ارزیابی احتمالاتی ولتاژ شبکه‌های توزیع فعال با در نظر گرفتن همبستگی توربین‌های بادی با روش ترکیبی انباشتک و حداکثر آنتروپی

امیرحسین فرجی[۱] مقداد تورانداز کناری[۲] محمدصادق سپاسیان[۳] مهرداد ستایش‌نظر[۴]

۱-کارشناسی ارشد- دانشکده مهندسی برق- پردیس فنی و مهندسی شهید عباسپور- دانشگاه شهید بهشتی- تهران- ایران
farajiamirhossein@gmail.com

۲-دانشجوی دکتری- دانشکده مهندسی برق- پردیس فنی و مهندسی شهید عباسپور- دانشگاه شهید بهشتی- تهران- ایران
m_tourandaz@sbu.ac.ir

۳-دانشیار- دانشکده مهندسی برق- پردیس فنی و مهندسی شهید عباسپور- دانشگاه شهید بهشتی- تهران- ایران
m_sepasian@sbu.ac.ir

۴-دانشیار- دانشکده مهندسی برق- پردیس فنی و مهندسی شهید عباسپور- دانشگاه شهید بهشتی- تهران- ایران
m_setayesh@sbu.ac.ir

چکیده: **به‌دلیل گسترش روزافزون تولیدات پراکنده بادی در شبکه‌های توزیع، این تولیدات می‌توانند اثرات قابل توجهی بر بهره-برداری، برنامه‌ریزی و قابلیت اطمینان شبکه بگذارند. در همین راستا، این مقاله یک روش پخش بار احتمالاتی ارائه می‌کند که در آن، اثرات عدم قطعیت تولیدات پراکنده بادی بر شبکه توزیع درنظر گرفته شده است. این روش بر پایه انباشتک ارائه شده است که نیازی به محاسبات پیچیده روش کانوولوشن و یا بار محاسباتی سنگین روش مونت کارلو ندارد. روش پیشنهادی قادر به بررسی همبستگی بین متغیرهای تصادفی ورودی می‌باشد. بنابراین، در این مقاله همبستگی بین واحدهای بادی مجاور نیز مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته است. به‌علاوه، مدل احتمالاتی توربین‌های بادی نیز استخراج شده است. جهت استخراج توزیع احتمال ولتاژ شین‌ها، یکی از دقیق‌ترین روش‌های بسط سری به نام حداکثر آنتروپی به کار گرفته شده است. در نهایت، روش پیشنهادی بر روی شبکه توزیع ۳۳ شینه IEEE اجرا شده و نتایج مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته‌اند. نتایج، صحت و کارآیی روش پیشنهادی را نشان داده‌اند.**

کلمات کلیدی: **پخش بار احتمالاتی، شبکه‌های توزیع، تولیدات پراکنده بادی، روش انباشتک، ولتاژ، حداکثر آنتروپی، تابع توزیع تجمعی.**

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۴/۸/۲۴

تاریخ پذیرش مشروط مقاله: ۱۳۹۵/۰۹/۰۶

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۱۱/۳

نام نویسنده‌ی مسئول: دکتر محمدصادق سپاسیان

نشانی نویسنده‌ی مسئول: ایران – تهران – تهرانپارس- خیابان عباسپور – پردیس فنی و مهندسی عباسپور- دانشگاه شهید بهشتی – دانشکده‌ی برق

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.1.4.2]

Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers Vol15 No.1 Spring2018

۱- مقدمه

گسترش روزافزون تولیدات غیر مداوم[1]از یکسو و افزایش میزان بارهای جدید مانند بارهای الکترونیکی، کولرهای گازی و اتومبیل‌های الکتریکی از سوی دیگر، عدم قطعیت سیستم‌های توزیع فعال[2] ریز شبکه‌ها و شبکه‌های هوشمند را افزایش داده است [۳-۱]. این امر، لزوم به‌کارگیری ابزارهای آنالیز احتمالاتی جهت برنامه‌ریزی و بهره‌برداری روزانه از شبکه‌های توزیع را بیش از پیش روشن کرده است. پخش بار احتمالاتی[3]یکی از بهترین ابزارهای احتمالاتی شناخته شده در این زمینه است. به‌کارگیری این روش، برای نخستین بار در سال ۱۹۷۴ در مطالعات سیستم قدرت پیشنهاد شده است [۴]. پس از آن، مطالعات متعددی در این زمینه صورت گرفته است. متداول‌ترین روش برای حل مسئله *PLF*، استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو[4]است [۵]. این تکنیک با تکرار شبیه‌سازی و با کمک نمونه‌برداری از تابع چگالی احتمال[5]متغیر تصادفی مورد نظر، تابع خروجی را تخمین می‌زند. اگرچه این روش دارای دقت بالا می‌باشد اما تکنیکی با بار محاسباتی سنگین است. از سوی دیگر، روش کانولوشن یکی از قدیمی‌ترین روش‌های تحلیلی حل پخش بار احتمالی است که دارای ساختار پیچیده ریاضی می‌باشد [۶]. برای رفع این مشکل، روشی مبتنی بر تکنیک تبدیل فوریه سریع[6]در مرجع [۷] پیشنهاد شده است. همچنین، روش مبتنی بر نمونه گیری مکعب لاتین (*LHS*) در [۸] پیشنهاد شده است. در مراجع [۹-۱۱] روش برآورد نقطه‌ای[7]برای حل مساله *PLF* پیشنهاد شده است. این روش برپایه تخمین گشتاور متغیرهای خروجی بنا شده است. در پژوهش‌های دیگری، روش تخمین نقطه‌ای در مسائل مربوط به پخش بار بهینه احتمالاتی نیز به‌کار گرفته شده است [۱۲و ۱۳].

