانگر مساله تسویه قیمت در بازار روزبعد است. مدل حاصل‌شده یک مدل ریاضی با محدودیت‌های تعادلی است که می‌توان آن را به‌وسیله شرایط بهینگی کروش-کاهن-تاکر و تئوری دوگانی قوی به فرم مدل برنامه‌ریزی خطی مختلط عددصحیح تبدیل کرد. نهایتا دو تابع هدف خواهیم داشت، تابع هدف اول همان مدل خطی‌شده فوق و تابع هدف دوم بیانگر آلایندگی واحدهای راهبردی می‌باشد. در این مقاله از روش برنامه‌ریزی ریاضی چندهدفه[۳] (MMP) برای حل مساله دوهدفه سود و آلایندگی استفاده شده‌است. روش برنامه‌ریزی ریاضی چندهدفه یک روش تحلیلی بوده و در مسایل برنامه‌ریزی چندهدفه کاربرد زیادی دارد. در مسایل برنامه‌ریزی چندهدفه بیشتر از یک تابع هدف وجود دارد و معمولا یک جواب بهینه وجود ندارد که به‌طور هم‌زمان تمامی توابع هدف را بهینه سازد. در این‌گونه مسایل معمولا مجموعه‌ای از جواب‌ها برای مساله به‌دست می‌آید که به هرکدام از این جواب‌ها، جواب پارتو[۴] یا جواب غیرغالب[۵] یا مرغوب[۶] یا موثر[۷] گفته می‌شود. هرچند که هریک از جواب‌های پارتو درواقع برای یکی از توابع هدف، جواب بهینه می‌باشد، اما حداقل یکی از توابع هدف دیگر را از جواب بهینه دور می‌نماید. دو روش مرسوم برای حل برنامه‌ریزی چندهدفه وجود دارد که عبارت‌اند از روش ضرایب‌وزنی و روش محدودیت- اپسیلون (توسعه یافته). باتوجه به‌اینکه روش محدودیت- اپسیلون در مقایسه با روش ضرایب وزنی مشکل مقیاس توابع را ندارد [۱۷-۱۹]، در این مقالات برای حل مساله برنامه‌ریزی ریاضی چندهدفه از روش محدودیت-اپسیلون استفاده شده‌است. هدف نهایی، بیشینه‌سازی هم‌زمان سود مدل خطی‌شده و کمینه‌سازی آلایندگی واحدهای راهبردی می‌باشد. در مدل دوسطحی، متغیرهای سطح اول شامل منحنی‌های چندپله‌ای پیشنهاد تأمین توان واحدهای راهبردی است که از پردازش جواب مدل بهینه‌سازی سطح دوم حاصل می‌گردد. متغیرهای سطح دوم شامل متغیرهای مساله رفاه اجتماعی است. این متغیرها شامل پله‌های پیشنهادی رقبا در بازار است. مهمترین نوآوری مقاله ارائه مدلی برای حل مساله برنامه‌ریزی دوهدفه سود و آلایندگی در برنامه ریزی بهینه واحدهای راهبردی با استفاده از روش محدودیت اپسیلون توسعه‌یافته می‌باشد. یکی دیگر از نقاط قوت و نوآوری‌های تحقیق پیش رو استفاده از فرمول‌بندی ضریب توزیع انتقال توان برای مدل‌نمودن رابطه توان تزریقی به شین‌ها و توان جاری‌شده در خطوط است که بسیار کاراتر از فرمولاسیون گره‌ای است، به‌خصوص در مواقعی که اندازه شبکه بزرگ و تعداد خطوط انتقال متراکم افزایش می‌یابد. بخش‌های بعدی مقاله به این صورت است که در قسمت ۳ به فرمول‌بندی مساله پرداخته خواهد-شد، بخش ۴ به مطالعه موردی اختصاص خواهد داشت، نهایتا در بخش ۵ به نتیجه‌گیری خواهیم رسید.

۳- فرمول‌بندی مساله

مساله برنامه‌ریزی دوسطحه واحدهای تولیدی در کنار رقبا دارای دو تابع هدف می‌باشد که هر تابع هدف به همراه قیدهای مربوط به آن در ادامه بیان می‌گردد. تابع هدف سطح بالا، بیشینه‌کردن سود تولیدکننده راهبردی است که در رابطه (۱) نشان داده شده‌است. تولیدکننده راهبردی به مفهوم دیگری همان تولیدکننده قیمت‌گذار است که قدرت بازار در اختیار آن است. روابط (۲) و (۳) بیانگر شیب افزایش و کاهش تولید در واحدها هستند. λ_{tib}^{S} هزینه حاشیه‌ای تولید پله b واحد i در ساعت t مربوط به تولیدکنندگان راهبردی می‌باشد، عبارت P_{tib}^{S} توان تولیدی پله b واحد i در ساعت t مربوط به تولیدکنندگان راهبردی را نشان می‌دهد. عبارت β_{tn} قیمت حاشیه‌ای ناحیه‌ای (LMP)[۸] در ساعت t در شین n را نشان می‌دهد. عبارات R_i^{UP} و R_i^{LO} نیز به ترتیب مقدار شیب افزایش و کاهش توان تولید واحد i ام را نشان می‌دهند.

$$Maximize \sum_{t\,(i\in\psi_n)b} \beta_{tn} P_{tib}^{S} - \sum_{tib} \lambda_{tib}^{S} P_{tib}^{S} \qquad (۱)$$

$$\sum_{b} P_{t\,(i+1)b}^{S} - \sum_{b} P_{tib}^{S} \le R_i^{UP}, \forall t < T, \forall i \qquad (۲)$$

$$\sum_{b} P_{tib}^{S} - \sum_{b} P_{t\,(i+1)b}^{S} \le R_i^{LO}, \forall t < T, \forall i \qquad (۳)$$

$$\beta_{tn} = \lambda_{tn} \qquad (۴)$$

تابع هدف سطح پایین نشان‌دهنده تسویه بازار با هدف به حداکثر رساندن رفاه اجتماعی می‌باشد و در آن تمام تولیدکنندگان (راهبردی و غیرراهبردی) و مصرف‌کنندگان حضور دارند. در این رابطه α_{tib}^{S} و P_{tib}^{S} به ترتیب هزینه حاشیه‌ای و توان تولیدی پله b واحد i در ساعت t مربوط به تولیدکنندگان راهبردی را نشان می-دهند. عبارت λ_{tjb}^{O} هزینه حاشیه‌ای تولیدی پله b واحد j در ساعت t مربوط به تولیدکنندگان غیرراهبردی و عبارت P_{tjb}^{O} توان تولیدی پله b واحد j در ساعت t مربوط به تولیدکنندگان غیرراهبردی را نشان می‌دهد. λ_{tdk}^{D} هزینه حاشیه‌ای مصرف پله k واحد d در ساعت t و عبارت P_{tdk}^{D} توان تولیدی پله k واحد d در ساعت t را نشان می‌دهد.