روش ترکیبی انباشتک[8]و سری‌های متعامد[9]شامل بسط سری گرم-شارلیه [10]و لاگرانژ چندجمله‌ای[11] [۱۴] در حل مساله *PLF* و پخش بار بهینه احتمالاتی در [۱۵-۱۷] پیشنهاد شده است. در این روش، با توجه به نوع توزیع احتمال متغیرهای ورودی و محاسبه انباشتک‌های آن‌ها، گشتاورها و انباشتک‌های متغیرهای خروجی محاسبه می‌شوند. سپس با کمک روش‌های تخمین تابع چگالی احتمال، *PDF* متغیرهای خروجی حاصل می‌شوند. به‌دلیل خطای روش گرم-شارلیه در تخمین توزیع‌های غیرنرمال، در مرجع [۱۸]، روش کورنیش-فیشر[12]برای استفاده در مساله پخش بار احتمالاتی پیشنهاد شده است.

اغلب، در *PLF*، عدم قطعیت بارها در نظر گرفته می‌شود. این عدم قطعیت معمولاً از سطح بالایی برخوردار نیست –به‌خصوص برای مسائل بهره‌برداری- و می‌تواند توسط توابع چگالی احتمال گاوسی مدل شود. اما گسترش تولیدات بادی با توجه به عدم قطعیت سطح بالا و *PDF* غیرگاوسی، چالش جدیدی در این زمینه به شمار می‌آید. در روش‌های قدیمی، متغیرهای تصادفی، مستقل از یکدیگر فرض می‌شده‌اند. با این وجود، به‌دلیل افزایش همبستگی در مصرف بارها و همچنین تولیدات پراکنده –مانند تولیدات بادی یا خورشیدی- باید این همبستگی در مساله پخش بار احتمالاتی در نظر گرفته شود. با این حال، برخی از روش‌های بررسی همبستگی بین متغیرهای تصادفی، بسیار پیچیده هستند. در مرجع [۱۹] یک روش پخش‌بار مبتنی بر الگوریتم هیورستیک با در نظر گرفتن تاثیر رفتارهای احتمالی و نوسانی منابع انرژی تجدیدپذیر و بار به‌صورت الگوریتم پخش‌بار احتمالی مدل شده است. به‌علاوه، همبستگی بین تولیدات خورشیدی در [۲۰] و همبستگی بین بارها و منابع تولید پراکنده در [۲۱] به صورت متغیرهای تصادفی وابسته در نظر گرفته شده‌اندمقاله پیش‌رو روشی نوین جهت استخراج *PDF* و*CDF*[13] ولتاژ شین‌ها ارائه می‌دهد. این روش با ترکیب مفهوم انباشتک و تئوری بسط سری حداکثر آنتروپی[14]به محاسبه *PDF* و *CDF* ولتاژ شین‌ها می‌پردازد. روش پیشنهادی در مقایسه با دیگر روش‌های موجود، از محاسبات پیچیده مرسوم اجتناب می‌کند و به جای آن از فرآیند ساده ریاضی انباشتک که بار محاسباتی آن به نسبت بسیار کم است، استفاده می‌نماید. علاوه بر این، روش مورد نظر *PDF* و *CDF* ولتاژ شین را در یک اجرا بدست می‌آورد. با توجه به اینکه بسط حداکثر آنتروپی در مرتبه‌های پایین نیز توانایی دستیابی به تخمین *PDF* و *CDF* ولتاژ را دارد، این روش به طور قابل ملاحظه‌ای حجم ذخیره‌سازی اطلاعات را کاهش می‌دهد. بنابراین این روش، توانایی اجرا بر روی شبکه‌های واقعی بزرگ را نیز دارد. نتایج محاسباتی نیز نشان می‌دهند که روش جدید با محاسبات بسیار کم قادر به محاسبه توزیع احتمال است. همچنین همبستگی بین واحدهای تولید پراکنده درنظر گرفته شده و برای تبدیل انباشتک خروجی پخش بار از روش حداکثر آنتروپی استفاده شده است.