رابطه (۶) محدودیت تعادل توان در کل سیستم را نشان می‌دهد. رابطه (۷) محدودیت تولید توان توسط واحدهای راهبردی و متغیرهای دوگان مرتبط با آن‌ها را بیان می‌کند. روابط (۸) و (۹) به ترتیب حدود توان و متغیرهای دوگان مربوط به رقبا و بارها را نشان می‌دهند. متغییر دوگان مربوط به معادله تعادل توان در کل سیستم، λ_{tn}، قیمت حاشیه سیستم است که بیانگر افزایش در هزینه سیستم (\$/h) برای تأمین ۱ مگاوات مصرف اضافی بار است. رابطه (۱۰) محدوده مجاز توان خطوط را نشان می‌دهد. رابطه (۱۱) تا رابطه (۱۳) نیز خطی‌سازی مربوط به توان عبوری از خطوط را نشان می‌دهند. $C_{nm}^{\max}$ ظرفیت انتقال از خط n-m را نشان می‌دهد. S_{mo}^{nm} بیانگر ضریب تابع توزیع انتقال می‌باشد. $\mu_{nmt}^{\max}$ و $\mu_{n\ m}^{m\ i}$ متغیرهای دوگان مربوط به محدوده توان عبوری از خطوط می‌باشند. $\mu_{tib}^{S^{\max}}$ و $\mu_{tib}^{S^{\min}}$ به‌ترتیب متغیرهای دوگان متناظر با حداکثر و حداقل تولید توان پله b واحد i در ساعت t می‌باشند. $\mu_{tjb}^{O^{\max}}$ و $\mu_{tjb}^{O^{\min}}$ به‌ترتیب متغیرهای دوگان متناظر با حدکثر و حداقل تولید توان پله b واحد j در ساعت t می‌باشند. $\mu_{tdk}^{D^{\max}}$ و $\mu_{tdk}^{D^{\min}}$ به‌ترتیب متغیرهای دوگان متناظر با حداکثر و حداقل تولید توان پله k واحد d در ساعت t می‌باشند.

$$Maximize \sum_{tdk}\lambda_{tdk}^{D}P_{tdk}^{D}-\sum_{tib}\alpha_{tib}^{S}P_{tib}^{S}-\sum_{tjb}\lambda_{tjb}^{O}P_{tjb}^{O} \quad (۵)$$

$$\sum_{(i\in\psi_n)b}P_{tib}^{S}+\sum_{(j\in\psi_n)b}P_{tjb}^{O}-\sum_{(d\in\psi_n)k}P_{tdk}^{D}=0:\lambda_{tn},\forall t,\forall n \quad (۶)$$

$$0\le P_{tib}^{S}\le P_{tib}^{S^{\max}}:\mu_{tib}^{S^{\min}},\mu_{tib}^{S^{\max}},\forall t,\forall i,\forall b \quad (۷)$$

$$0\le P_{tjb}^{O}\le P_{tjb}^{O^{\max}}:\mu_{tjb}^{O^{\min}},\mu_{tjb}^{O^{\max}},\forall t,\forall j,\forall b \quad (۸)$$

$$0\le P_{tdk}^{D}\le P_{tdk}^{D^{\max}}:\mu_{tdk}^{D^{\min}},\mu_{tdk}^{D^{\max}},\forall t,\forall D,\forall k \quad (۹)$$

$$-C_{nm}^{\max}\le\sum_{m\in M}S_{mo}^{nm}\left\{\sum_{i,b}P_{tib}^{S}+\sum_{j,b}P_{tjb}^{O}-\sum_{d,k}P_{tdk}^{D}\right\}\le C_{nm}^{\max},\forall t,\mu_{nmt}^{\min},\mu_{nmt}^{\max} \quad (۱۰)$$

$$\lambda_{(m,t)}=\lambda_{(o,t)}-\sum_{k\in K}S_{mo}^{nm}\left\{\mu_{nmt}^{\max}-\mu_{nmt}^{\min}\right\},\forall t,\forall m \quad (۱۱)$$

$$\sum_{m\in M}S_{mo}^{nm}\left\{\sum_{i,b}P_{tib}^{S}+\sum_{j,b}P_{tjb}^{O}-\sum_{d,k}P_{tdk}^{D}\right\}+C_{nm}^{\max}\le(1-u_{nmt}^{\min})M_{nmt}^{\max},\forall m,\forall t \quad (۱۲)$$

$$-\sum_{m\in M}S_{mo}^{nm}\left\{\sum_{i,b}P_{tib}^{S}+\sum_{j,b}P_{tjb}^{O}-\sum_{d,k}P_{tdk}^{D}\right\}+C_{nm}^{\max}\le(1-u_{nmt}^{\max})M_{nmt}^{\max},\forall m,\forall t \quad (۱۳)$$

از آنجایی که مساله سطح پایین پیوسته و خطی می‌باشد، لذا می‌توان آن را با قیود بهینگی KKT خود جایگزین نمود و مدل دوسطحه را بصورت مدل تک‌سطحه ریاضی با قیود تعادلی تبدیل نمود [۵]، [۸].

۱-۳- برنامه‌ریزی خطی مختلط عدد صحیح

مساله تک‌سطحه ریاضی با قیود تعادلی بیان‌شده دارای دو بخش غیرخطی است که هدف، خطی‌نمودن این عبارات می‌باشد.

۱- عبارت $\beta_{tn}P_{tib}^{S}$ در تابع هدف (۱).

۲- محدودیت‌های مربوط به شرایط تکمیلی [۱۳].

عبارت $\beta_{tn}P_{tib}^{S}$ به‌وسیله تئوری دوگانی قوی و بعضی روابط ریاضی دیگر خطی می‌گردد [۵].

از سوی دیگر محدودیت‌های غیرخطی موجود در شرایط تکمیلی بایستی توسط فرم خطی معادل که از روش تبدیل فورتونی-امت [۹] [۵] به‌دست می‌آید، بازنویسی گردند. نهایتا بااستفاده از روابط خطی بیان‌شده، مساله تعیین بهترین راهبرد پیشنهادی واحدهای راهبردی به فرم برنامه‌ریزی خطی مختلط عددصحیح زیر بیان می‌گردد. که عبارت (۱۴) نشان‌دهنده تابع هدف خطی‌شده و عبارات (۱۵) تا (۴۳) نیز تمامی قیود مساله بعد از خطی‌سازی را نشان می‌دهند.

$$Maximize \quad f_1=\sum_{tdk}\lambda_{tdk}^{D}P_{tdk}^{D}-\sum_{tib}\lambda_{tib}^{S}P_{tib}^{S}-\sum_{tjb}\lambda_{tjb}^{O}P_{tjb}^{O}-\sum_{tjb}\mu_{tjb}^{O^{\max}}P_{tjb}^{O^{\max}}-\sum_{tdk}\mu_{tdk}^{D^{\max}}P_{tdk}^{D^{\max}}+\sum_{nmt}C_{nm}^{\max}\mu_{nmt}^{\max}+\sum_{nmt}C_{nm}^{\max}\mu_{nmt}^{\min} \quad (14)$$

$$P_{tib}^{S}\ge 0,\forall t,\forall i,\forall b \quad (15)$$

$$P_{tjb}^{O}\ge 0,\forall t,\forall j,\forall b \quad (16)$$

$$P_{tdk}^{D}\ge 0,\forall t,\forall d,\forall k \quad (17)$$

$$\mu_{tib}^{S^{\min}}\ge 0,\forall t,\forall i,\forall b \quad (18)$$

$$\mu_{tjb}^{O^{\min}}\ge 0,\forall t,\forall j,\forall b \quad (19)$$

$$\mu_{tdk}^{D^{\min}}\ge 0,\forall t,\forall d,\forall k \quad (20)$$

$$P_{tib}^{S}\le(1-\omega_{tib}^{S^{\min}})M^{p},\forall t,\forall i,\forall b \quad (21)$$

$$P_{tjb}^{O}\le(1-\omega_{tjb}^{O^{\min}})M^{p},\forall t,\forall j,\forall b \quad (22)$$

$$P_{tdk}^{D}\le(1-\omega_{tdk}^{D^{\min}})M^{p},\forall t,\forall d,\forall k \quad (23)$$

$$\mu_{tib}^{S^{\min}}\le\omega_{tib}^{S^{\min}}M^{\mu P},\forall t,\forall i,\forall b \quad (24)$$

$$\mu_{tjb}^{O^{\min}}\le\omega_{tjb}^{O^{\min}}M^{\mu P},\forall t,\forall j,\forall b \quad (25)$$

$$\mu_{tdk}^{D^{\min}}\le\omega_{tdk}^{D^{\min}}M^{\mu P},\forall t,\forall d,\forall k \quad (26)$$

$$P_{tib}^{S^{\max}}-P_{tib}^{S}\ge 0,\forall t,\forall i,\forall b \quad (27)$$

$$P_{tjb}^{O^{\max}}-P_{tjb}^{O}\ge 0,\forall t,\forall j,\forall b \quad (28)$$

$$P_{tdk}^{D^{\max}}-P_{tdk}^{D}\ge 0,\forall t,\forall d,\forall k \quad (29)$$

$$\mu_{tib}^{S^{\max}}\ge 0,\forall t,\forall i,\forall b \quad (30)$$

$$\mu_{tjb}^{O^{\max}}\ge 0,\forall t,\forall j,\forall b \quad (31)$$

$$\mu_{tdk}^{D^{\max}}\ge 0,\forall t,\forall d,\forall k \quad (32)$$

$$P_{tib}^{S^{\max}}-P_{tib}^{S}\le(1-\omega_{tib}^{S^{\max}})M^{p},\forall t,\forall i,\forall b \quad (33)$$

$$P_{tjb}^{O^{\max}} - P_{tjb}^{O} \le (1-\omega_{tjb}^{O^{\max}})M^{p}, \forall t, \forall j, \forall b \quad (34)$$

$$P_{tdk}^{D^{\max}} - P_{tdk}^{D} \le (1-\omega_{tdk}^{D^{\max}})M^{p}, \forall t, \forall d, \forall k \quad (35)$$

$$\mu_{tib}^{S^{\max}} \le \omega_{tib}^{S^{\max}} M^{\mu p}, \forall t, \forall i, \forall b \quad (36)$$

$$\mu_{tjb}^{O^{\max}} \le \omega_{tjb}^{O^{\max}} M^{\mu p}, \forall t, \forall j, \forall b \quad (37)$$

$$\mu_{tdk}^{D^{\max}} \le \omega_{tdk}^{D^{\max}} M^{\mu p}, \forall t, \forall d, \forall k \quad (38)$$

$$\mu_{nmt}^{\max} \ge 0, \forall m, \forall t \quad (39)$$

$$\mu_{nmt}^{\min} \ge 0, \forall m, \forall t \quad (40)$$

$$\mu_{nmt}^{\max} \le u_{nmt}^{\max} M_{nm}^{\max}, \forall m, \forall t \quad (41)$$

$$\mu_{nmt}^{\min} \le u_{nmt}^{\min} M_{nm}^{\max}, \forall m, \forall t \quad (42)$$

$$u_{nmt}^{\max}, u_{nmt}^{\min}, \omega_{tib}^{S^{\min}}, \omega_{tjb}^{O^{\min}}, \omega_{tdk}^{D^{\min}}, \omega_{tib}^{S^{\max}}, \omega_{tjb}^{O^{\max}}, \omega_{tdk}^{D^{\max}} \in \{0,1\} \quad (43)$$

میزان آلایندگی واحدهای راهبردی نیز طبق رابطه (۴۴) مدل شده‌است. حاصلضرب ضرایب آلایندگی هر واحد در مجموع توان تمام پله‌های آن بیانگر مقدار آلایندگی هر واحد در هر ساعت می‌باشد. لازم بذکر است که ضرایب آلایندگی واحدها در جدول (۳) نشان داده شده‌است.

$$Minimize \quad Emission$$
$$f_2 = emissionconstant(g, alphaE) * \sum_b P_{tib}^{S} \quad (۴۴)$$

همانطورکه از رابطه (۴۳) مشخص است، مقادیر نشان داده شده متغییرهای دودویی هستند. عبارات $M_{nm}^{\max}, M^{\mu p}, M^{p}$ نیز مقادیر به اندازه کافی بزرگ هستند.

۲-۳- برنامه‌ریزی دوهدفه سود و آلایندگی

قالب مساله بهینه‌سازی چندهدفه به روش محدودیت اپسیلون به صورت زیر می‌باشد.

$$\{\min(f_1(x), f_2(x), f_3(x), \ldots\ldots, f_n(x))\} \quad (۴۵)$$

در رابطه (۴۵)، fها مقادیر توابع هدف مساله هستند. برای مساله دوهدفه سود و آلایندگی واحدهای راهبردی، $f_1(x)$ به عنوان تابع هدف اصلی و سایر اهداف (در اینجا $f_2(x)$) به عنوان قید در مساله اعمال می‌شود. در این‌صورت براساس روش محدودیت اپسیلون، مدل تک‌هدفه‌ای به‌صورت زیر حاصل می‌شود.

$$\begin{Bmatrix} \min f_1(x) \\ f_i(x) \le \in e_i, i = 2 \end{Bmatrix} \quad (۴۶)$$

۱-۲-۳-روش محدودیت اپسیلون توسعه‌یافته

در روش محدودیت اپسیلون تابع هدف اول به عنوان تابع هدف اصلی در نظرگرفته شده‌است و اهداف دوم تا nام به مقدار حداکثر e_i محدود می‌شوند. با تغییر مقدار e_i، جواب‌های مختلفی به‌دست می‌آید که ممکن است کارا نباشد، برای اجتناب از راه‌حل‌های ضعیف و تسریع کل فرآیند با اجتناب از تکرارهای بیش‌ازحد، از روش محدودیت اپسیلون توسعه‌یافته به صورت زیر استفاده می‌کنیم. در روش محدودیت اپسیلون توسعه‌یافته، دو گام برای به‌دست آوردن راه‌حل بهینه وجود دارد. در گام اول، راه‌حل‌های کارآمد تولید می‌شوند. در گام دوم، تصمیم‌گیر یک راه‌حل مناسب را میان راه‌حل‌های کارآمد تولیدشده در گام قبل انتخاب می‌کند. فرمولاسیون مساله ریاضی چندهدفه برای حل مساله چندهدفه سود و آلایندگی به شکل زیر است.

$$\min\left[obj(1) + dir(1) \times r_1 \sum_{i=2}^{3} \frac{S_i}{r_i}\right] \quad (۴۷)$$

$$obj(i) + dir(i) \times S_i = e_i \quad (۴۸)$$

$obj(1)$ به‌عنوان تابع هدف اصلی می‌باشد و $dir(1)$ کمینه یا بیشینه تابع هدف را نشان می‌دهد. اگر $dir(1)$ برابر با ۱ باشد، هدف بیشینه‌کردن تابع هدف است و اگر $dir(1)$ برابر با ۱- باشد، باید تابع هدف را کمینه کرد. S_i و r_i به‌ترتیب متغیر نامنفی کمکی و بازهٔ تغییر تابع هدف هستند. با تغییر e_i، راه‌حل‌های کارآمد مساله تولید می‌شوند. لازم بذکر است که e_iها در مساله حاضر پله‌های تقسیم‌بندی تابع هدف آلایندگی هستند، از آنجایی که ۱۰ پاسخ پارتو بدست آمده است، لذا e_iها مقادیر تقسیم‌شده آلایندگی از مقدار صفر تا مقدار بیشینه آلایندگی در قالب ۱۰ پله می‌باشند.

هنگام به‌کار بردن روش محدودیت اپسیلون توسعه‌یافته، ابتدا بازهٔ هر تابع هدف باید تعیین شود.

پس از حل تمامی زیرمساله‌ها و به‌دست‌آوردن کلیه جواب‌های پارتوی مساله، تصمیم‌گیرنده[۱۰] می‌بایست از میان جواب‌های پارتو به دست‌آمده باتوجه به اولویت‌ها و همچنین کاربردهای متفاوت، یکی از جواب‌های پارتو را به عنوان جواب نهایی مساله موردنظر انتخاب نماید. بدین منظور روش پیشنهادی برای انتخاب بهترین جواب، استفاده از یک رهیافت فازی با تابع عضویت خطی برای تصمیم‌گیرنده می‌باشد. تابع عضویت روش فازی پیشنهادی به‌صورت روابط (۴۹) و (۵۰) تعریف می‌شود که به ترتیب برای بیشینه‌سازی و کمینه‌سازی مورد استفاده قرار می‌گیرند. بهترین و بدترین مقدار هر تابع هدف را به‌ترتیب نقطه آرمانی f_n^{u} و نقطه ندیر f_n^{SN} می‌گویند که این مقادیر برای تابع هدف بیشینه‌شونده و کمینه‌شونده به ترتیب بیشترین مقدار و کمترین مقدار می‌باشند. در این روابط f_n^{r} مقدار تابع هدف f_n در جواب پارتوی rام و μ_n^{r} تابع عضویت f_n در جواب پارتوی rام می‌باشد، μ_n^{r} در واقع نشان‌دهنده میزان بهینگی تابع هدف در جواب پارتوی rام می‌باشد. به عنوان مثال در رابطه (۴۹) که هدف بیشینه‌سازی می‌باشد، در صورتیکه پاسخ پارتوrام از مقدار ندیر (بدترین یا کمترین پاسخ) کمتر باشد، مقدار μ_n^{r} صفر درنظر گرفته می‌شود، در صورتیکه این پاسخ از مقدار آرمانی (بهترین یا بیشترین مقدار) بالاتر گردد، مقدار μ_n^{r} یک درنظر