۲- مراحل حل مساله پخش بار احتمالاتی با روش پیشنهادی

در این مقاله از روش ترکیبی انباشتک و حداکثر آنتروپی جهت محاسبات پخش بار احتمالاتی استفاده شده است. در این روش، ابتدا معادلات پخش بار، خطی شده و انباشتک پارامترهای ورودی شامل بار شین‌ها و توان بادی محاسبه می‌شوند، سپس با اعمال روابط خطی شده پخش بار و روابط مربوط به انباشتک‌ها، انباشتک‌های خروجی محاسبه می‌شوند. در انتها برای استخراج *PDF* و *CDF* ولتاژ شین‌ها از روش بسط سری حداکثر آنتروپی (برای تبدیل انباشتک به *CDF*) استفاده می‌شود. روش حل با تفصیل بیشتر در ادامه تشریح می‌شود.

ابتدا توزیع احتمال توان بادی با استفاده از منحنی توان-باد توربین و توزیع احتمال سرعت باد، با اجرای ۵۰۰۰۰ تکرار مونت کارلو استخراج شده و اطلاعات حاصل با استفاده از روش حداکثر شباهت[15] نرم‌افزار *MATLAB* به تابع چگالی احتمال تبدیل می‌شوند. بنابراین، در پایان این مرحله، تابع چگالی احتمال توان باد با استفاده از توزیع

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.1.4.2]

Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.15- No.1 Spring 2018

احتمال سرعت باد و منحنی توان-باد توربین بدست می‌آید. در ادامه، برای تابع توزیع احتمال وایبول بدست آمده، گشتاورها و انباشتک‌های مربوطه محاسبه می‌شوند. در مرحله بعد، با در نظر گرفتن *PDF* گاوسی برای بار شین‌ها (با انحراف معیار ٪۵) و با کمک روابط بین گشتاور-انباشتک توزیع گاوسی، انباشتک‌های مرتبه‌های مختلف بار شین‌ها حاصل می‌شوند. سپس، با اجرای مساله پخش بار قطعی، نقطه کار اولیه مساله حاصل می‌شود. در این مرحله باید روابط پخش بار خطی‌سازی شوند تا بتوان با کمک این روابط، انباشتک‌های متغیرهای خروجی ولتاژ یا شار خطوط را محاسبه کرد. در نهایت، با به‌کارگیری روش حداکثر آنتروپی و با استفاده از گشتاورها یا انباشتک‌های متغیرهای خروجی، *CDF* یا *PDF* ولتاژ شین‌ها حاصل می‌شوند.

۳- روش انباشتک

در این بخش روابط مربوط به روش انباشتک برمبنای متغیرهای همبسته تشریح می‌شوند.

۳-۱- تابع ویژه

اگر متغیر تصادفی X دارای تابع توزیع تجمعی $F(X)$ باشد، امید ریاضی تابع ویژه آن به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\psi(\mathrm{t}) = \mathrm{E}(\mathrm{e}^{itX}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{itx}\, dF(\mathrm{x}) \qquad (۱)$$

این تابع (ψ) ، تابعی از متغیر واقعی t و بخش موهومی i می‌باشد و تابع ویژه متغیر X نام دارد.

۳-۲- گشتاور و گشتاور مرکزی

برای یک متغیر X با تابع توزیع تجمعی $F(X)$ طبق تعریف داریم:

$$\alpha_v = E(X^v) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^v dF(\mathrm{x}) \qquad (۲)$$

که α_v گشتاور مرتبه v یا vامین گشتاور توزیع احتمال X است. گشتاور حول مقدار میانگین (μ) متغیر X، گشتاور مرکزی است که مطابق رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\beta_v = E[(X-\mu)^v] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^v dF(\mathrm{x}) \qquad (۳)$$

۳-۳- انباشتک

اگر kامین گشتاور توزیع یک متغیر تصادفی وجود داشته باشد، می‌توان تابع ویژه آنرا توسط یک سری تیلور با مرکزیت صفر بسط داد:

$$\psi(\mathrm{t}) = 1 + \sum_{1}^{k} \frac{\alpha_v}{v!}(\mathrm{it})^v + o(\mathrm{t}^k)$$
$$Ln\psi(\mathrm{t}) = \sum_{1}^{k} \frac{k_v}{v!}(\mathrm{it})^v + o(\mathrm{t}^k) \qquad (۴)$$

که ضریب k_v انباشتک مرتبه vام توزیع $f(X)$ است. با توجه به این معادلات، رابطه بین گشتاور و انباشتک به شکل زیر قابل بیان است:

$$k_v = \alpha_v - \sum_{m=1}^{v-1} \binom{v-1}{m-1} k_m \alpha_{v-m} \qquad (۵)$$

به‌طور مشابه می‌توان چهار گشتاور مرکزی را برحسب انباشتک‌ها به‌صورت رابطه زیر تعریف کرد:

$$\beta_1 = 0, \quad \beta_2 = k_2 = \sigma^2,$$
$$\beta_3 = k_3, \quad \beta_4 = k_4 + 3k_2^2 \qquad (۶)$$

که σ معرّف انحراف معیار است.