گرفته می‌شود و درصورتیکه مقدار پاسخ پارتو r ام مقداری بین نقطه آرمانی و ندیر داشته باشد از عبارت میانی رابطه (۴۹) مقدار μ_n^r آن محاسبه خواهد شد. تابع عضویت کلی جواب پارتویrام را μ_r نامیده که طبق رابطه (۵۱) محاسبه می‌شود، که ω_n ضریب اهمیت توابع هدف nام می‌باشد، مقادیر ضرایب اهمیت توسط تصمیم‌گیرنده تعیین می‌گردد. به‌عنوان مثال اگر مسایل اقتصادی برای تصمیم‌گیرنده دراولویت باشد، ضریب اهمیت بزرگی را برای f_1 اختصاص می‌دهد. اما اگر آلودگی دارای اهمیت بیشتری باشد، ضریب اهمیت کوچکی را برای f_1 اختصاصمی‌دهد [۲۰-۲۱]. در این مقاله با توجه به اینکه تابع هدف خطی‌شده سود دارای اهمیت بیشتری نسبت به تابع هدف آلایندگی می‌باشد، این ضریب برای تابع سود مقدار ۲ و برای تابع آلایندگی مقدار ۱ را اختیار نموده‌است.

- **بیشینه‌سازی:**

$$\mu_n^r = \begin{cases} 0, & f_n^r \le f_n^{SN} \\ \dfrac{f_n^r - f_n^{SN}}{f_n^u - f_n^{SN}}, & f_n^{SN} \le f_n^r \le f_n^u \\ 1, & f_n^r \ge f_n^u \end{cases} \qquad (۴۹)$$

$$n = 1$$

- **کمینه‌سازی:**

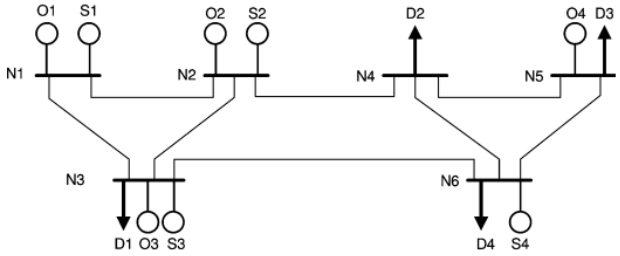
$$\mu_n^r = \begin{cases} 1, & f_n^r \le f_n^u \\ \dfrac{f_n^{SN} - f_n^r}{f_n^{SN} - f_n^u}, & f_n^u \le f_n^r \le f_n^{SN} \\ 0, & f_n^r \ge f_n^{SN} \end{cases} \qquad (۵۰)$$

$$n = 2$$

$$\mu_r = \frac{\sum_{n=1}^{P} \omega_n \cdot \mu_n^r}{\sum_{n=1}^{P} \omega_n} \qquad (۵۱)$$

۴-مطالعه موردی

سیستم موردمطالعه در این مقاله، سیستم ۶ شینه استاندارد IEEE است که در شکل (۱) نشان داده شده است [۵]. سهم هر مصرف‌کننده از بار کل شبکه در جدول (۱) نشان داده شده‌است.



شکل (۱): سیستم ۶ شینه مورد مطالعه

تولیدکنندگان راهبردی به ترتیب در شین‌های ۱، ۲، ۳ و ۶ قرار دارند و تولیدکنندگان غیرراهبردی (رقبا) نیز به ترتیب در شین‌های ۱، ۲، ۳ و ۵ قرار دارند. تمامی تولیدکنندگان پله‌های پیشنهادی خود را در قالب ۴ پله به بازار پیشنهاد می‌دهند که اطلاعات آن در جدول (۲) نشان داده شده‌است. بارها نیز به ترتیب در شین‌های ۳، ۴، ۵ و ۶ قرار دارند و پیشنهادات خود را به‌صورت پله‌های ۵تایی به بازار ارائه می‌کنند [۵]. در این بخش به اجرای مدل پرداخته شده‌است، برای حل مساله بهینه‌سازی از نرم‌افزار GAMS23.6 (نرم‌افزاری بسیار کارا در امر بهینه‌سازی) در راستای حل مدل برنامه‌ریزی خطی مختلط عددصحیح (MILP) استفاده شده‌است [۲۲]. یکی از حل‌کننده‌های بسیار کارآمد برای حل مدل‌های MILP روش CPLEX می‌باشد که در این مقاله از آن استفاده شده‌است [۲۳]. شبیه‌سازی‌های ارائه‌شده بوسیله یک دستگاه لپتاپ Asus با پردازشگر Corei5 ۲/۵ گیگاهرتز و دارای ۶ گیگابایت RAM اجرا شده‌است.

جدول (۱): محل و نوع داده‌ها

d	Bus	Factor(%)
d1	3	19
d2	4	27
d3	5	27
d4	6	27

نوع و محل واحدهای تولیدی (راهبردی و غیرراهبردی) در جدول (۲) نشان داده شده است. از روی جداول (۲) و (۳) نوع واحدها و پله‌های پیشنهادی هریک مشخص خواهد شد.

مساله پیشنهاددهی راهبردی واحدهای تولیدی در کنار رقبا در دو مورد بررسی می‌گردد، حل بصورت تک‌هدفه و حل دوهدفه سود و آلایندگی که در ادامه به تفصیل به آن پرداخته خواهد شد.

جدول (۲): نوع و محل واحدهای تولیدی

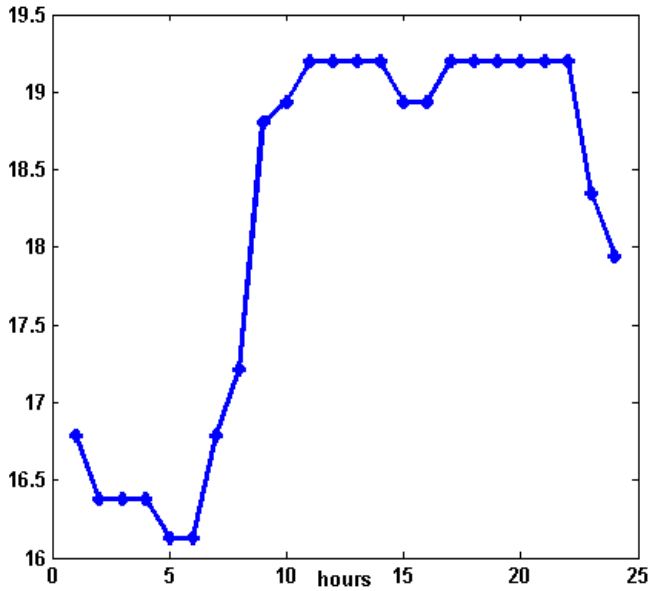
واحدهای راهبردی		
i	Type	Bus
1	155	1
2	100	2
3	155	3
4	197	6
واحدهای غیرراهبردی		
j	Type	Bus
1	350	1
2	197	2
3	197	3
4	155	5

جدول (۳): اطلاعات قیمت و توان واحدهای تولیدی

	Unit type								
	oil	oil	hydro	coal	oil	Coal	oil	coal	Nuclear
P^{Max} [MW]	12	20	50	76	100	155	197	350	400
P_1^{Max} [MWh]	2/4	15/8	15	15/2	25	54/25	68/95	140	100
P_2^{Max} [MWh]	3/4	0/2	15	22/8	25	38/75	49/25	97/5	100
P_3^{Max} [MWh]	3/6	3/8	10	22/8	20	31	39/4	52/5	120
P_4^{Max} [MWh]	2/4	0/2	10	15/2	20	31	39/4	70	80
$\lambda_1^{S/O}$ [€/MWh]	23/41	11/09	0	11/46	18/60	9/92	10/08	19/20	5/31
$\lambda_2^{S/O}$ [€/MWh]	23/78	11/42	0	11/96	20/03	10/25	10/66	20/32	5/38
$\lambda_3^{S/O}$ [€/MWh]	26/84	16/06	0	13/89	21/67	10/68	11/09	21/22	5/53
$\lambda_4^{S/O}$ [€/MWh]	30/40	16/24	0	15/97	22/72	11/26	11/72	22/13	5/66
R^{UP} [MW]	30	90	-	60	210	90	90	120	600
R^{LO} [MW]	۳۰	90	-	60	210	90	90	120	600
emissioncon.(lb/MWh)	۰/۹	۱/۱	۰	۱/۲۵	۱/۱۳۴۲	۱/۲	۱/۳	۱	۰/۸

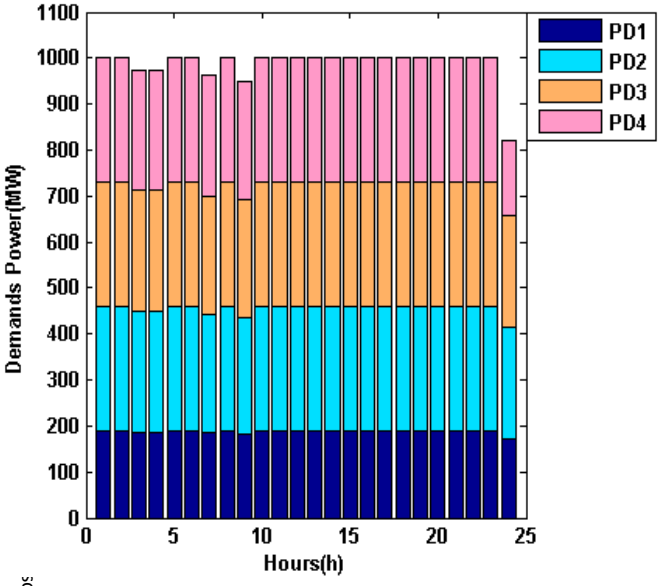
۱-۴-حل تک‌هدفه مسأله

این حالت به حل تک‌هدفه مساله می‌پردازد که در آن هدف بیشینه‌سازی سود واحدهای راهبردی (مدل خطی‌شده) می‌باشد و برای این حالت معادلات (۲)-(۴)، (۶)-(۱۳) و (۱۵)-(۴۳) حل گردیده است. در هر دو مورد مقادیر $M^{p}, M^{up}, M_{nm}^{\max}$، 10^5 درنظر گرفته شده است. قیمت تسویه بازار برای تمام ساعات در تمام شین‌ها مطابق شکل (۲) می‌باشد.



شکل(۲): قیمت تسویه بازار در حالت تک‌هدفه

شکل (۳) توان مصرف‌شده در حالت تک‌هدفه را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشخص است، توان در اکثر ساعات در بیشترین مقدار خود (۱۰۰۰ مگاوات) است، مهمترین دلیل آن به قیمت تسویه بازار برمی‌گردد، این قیمت در اکثر ساعات از ارزان-ترین پله پیشنهادی بار کمتر است، لذا اکثر پله‌ها توانسته‌اند که توان خود را مصرف نمایند.



شکل (۳): توان مصرف‌شده در حالت تک‌هدفه

جدول (۴) توان تولیدشده واحدهای راهبردی در حالت تک‌هدفه را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل ملاحظه می‌شود، واحد یک و سه تقریبا در تمام ساعات چهار پله توان پیشنهادی خود را تولید نموده‌اند، این دو واحد مشخصات یکسانی به لحاظ پله های توان و قیمت دارند. واحد دوم هیچ‌یک از پله‌های خود را تولید ننموده است، چراکه با توجه به جدول (۲) گران‌ترین واحد می‌باشد، واحد چهارم نیز تقریبا در تمام ساعات سه پله از چهار پله توان خود را تولید نموده است. این واحدها کمترین توان خود را در ساعت ۲۴ تولید نموده‌اند، دلیل آن پایین‌بودن توان پذیرفته‌شده برای بار در همین ساعت می‌باشد. واحدهای راهبردی یک و سه در تمام ساعات بجز ساعت ۲۴ تولید مشابهی دارند، دلیل تفاوت تولید در این

ساعت این است که در این ساعت قیمت تسویه بازار ۱۷/۹۴ یورو است، قیمت پله اول پیشنهادی بارها نیز همین مقدار است و سایر پله‌های آن‌ها قیمتی پایین از این دارند (۱۷/۶۱۲، ۱۷/۴۳، ۱۷/۲۵و ۱۷/۲۱۶)، لذا بارها فقط پله پیشنهادی اول خود را مصرف نموده‌اند و سایر پله‌ها مصرف نشده‌است، به همین خاطر نیاز به تولید، کمتر شده است. لازم بذکر است که گران‌ترین پله پیشنهادی واحدهای ۱ و ۳ از قیمت تسویه بازار کمتر است، از همین رو این واحدها در تمام ساعات تمام پله‌های پیشنهادی خود را تولید نموده‌اند ولی برای سایر واحدها اینگونه نیست. در جدول (۵) توان تولیدشده واحدهای غیرراهبردی در حالت تک‌هدفه نشان داده شده‌است. توان در تمام ساعات ثابت و برابر ۵۴۹ مگاوات می‌باشد. در میان آن‌ها واحد اول هیچ توانی را تولید ننموده است که دلیل آن گران‌بودن پله‌های پیشنهادی نسبت به سایر تولیدکنندگان است. همانطور که از جدول (۳) دیده می‌شود ارزان‌ترین پله پیشنهادی این واحد ۱۹/۲ €/MWh است که در بیشتر ساعات بزرگتر یا مساوی قیمت تسویه بازار است و سایر پله‌های پیشنهادی آن در تمام ساعات از قیمت تسویه بازار بیشتر است.

جدول (۴): توان تولیدشده واحدهای راهبردی در حالت تک‌هدفه

time	Power (MW)												
	PS1(b1)	PS1(b2)	PS1(b3)	PS1(b4)	PS2(b1)	PS3(b1)	PS3(b2)	PS3(b3)	PS3(b4)	PS4 (b1)	PS4(b2)	PS4(b3)	PS4(b4)
1	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	0	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	68/95	49/25	39/4	0
2	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	0	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	68/95	49/25	39/4	0
3	۵۴/۲۵	38/75	31	10/2	0	۵۴/۲۵	38/75	31	10/2	68/95	49/25	39/4	0
4	۵۴/۲۵	38/75	31	10/2	0	۵۴/۲۵	38/75	31	10/2	68/95	49/25	39/4	0
5	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	0	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	68/95	49/25	39/4	0
6	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	0	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	68/95	49/25	39/4	0
7	۵۴/۲۵	38/75	31	3/45	0	۵۴/۲۵	38/75	31	3/45	68/95	49/25	39/4	0
8	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	0	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	68/95	49/25	39/4	0
9	۵۴/۲۵	38/75	31	0	0	۵۴/۲۵	38/75	31	0	68/95	49/25	39/4	0
10	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	0	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	68/95	49/25	39/4	0
11	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	0	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	68/95	49/25	39/4	0
12	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	0	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	68/95	49/25	39/4	0
13	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	0	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	68/95	49/25	39/4	0
14	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	0	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	68/95	49/25	39/4	0
15	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	0	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	68/95	49/25	39/4	0
16	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	0	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	68/95	49/25	39/4	0
17	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	0	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	68/95	49/25	39/4	0
18	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	0	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	68/95	49/25	39/4	0
19	۵۴/۲۵	38/۷۵	31	22/7	0	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	68/95	49/25	39/4	0
20	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	0	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	68/95	49/25	39/4	0
21	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	0	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	68/95	49/25	39/4	0
22	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	0	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	68/95	49/25	39/4	0
23	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	0	۵۴/۲۵	38/75	31	22/7	68/95	49/25	39/4	0
24	۵۴/۲۵	38/75	0	0	0	۵۴/۲۵	38/75	0	0	68/95	21/05	0	0