۳-۴- همبستگی انباشتک‌ها

برای اینکه بتوان همبستگی بین توربین‌های بادی[۱۶] را در ساختار مساله درنظر گرفت، لازم است روابط مربوط به انباشتک‌های متغیرهای وابسته استخراج شوند. در این راستا، کواریانس بین دو متغیر تصادفی X و Y معرّف میزان همبستگی بین این دو متغیر است. این پارامتر به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\mathrm{cov}(X,Y) = \mathrm{E}\left[(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\right] \qquad (۷)$$

به‌علاوه، ضریب همبستگی بین X و Y نیز به صورت زیر قابل بیان است:

$$\rho = \frac{\mathrm{cov}(X,Y)}{(\sigma_X \sigma_Y)} \qquad (۸)$$

مقدار این ضریب می‌تواند بین ۱- تا ۱ تغییر کند. در شرایطی که ضریب همبستگی برابر صفر باشد یعنی دو متغیر از هم مستقل هستند و اگر این ضریب برابر ۱- و ۱ باشد، دو متغیر به ترتیب وابسته منفی و مثبت هستند. برای بسط روابط همبستگی به حالت برداری، فرض می‌شود X_1 ، X_2 ، . . . ، X_n عناصر بردار X و f تابع چگالی احتمال توأم آنها باشد. تابع ویژه چند متغیره و تابع مولد گشتاور چند متغیره مربوط به این بردار با استفاده از روابط ۹ و ۱۰ تعریف می‌شوند:

$$\psi(\mathrm{t}_1,\mathrm{t}_2,...,\mathrm{t}_n) = \mathrm{E}(\mathrm{e}^{it^T X})$$
$$= \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}...\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{it^T x}\, f(\mathrm{x}_1,\mathrm{x}_2,...,\mathrm{x}_n)\,\mathrm{d}\mathrm{x}_1\, dx_2...dx_n \qquad (۹)$$
$$t = (\mathrm{t}_1,\mathrm{t}_2,...,\mathrm{t}_n)^T, x = (\mathrm{x}_1,\mathrm{x}_2,...,\mathrm{x}_n)^T$$
$$\alpha_{v_1,v_2,...,v_n} = \mathrm{E}(X_1^{v1} X_2^{v2}...X_n^{vn})$$
$$= \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}...\int_{-\infty}^{+\infty} x_1^{v1} x_2^{v2}...x_n^{vn} f(\mathrm{x}_1,\mathrm{x}_2,...,\mathrm{x}_n)\,\mathrm{d}\mathrm{x}_1\, dx_2...dx_n \qquad (۱۰)$$

که داریم $v1+v2+...+vn = v$. با کمک بسط مک لورن، می‌توان روابط ۹ و ۱۰ را به‌صورت زیر بیان کرد:

$$\psi(\mathrm{t}_1,\mathrm{t}_2,...,\mathrm{t}_n) = \sum_{v1,v2,...,\mathrm{vn}=0}^{\infty} \alpha_{v_1,v_2,...,v_n} \times \frac{(\mathrm{it})^{v1}}{v1!}\frac{(\mathrm{it})^{v2}}{v2!}...\frac{(\mathrm{it})^{vn}}{vn!}$$
$$Ln\psi(\mathrm{t}_1,\mathrm{t}_2,...,\mathrm{t}_n) = \qquad (۱۱)$$
$$\sum_{v1,v2,...,\mathrm{vn}=0}^{\infty} k_{v_1,v_2,...,v_n} \times \frac{(\mathrm{it})^{v1}}{v1!}\frac{(\mathrm{it})^{v2}}{v2!}...\frac{(\mathrm{it})^{vn}}{vn!}$$

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.1.4.2]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers Vol15 No.1 Spring2018

که $K_{v1,v2,...,vn}$ انباشتک متقابل مرتبه vام عناصر بردار X است. با کمک روابط بیان شده، ارتباط بین گشتاور و انباشتک متقابل یک تابع دو متغیره بصورت زیر قابل بیان است [۲۲]:

$$k_{v1,v2} = \alpha_{v1,v2} - \alpha_{v1}\alpha_{v2} \quad (۱۲)$$

۵-۳- انباشتک متغیرهای خطی

فرض می‌شود متغیر Z طبق رابطه زیر، تابعی خطی از متغیرهای تصادفی X_i باشد:

$$Z = \sum_{i=1}^{n} a_i X_i \quad (۱۳)$$

در این رابطه a_i ها ضرایب ثابت هستند. می‌توان انباشتک‌های متقابل مرتبه‌های اول و دوم Z را به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$\begin{aligned} k_{Z,1} &= E(\sum_{i=1}^{n} a_i X_i) = \sum_{i=1}^{n} a_i k_{X_i,1} = \sum_{i=1}^{n} a_i \mu_{X_i} \\ k_{Z,2} &= E\left[\left(\sum_{i=1}^{n} a_i X_i\right)^2\right] - \left[E(\sum_{i=1}^{n} a_i X_i)\right]^2 \\ &= \sum_{i=1}^{n} a_i^2 k_{X_i,2} + 2\sum_{i=1,i<j}^{n} a_i a_j k_{X_i,X_j} \end{aligned} \quad (۱۴)$$