جدول (۵): توان تولیدشده واحدهای غیرراهبردی در حالت تک‌هدفه

time	Power (MW)												
	PO1(b1)	PO2(b1)	PO2(b2)	PO2(b3)	PO2(b4)	PO3(b1)	PO3(b2)	PO3(b3)	PO3(b4)	PO4 (b1)	PO4(b2)	PO4(b3)	PO4(b4)
1	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
2	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
3	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
4	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
5	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
6	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
7	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
8	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
9	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
10	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
11	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
12	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
13	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
14	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
15	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
16	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
17	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
18	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
19	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
20	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
21	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
22	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
23	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
24	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31

۴-۲-حل مساله به صورت دوهدفه

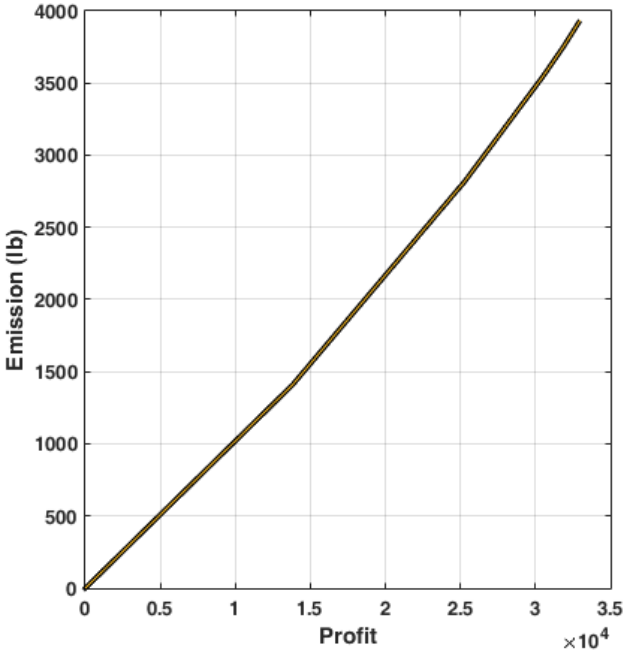
در این حالت مساله بصورت دوهدفه حل می‌گردد. تابع هدف اول بیشینه‌سازی سود واحدهای راهبردی (مدل خطی‌شده) و تابع هدف دوم کمینه‌کردن آلایندگی واحدهای راهبردی را نشان می‌دهد. برای حل مساله فوق با استفاده از روش محدودیت اپسیلون توسعه-یافته به تابع هدف اصلی و فرعی نیاز است، لذا سود واحدهای راهبردی به عنوان تابع هدف اصلی (f_1) و میزان آلایندگی واحدهای آن به‌صورت تابع هدف فرعی (f_2) درنظرگرفته می‌شود و مساله به‌صورت دوهدفه حل می‌گردد.

بر این اساس نتایج متشکل از بیشترین و کمترین سود و همچنین بیشترین و کمترین آلایندگی به‌صورت جدول (۶) بدست آمده‌است. ابتدا مساله به‌صورت تک‌هدفه با درنظرگرفتن سود حل گردید که حاصل آن به‌دست‌آمدن مقدار ۸۱۸۳۵/۰۴ یورو گشت، مقدار آلایندگی نیز ۱۳۰۸۸/۷۸ پوند به‌دست آمد. سپس همین مساله بصورت تک‌هدفه و تنها با درنظرگرفتن تابع هدف آلایندگی حل شد که مقدار آلایندگی بسیار کاهش یافت و به صفر رسید و در اینحالت مقدار سود به‌دست‌آمده هم به صفر رسید. باید توجه نمود که بدترین مقدار آلایندگی (بیشترین مقدار آن) در حالتی بدست خواهد آمد که تابع سود بصورت تک‌هدف حل گردد و بدترین مقدار سود (کمترین مقدار آن) نیز در حالتی بدست خواهد آمد که آلایندگی بصورت تک‌هدفه حل گردد. به عبارت دیگر با افزایش مقدار سود، مقدار آلایندگی نیز افزایش خواهد یافت و بالعکس.

جدول (۶): خروجی نهایی (توابع هدف سود و آلایندگی)

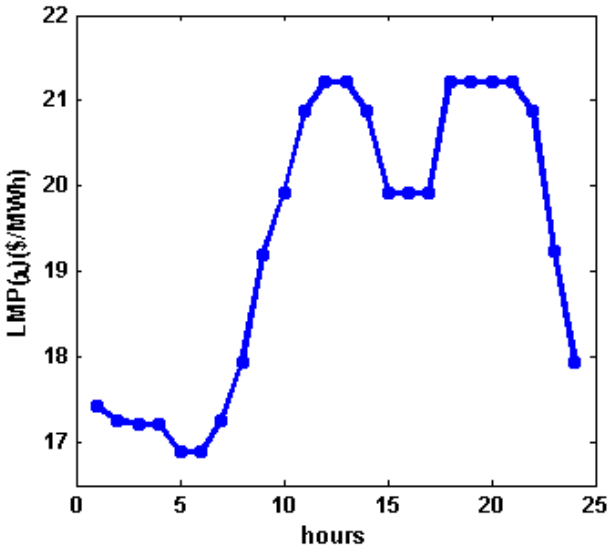
تابع هدف	کمترین مقدار	بیشترین مقدار
سود(€)	۰	۸۱۸۳۵/۰۴
آلودگی (lb)	۰	۱۳۰۸۸/۷۸

نهایتا مساله با استفاده از روش محدودیت اپسیلون توسعه‌یافته به-صورت دوهدفه حل شد که حاصل آن تعدادی پاسخ پارتو می‌باشد. باتوجه به این الگو که پیش از این تشریح شد، در این مقاله، ۱۰ پاسخ پارتو به دست آمده‌است که با استفاده از روش فازی بیان‌شده در ادامه کار بهترین پاسخ انتخاب خواهدشد. همانطور که از شکل (۴) مشخص است، با افزایش مقدار سود، مقدار آلایندگی نیز رو به افزایش رفته است، چرا که این دو تابع هدف جهت‌های مشابهی با یکدیگر دارند. تولید بیشتر در واحدهای راهبردی سبب رسیدن به سود بالاتری می‌گردد ولی با همین نسبت مقدار آلایندگی واحدهای آن نیز افزایش می‌یابد.



شکل (۴): سود و آلایندگی

شکل(۵) قیمت تسویه بازار برای تمام ساعات در تمام شین‌ها در حالت دوهدفه می‌باشد. همانطور که از این شکل مشخص است، قیمت تسویه بازار تقریبا در تمام ساعات با حالت تک‌هدفه متفاوت است و مقادیری بالاتر نسبت به حالت تک‌هدفه دارد، مهم‌ترین دلیل آن این است که در این حالت تولید واحدهای راهبردی محدود شده‌است، چراکه در کنار سود، آلایندگی نیز مطرح گشته‌است و تولید کمتر به معنای آلایندگی کمتر خواهد بود. لذا بارها نیز قادر به مصرف توان کمتری هستند، به عبارت دیگر فقط اولین (گران‌ترین) پله پیشنهادی آن‌ها مورد پذیرش واقع می‌گردد.



شکل (۵): قیمت تسویه بازار در حالت دوهدفه

جدول (۷) انرژی تولیدشده واحدهای راهبردی در حالت دوهدفه را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل ملاحظه می‌کنید، از ساعات ۱ تا ۷ توانی تولید نمی‌شود که مهم‌ترین دلیل آن محدودبودن مقدار آلایندگی در این واحدها می‌باشد، به عبارت دیگر برای مقدار آلایندگی آن‌ها سقفی قرار گرفته است، لذا تولید آن‌ها نیز محدود گشته است.

جدول (۸) انرژی تولیدشده واحدهای غیرراهبردی را در حالت دو-هدفه نشان می‌دهد. مقدار تولید این واحدها نسبت به واحدهای راهبردی بسیار بیشتر است، دلیل آن این است که در این مساله هدف، کمینه‌کردن آلایندگی واحدهای راهبردی است، لذا همین مساله، تولید آن‌ها را با محدودیت روبرو می‌کند و به همین نسبت عرصه را برای واحدهای غیرراهبردی باز می‌کند و این واحدها بدون محدودیت می‌توانند به تولید توان بپردازند و تا نقطه بیشینه سود پیش بروند.