که در این رابطه، k_{X_i,X_j} انباشتک متقابل متغیرهای X_i و X_j است. رابطه بین ضریب همبستگی و انباشتک متقابل این دو متغیر نیز به‌صورت زیر قابل تعریف است [۲۲]:

$$k_{X_i,X_j} = \rho\sigma_{X_i}\sigma_{X_j} \quad (۱۵)$$

۴- خطی‌سازی مساله پخش بار

می‌توان معادلات مربوط به مساله پخش بار را به فرم کلی زیر نوشت:

$$S = g(Z) \quad (۱۶)$$

که Z بردار اندازه و زاویه ولتاژ شین (بردار حالت)، S بردار توان اکتیو و راکتیو تزریقی (بردار ورودی) و g تابع غیرخطی است. برای استخراج روابط کلی خطی شده پخش بار باید درنظر داشت که در معادلات پخش بار، دو دسته روابط جبری غیرخطی وجود دارند که با خطی‌سازی آن‌ها معادلات خطی می‌شوند. اولین عامل غیر خطی، ضرب دو متغیر است. اگر فرض شود:

$$Z = X.Y \quad (۱۷)$$

آنگاه می‌توان این دو متغیر را به‌صورت زیر نوشت:

$$X = X_0 + \Delta X \quad (۱۸)$$

$$Y = Y_0 + \Delta Y \quad (۱۹)$$

که X_0 و Y_0 امید ریاضی و ΔX و ΔY تغییرات تصادفی متغیرهای X و Y می‌باشند. برای خطی‌سازی ضرب این دو متغیر می‌توان ازترکیب روابط (۱۷) تا (۱۹) استفاده کرد. بنابراین (با صرف نظر از کردن از عبارت $\Delta X \Delta Y$) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} Z &= (X_0 + \Delta X)(Y_0 + \Delta Y) \simeq X_0 Y_0 + X_0 \Delta Y + Y_0 \Delta X \\ &= X_0 Y + Y_0 X - X_0 Y_0 \end{aligned} \quad (۲۰)$$

روابط مثلثاتی عامل دیگری در غیر خطی شدن معادلات هستند. با استفاده از دو جمله اول بسط مک لورن، توابع مثلثاتی خطی‌سازی می‌شوند. با استفاده از تکنیک ذکر شده، می‌توان معادلات خطی شده پخش بار مجزا را به‌صورت رابطه نهایی زیر نوشت [۲۳]:

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M & L \\ N & J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ V \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R \\ H \end{bmatrix} \quad (۲۱)$$

که در آن M و L رابط خطی بین بردار توان اکتیو تزریقی با بردارهای زاویه و اندازه ولتاژ شین و N و J رابط خطی بین بردار توان راکتیو تزریقی با بردارهای زاویه و اندازه ولتاژ شین هستند. همچنین، R و H باقیمانده روابط جبری پس از خطی‌سازی هستند که مقادیر ثابتی دارند.

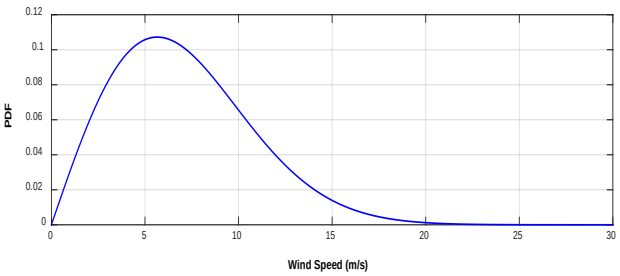
۵- مدل احتمالاتی مزرعه بادی

به‌منظور استخراج مدل احتمالاتی توربین بادی، اطلاعات آماری باد (با سرعت متوسط ۷/۰۹ متر بر ثانیه) در یک منطقه مشخص، درنظر گرفته شده است. سپس با استفاده از نمونه‌گیری از سرعت باد، مدل احتمالاتی مزرعه بادی مورد نظر استخراج شده است.

تاکنون برای مدلسازی سرعت باد یک منطقه، توزیع‌های احتمال متفاوتی پیشنهاد شده است که انواع مختلف آن در [۲۴] بیان شده است. همچنین در این مرجع نشان داده شده است که بهترین توزیع احتمال برای مدل نمودن سرعت باد، توزیع احتمال وایبول است. بنابراین، تابع چگالی سرعت باد در منطقه مورد نظر به‌صورت یک توزیع وایبول با ضرایب ۲ و ۸ انتخاب شده است که سرعت متوسط ۷/۰۹ متر بر ثانیه را نتیجه می‌دهد. معادله (۲۲)، رابطه تابع چگالی احتمال سرعت باد را نشان می‌دهد. به‌علاوه، منحنی سرعت باد در منطقه موردنظر مطابق شکل ۱ حاصل شده است.

$$f(v) = \frac{k}{c}\left(\frac{v}{c}\right)^{k-1} \exp\left[-\left(\frac{v}{c}\right)^{k}\right] \quad (۲۲)$$

که در آن v سرعت باد، k پارامتر شکل و c پارمتر مقیاس تابع توزیع وایبول هستند.