جدول (۷): توان تولیدشده واحدهای راهبردی در حالت دوهدفه

time	Power (MW)												
	PS1(b1)	PS1(b2)	PS1(b3)	PS1(b4)	PS2	PS3(b1)	PS3(b2)	PS3(b3)	PS3(b4)	PS4(b1)	PS4(b2)	PS4(b3)	PS4(b4)
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	۵۴/۲۵	38/75	0	0	0	۵۴/۲۵	0	0	0	0	0	0	0
9	۵۴/۲۵	38/75	31	13/8	0	۵۴/۲۵	38/75	31	20/25	68/95	0	0	0
10	۵۴/۲۵	38/75	19	0	0	۵۴/۲۵	38/75	31	0	0	0	0	0
11	۵۴/۲۵	38/75	0	0	0	۵۴/۲۵	16/25	0	0	0	0	0	0
12	۵۴/۲۵	38/75	0	0	0	۵۴/۲۵	16/25	0	0	0	0	0	0
13	۵۴/۲۵	38/75	0	0	0	۵۴/۲۵	16/25	0	0	0	0	0	0

14	۵۴/۲۵	38/75	0	0	0	۵۴/۲۵	16/25	0	0	0	0	0	0
15	۵۴/۲۵	38/75	19	0	0	۵۴/۲۵	38/75	31	0	0	0	0	0
16	۵۴/۲۵	38/75	19	0	0	۵۴/۲۵	38/75	31	0	0	0	0	0
17	۵۴/۲۵	38/75	31	0	0	۵۴/۲۵	38/75	31	0	38	0	0	0
18	۵۴/۲۵	38/75	0	0	0	۵۴/۲۵	16/25	0	0	0	0	0	0
19	۵۴/۲۵	38/7۵	0	0	0	۵۴/۲۵	16/25	0	0	0	0	0	0
20	۵۴/۲۵	38/75	0	0	0	۵۴/۲۵	16/25	0	0	0	0	0	0
21	۵۴/۲۵	38/75	0	0	0	۵۴/۲۵	16/25	0	0	0	0	0	0
22	۵۴/۲۵	38/75	0	0	0	۵۴/۲۵	16/25	0	0	0	0	0	0
23	۵۴/۲۵	38/75	19	0	0	۵۴/۲۵	38/75	31	0	0	0	0	0
24	۵۴/۲۵	0	0	0	0	۵۴/۲۵	0	0	0	0	0	0	0

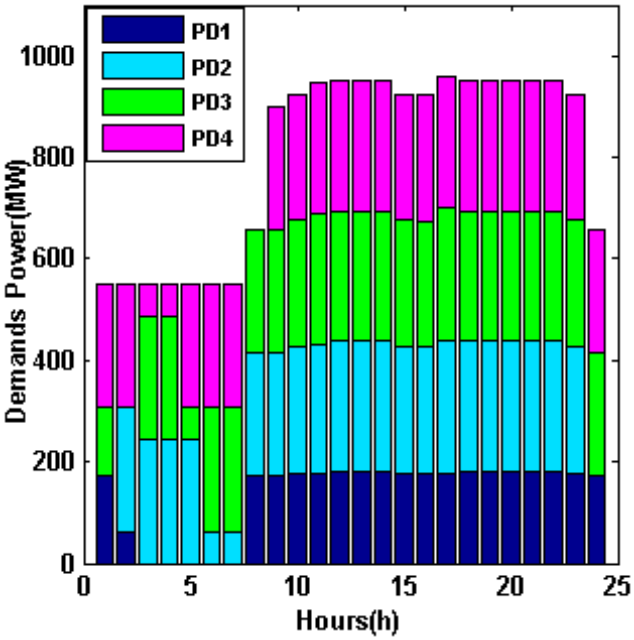
جدول (۸): توان تولیدشده واحدهای غیرراهبردی در حالت دوهدفه

time	Power (MW)													
	PO1(b1)	PO1(b2)	PO2(b1)	PO2(b2)	PO2(b3)	PO2(b4)	PO3(b1)	PO3 (b2)	PO3(b3)	PO3(b4)	PO4(b1)	PO4(b2)	PO4(b3)	PO4(b4)
1	0	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
2	0	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
3	0	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
4	0	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
5	0	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
6	0	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
7	0	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
8	0	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
9	0	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
10	140	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
11	140	97/5	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
12	140	97/5	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
13	140	97/5	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
14	140	97/5	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
15	140	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
16	140	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
17	140	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
18	140	97/5	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
19	140	97/5	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
20	140	97/5	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
21	140	97/5	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
22	140	97/5	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
23	140	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31
24	0	0	68/95	49/25	39/4	39/4	68/95	49/25	39/4	39/4	54/25	38/75	31	31

شکل(۶) توان مصرف‌شده در حالت دوهدفه را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل مشخص است، از ساعت ۱ تا ۸ و ساعت ۲۴ فقط تعداد سه تا از بارها مصرف شده‌اند که مهم‌ترین دلیل آن کاهش تولید واحدهای راهبردی به دلیل محدودبودن حد مجاز آلایندگی برای آن‌ها می‌باشد.

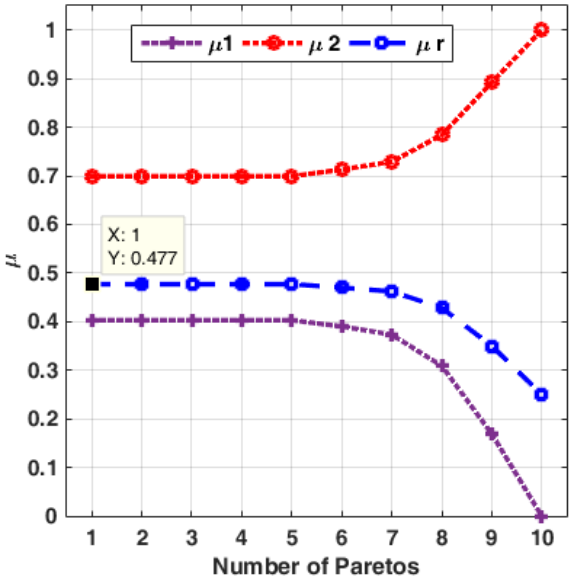
۴-۲-۱- تصمیم‌گیری فازی

در مسائلی با بیش از یک تابع هدف می‌بایست از میان جواب‌های پارتو به دست‌آمده، با توجه به اولویت مورد نظر، یکی از جواب‌ها به‌عنوان جواب نهایی مساله موردنظر انتخاب گردد. یکی از کارآمدترین روش‌های انتخاب بهترین پاسخ، روشتصمیم‌گیری فازی با توابع عضویت خطی می‌باشد. در اینجا با استفاده از روابط (۴۹)-(۵۱) و محاسبه مقادیر بهینگی و تابع عضویت، بهترین پاسخ از میان 10 پاسخ پارتوی موجود به صورت شکل (7) به‌دست می‌آید.



شکل(۶): توان مصرف‌شده در حالت دوهدفه

همان‌طور که در شکل (۷) مشخص است، μ^2 مقدار تابع عضویت برای تابع هدف بیشینه‌شونده (سود) و μ^1 برای تابع هدف کمینه-شونده (آلایندگی) می‌باشد، بعد از محاسبه این دو و با توجه به اینکه اهمیت سود دو برابر آلایندگی درنظر گرفته شد، مقدار تابع عضویت نهایی محاسبه شده و پاسخ پارتو شماره ۱ به‌عنوان بهترین پاسخ انتخاب شده‌است. در این پاسخ مقدار سود نهایی ۳۸۸۹۴/۹۶ یورو و مقدار آلایندگی نیز 4744/525 پوند گردیده‌است.