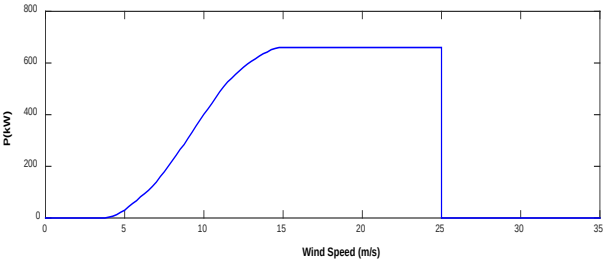


شکل (۱): توزیع احتمال وایبول مربوط به سرعت باد با ضرایب k=2 و c=8

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]

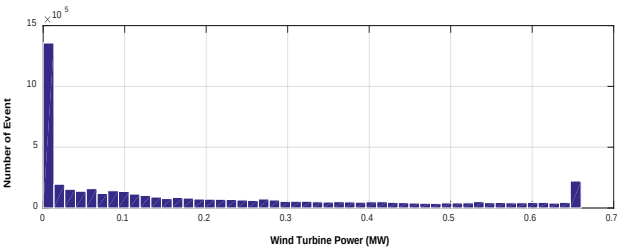
[DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.1.4.2]

مولد بادی موردنظر دارای ظرفیت ۶۶۰ کیلووات است و منحنی توان برحسب سرعت باد آن به صورت شکل ۲ می‌باشد. در این منحنی به ازای هر سرعت باد، مقدار توان خروجی که مولد بادی تولید می‌کند نشان داده شده است. اطلاعات این توربین بادی از نرم افزار *SAM*[۱۷] *2015* [۲۵] برداشت شده است.



شکل (۲): منحنی توان-باد یک توربین ۶۶۰ کیلوواتی مزرعه بادی (مدل Vestas V47 660 نرم افزار SAM)

با توجه به اینکه توان تولیدی توربین مورد نظر در سرعت بادهای مختلف مشخص‌اند، با در نظر گرفتن سرعت باد تصادفی به عنوان ورودی توربین (منحنی توان-باد)، خروجی توربین در سرعت باد مورد نظر بدست می‌آید. بنابراین، با اعمال ۵۰۰۰۰ تکرار شبیه‌سازی، هیستوگرام تولید توان بادی به شکل ۳ استخراج شده است. به بیان دیگر، توان تولیدی هر تولید پراکنده بادی در شین نصب شده، توسط تابع توزیع احتمالی که بر روی شکل ۳ برازش می‌شود قابل محاسبه است.



شکل (۳): هیستوگرام تولید توان بادی

۶- تخمین حداکثر آنتروپی

روش حداکثر آنتروپی، با استفاده از مقادیر گشتاور یا انباشتک یک متغیر تصادفی، تابع توزیع احتمال بهینه آن‌را تخمین می‌زند. این برازش براساس مساله یافتن حداکثر آنتروپی یا گشتاور توزیع موردنظر بنا شده است. این روش یکی از دقیق‌ترین روش‌های برازش *PDF* و *CDF* است که قادر به یافتن بهترین توزیع برای متغیرهای تصادفی غیرنرمال است.

طبق تعریف مرجع [۲۶]، آنتروپی تابع چگالی احتمال $p(x)$ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$H=-\int p(x)\ lnp(x)dx \qquad (۲۳)$$

به‌منظور حصول حداکثر آنتروپی، باید یک مساله بهینه‌سازی با قیود گشتاور خطی را حل نمود. به‌طور کلی این مساله به‌صورت زیر قابل حل است [۲۶]:

$$\text{Max. } H=-\int p(x)\ lnp(x)dx \qquad (۲۴)$$

$$\text{s.t. } E(\varphi_n(x))=\int \varphi_n(x)p(x)dx=\mu_n \ , \ n=0,1,...,N$$

$$\int p(x)\,dx=1 \qquad (۲۵)$$

$$\varphi_n(x)=x^n, \mu_0=1, \varphi_0(x)=1$$

معمول‌ترین روش‌های حل این مساله بهینه‌سازی عبارتند از: روش مبتنی بر تکرار که این روش از تکنیک نیوتون-رافسون برای محاسبه ضرایب لاگرانژ استفاده می‌کند. این روش به مجموعه‌ای از معادلات غیرخطی منجر می‌شود که به‌طور مستقیم توسط روش تکرار نیوتن حل می‌شوند. نحوه پیاده‌سازی این روش در نرم‌افزار *MATLAB* به‌طور کامل در مرجع [۲۶] تشریح شده است. روش دیگر از توابع بهینه‌سازی استاندارد نرم‌افزار *MATLAB* و تابع لاگرانژین حداکثر آنتروپی[۱۸] بهره می‌گیرد تا یک مساله بهینه‌سازی را برای یافتن توابع لاگرانژ حل کند. این روش به‌طور کامل در مرجع [۲۷] توضیح داده شده است. در مقاله حاضر از روش اول برای حل مساله حداکثر آنتروپی استفاده شده است. در انتهای این روش، تابع چگالی احتمال $p(x)$ به صورت رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$p(x)=\exp\left(-\lambda_0-\sum_{n=1}^{N}\lambda_n\psi_n(x)\right) \qquad (۲۶)$$