شکل(7): توابع عضویت خطی برای انتخاب بهترین پاسخ پارتو

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی برای پیشنهاددهی بهینه واحدهای تولیدی راهبردی به بازار روز بعد در کنار رقبا پیشنهاد داده شده‌است. برای دست‌یابی به این هدف یک مدل بهینه‌سازی دوسطحه ریاضی با محدودیت‌های تعادلی ارائه شده‌است. سطح اول این مدل، بیشینه-سازی سود واحدهای تولیدی راهبردی و سطح دوم بیشینه‌سازی سطح رفاه اجتماعی را دربر گرفته‌است. مدل دوسطحه با استفاده از تئوری دوگانگی و شرایط بهینگی کروش-کاهن-تاکر به یک مدل برنامه‌ریزی خطی مختلط عددصحیح تبدیل شده‌است. این مساله دوسطحه بصورت دوهدفه با استفاده از روش محدودیت اپسیلون توسعه‌یافته در جهت بیشینه‌سازی سود مدل خطی‌شده و کاهش آلایندگی واحدهای تولیدی راهبردی نیز حل گردیده‌است. ازآن-جایی‌که توان عبوری از خطوط در محدوده مجاز ظرفیت خطوط قرار داشت، لذا هیچ خطی دچار پرشدگی نشده و قیمت‌های گره‌ای در تمام شین‌ها یکسان گردید. به جای پخش بار DC از مدل PTDF در راستای ارتباط بین توان تزریقی به شین و توان عبوری از خطوط استفاده گردید. نهایتا تعدادی پاسخ پارتو به‌دست آمد و با استفاده از روش تصمیم‌گیری فازی بهترین پاسخ انتخاب گردید. در انتخاب این پاسخ مصالحه‌ای بین سود و آلودگی ایجاد گردید و با توجه به اینکه تابع هدف سود از اهمیت بالاتری نسبت به تابع هدف آلایندگی برخوردار می‌باشد، بهترین پاسخ به‌دست آمد.

۶- مراجع

[۱] غفارپور رضا ، هاشمی یاشار، اعلمی حبیب‌الله، «برنامه‌ریزی امنیت مقید مشارکت واحدهای تولیدی و ارائه مدل احتمالی دسترس‌ناپذیری نیروگاه‌ها در شرایط اضطراری»، نشریه مهندسی برق و الکترونیک ایران، سال چهاردهم، شماره سوم، پاییز ۱۳۹۶.

[۲] جدی بابک، غفارپور رضا، رنجبر علی‌محمد،«ارتقا شاخص‌های پدافند غیرعامل با استفاده از برنامه‌ریزی بهینه منابع تجدیدپذیر انرژی در شبکه هوشمند توزیع برق»، نشریه مهندسی برق و الکترونیک ایران، سال پانزدهم، شماره اول، بهار ۱۳۹۷.

[۳] قلی‌نیا محمد، صفدری مهران، حسن‌پور سمیه،«طرح روشی نوین در برنامه‌ریزی بهینه کوتاه‌مدت ریزشبکه»، نشریه مهندسی برق و الکترونیک ایران، سال پانزدهم، شماره اول، بهار ۱۳۹۷.

[4] Latorre, M. d. L., Granville, S., "The Stackelberg equilibrium applied to AC power systems—A noninterior point algorithm," IEEE Trans. Power Syst., vol. 18, no. 2, pp. 611–618, 2003.

[5] Ruiz, C., Conejo, A.J. "Pool strategy of a producer with endogenous formation of locational marginal prices," IEEE Trans. Power Syst., vol. 24, no. 4, pp. 1855–1866, 2009.

[6] Guangquan, Z., Zhang, G.L., Gao, Y., Lu., J. "Competitive strategic bidding optimization in electricity markets using bilevel programming and swarm techniques," IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 58, no. 6, pp. 2138–2146, 2011.

[7] Marco, Z., Morales, J.M.,Pinson,P., Madsen, H. "Pool strategy of a price-maker wind power producer," IEEE Trans. Power Syst., vol. 28, no. 3, pp. 3440–3450, 2013.

[8] Baringo, L.,Conejo, A.J.,"Strategic offering for a wind power producer," IEEE Trans. Power Syst, vol.28, no. 4, pp. 4645-4654, 2013.

[9] M. Shafiekhani, A. Badri, and F. Khavari, "A Bi-level model for strategic bidding of virtual power plant in day-ahead and balancing market," in 2017 Smart Grid Conference (SGC), 2017, pp. 1-6.

[۱۰] اسمعیلی جونوشی محمد، احمدیان محمد، حیدری‌زاده محمد، «مدیریت ریسک سرمایه‌گذاری راهبردی در تولید با روش برنامه‌ی ریاضی با قیود تعادلی تصادفی»، نشریه مهندسی برق و الکترونیک ایران، سال چهاردهم، شماره سوم، پاییز ۱۳۹۶.

[11] Zareii, E., Mohammadian, M., Gharaveisi, A., "Scheduling security constraint unit commitment for power system including stochastic wind power generation," journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers, vol. 14, no. 4, Winter 2017.

[12] Baringo, L., Conejo, A. J.,"Offering strategy of wind-power producer: A multi stage risk-constrained approach," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 31, pp, 1420-1429, 2016.

[13] Dai, T., Qiao, W.,"Optimal Bidding Strategy of a Strategic Wind Power Producer in the Short-Term Market," IEEE Transactions on Sustainable Energy, vol. 6, pp.707-719, 2015.

[14] Taheri, L., Rashidinejad, M., Badri, A. Rahimi-kian, A., "Analytical Approach in Computing Nash Equilibrium for Oligopolistic Competition of Transmission-Constrained GENCOs," IEEE System Journal, vol. 9, pp. 1452-1462, 2015.

[15] Kazempour, S. J., Zareipour, H., "Equilibrium in an Oligopolistic Market with Wind Power Production," IEEE Transaction on Power Systems, vol. 29, pp. 686-697, 2014.

[16] Zhou, Z., Xiong, F., Xu, C., Zhou, S., Gong, J., "Energy Management for Energy Internet: A Combination of Game Theory and Big Data-Based Renewable Power Forecastion," IEEE International Conference on Energy Internet (ICEI), pp. 198-203, 2017.

[17] Mavrotas, G., "Effective implementation of the ε-constraint method in multi-objective mathematical programming problems," Applied mathematics and computation, vol.213 ,no. 2, pp. 455-465, 2009.

[18]Majidi, M.,Nojavan, S.,Nourani Esfetanaj, N.,Najafi-Ghalelou, A.,Zare, K. "A multi-objective model for optimal operation of a battery/PV/fuel cell/grid hybrid energy system using weighted sum technique and fuzzy satisfying approach considering responsible load management," Solar Energy, vol.144, no. 2, pp. 79-89, 2017.

[19]Nojavan, S.,Majidi, M., Najafi-Ghalelou, A., Ghahramani, M.,Zare, K. "A cost-emission model for fuel cell/PV/battery hybrid energy systemin the presence of demand response program: ε-constraint method and fuzzy satisfying approach," Energy Conversion and Management, vol. 138, no. 3, pp. 383-392, 2017.

[20] Paterakis, N. G., Gibescu, M., Bakirtzis, A. G., Catalao, P. S. "A Multi-Objective Optimization Approach to Risk Constrained Energy and Reserve Procurement Using Demand Response," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 33, no. 4, pp. 3940-3954, 2018.

[21] Hamidi, A., Nazapour, D., Golshannavaz, A., "Multiobjective Scheduling of Microgridsto Harvest High Photovoltaic Energy," IEEE Transactions on Industrial Informatics, vol. 14, no. 1, pp. 47-57, 2018.

[22] GAMS User Guide, https:www.GAMS.com.

[23] GAMS Development Corporation, how to run a model with GAMS/CPLEX, Washington D.C. Available athttp://www.gams.com/solvers/

زیرنویس‌ها

[1]Karush-Kuhn-Tucher
[2]Strong Duality Theory
[3]Multi-objective Mathematical Programming
[4]Pareto Optimal
[5]Non-dominated Optimal
[6]Non-inferior
[7]Efficient
[8]Locational marginal prices
[9]Fortuny-Amat
[10]Decision-maker