۷- مطالعات عددی

روش پیشنهادی برروی سیستم توزیع شعاعی استاندارد ۳۳ شینه *IEEE* پیاده و نتایج حاصل ارائه شده‌اند. تغییراتی در شبکه حاصل شده و در دو شین آن تولید پراکنده بادی درنظر گرفته شده است. مدل احتمالاتی توربین بادی طبق روال پیشنهادی در بخش ۴-۱ حاصل شده است. برای محاسبه همبستگی بین تولیدات بادی، از روابط مربوط به انباشتک‌های متقابل استفاده شده است. جدول ۱، اطلاعات بار و توان توربین بادی مورد استفاده در مقاله را نشان می‌دهد.

روش مونت کارلو [۲۸] با ۱۰۰۰۰ نمونه به عنوان معیار مقایسه نتایج استفاده شده است. یکی از بهترین معیارهای سنجش دقت نتایج حاصل، استفاده از شاخص خطای *ARMS*[۱۹] است [۱۵] که در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است. این شاخص می‌تواند خطای روش تحلیلی را با روش مرجع مقایسه کند. در این روش با نمونه گیری از n نقطه در منحنی *CDF* میانگین مجذور مربعات خطا محاسبه می‌شود. به‌علاوه از معیار خطای نسبی برای مقایسه خطای مقادیر میانگین و واریانس استفاده شده است.

شکل ۴، *CDF* ولتاژ شین ۱۷ را به ازای ضریب همبستگی صفر نشان می‌دهد. خروجی ولتاژ شین ۲۷ نیز در شکل ۵ نمایش داده شده است. این نتایج از روش‌های تحلیلی و عددی حاصل شده‌اند. نتایج حاصل نشان می‌دهند که روش پیشنهادی قادر است تخمین مناسبی

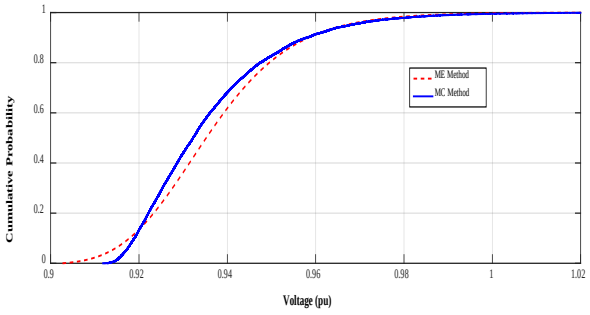
[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.1.4.2]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers Vol15 No.1 Spring2018

از تابع توزیع تجمعی ولتاژ شین‌ها حاصل کند. این روش به‌خصوص در کناره‌های منحنی تقریب‌های خوبی حاصل می‌کند.

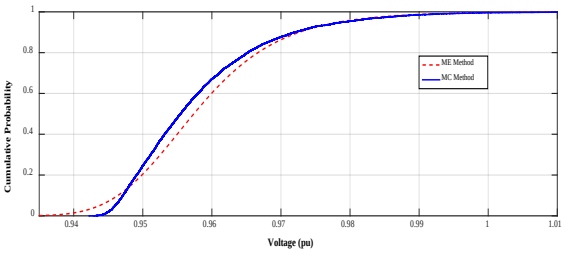
جدول (۱): اطلاعات بار و توان بادی شبکه

کل بار اکتیو شبکه (MW)	۳/۷۱۵
کل بار راکتیو شبکه ($MVAR$)	۲/۲۹۵
تعداد و ظرفیت توربین‌های بادی	توربین ۶۶۰ کیلوواتی روی شین ۱۴ ۲ توربین ۶۶۰ کیلوواتی روی شین ۳۲
کل ظرفیت مزرعه بادی نصب شده (MW)	۱/۹۸ مگاوات
متوسط تولید هر توربین بادی در سرعت متوسط منطقه (۷/۰۹ متر بر ثانیه)	۰/۴۴۰۴ مگاوات
ضریب نفوذ تولید توان بادی	٪۳۵ بار کل شبکه

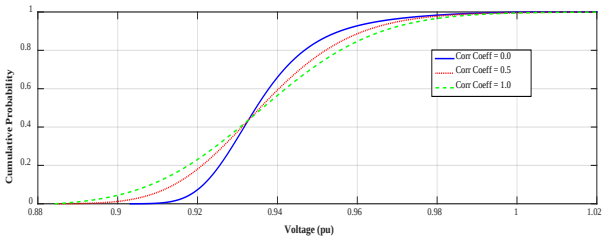
بااین‌حال خطای ناشی از اختلاف دو منحنی ناشی از دو عامل است: خطی سازی پخش بار و تخمین تابع توزیع احتمال. برای ایجاد امکان بررسی تاثیر همبستگی بین واحدهای بادی، منحنی‌های CDF ولتاژ شین‌های ۱۷ و ۲۷ به ازای ضرایب همبستگی مختلف در شکل-های ۶ و ۷ نشان داده شده‌اند. این نتایج نشان می‌دهند که با افزایش ضریب همبستگی باد در مناطق مختلف، عدم قطعیت خروجی‌های مساله PLF افزایش می‌یابد. بنابراین استفاده از گشتاورهای متقابل می‌تواند با وجود افزایش پیچیدگی مساله پخش بار احتمالاتی، به خروجی‌های واقعی‌تر منجر شود.



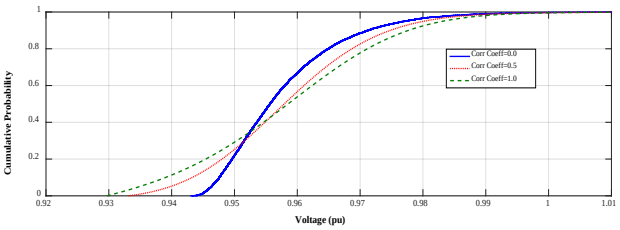
شکل (۴): CDF ولتاژ شین ۱۷ با روش ME و MC



شکل (۵): CDF ولتاژ شین ۲۷ با روش ME و MC



شکل (۶): CDF ولتاژ شین ۱۷ به ازای ضرایب همبستگی مختلف



شکل (۷): CDF ولتاژ شین ۲۷ به ازای ضرایب همبستگی مختلف

جداول ۲ و ۳ مقادیر میانگین و انحراف معیار حاصل از روش پیشنهادی را برای ولتاژ دو شین سیستم مقایسه می‌کند. برای درک بهتر تاثیر همبستگی بر گشتاورهای ولتاژ، مقادیر خروجی به ازای سه ضریب همبستگی حاصل شدند. نتایج نشان می‌دهند که اگر چه با افزایش ضریب همبستگی میانگین مقدار ولتاژ شین‌ها ثابت می‌ماند، اما انحراف معیار و واریانس خروجی‌ها به میزان قابل توجهی افزایش می-یابند. این امر نشان‌دهنده افزایش عدم قطعیت ولتاژ شین‌ها در صورت افزایش همبستگی تولیدات پراکنده بادی است.

جدول (۲): میانگین و انحراف معیار ولتاژ شین ۱۷

	میانگین	*انحراف معیار*
ضریب همبستگی صفر	۰/۹۴۱۱۲	۰/۰۲۹۱۵
ضریب همبستگی ۰/۵	۰/۹۴۱۱۲	۰/۰۴۱۶۴
ضریب همبستگی ۱	۰/۹۴۱۱۲	۰/۰۵۱۱۶۷

جدول (۳): میانگین و انحراف معیار ولتاژ شین ۲۷

	میانگین	*انحراف معیار*
ضریب همبستگی صفر	۰/۹۶۰۵	۰/۰۱۹۶۷
ضریب همبستگی ۰/۵	۰/۹۶۰۵	۰/۰۲۶۴۲
ضریب همبستگی ۱	۰/۹۶۰۵	۰/۰۳۱۷۴

۱-۷- بررسی کارایی روش

برای ارزیابی کارایی روش به‌کار گرفته شده، شاخص‌های خطا و زمان اجرا برای خروجی‌های مساله ارائه شده‌اند. جدول ۴ زمان لازم برای اجرای برنامه‌های مربوط به روش‌های مونت کارلو و انباشتک را به ازای ضرایب همبستگی مختلف نشان می‌دهد. بر طبق این جدول روش مونت کارلو نسبت به روش تحلیلی بسیار زمان‌بر است. ضمن اینکه با افزایش ضریب همبستگی در روش مونت کارلو، به دلیل زمان-بر بودن نمونه‌گیری از متغیرهای وابسته، زمان کلی اجرای برنامه افزایش می‌یابد. از سوی دیگر، در روش ترکیبی انباشتک و حداکثر

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.1.4.2]

آنتروپی، در صورت وجود همبستگی، به‌دلیل نیاز به محاسبه گشتاورهای متقابل، زمان اجرای برنامه با افزایش روبرو می‌شود.

جدول ۵، خطای حاصل از به‌کارگیری روش انباشتک را به ازای ضرایب همبستگی مختلف نشان می‌دهد. مطابق این جدول، خطای *ARMS* حدود ۰/۱ درصد حاصل شده است. به‌علاوه، اگرچه روش انباشتک برای محاسبه میانگین ولتاژ دارای خطای اندکی است، اما خطای محاسبه انحراف معیار در آن بیشتر است. همچنین، با افزایش ضریب همبستگی، به‌دلیل افزایش پیچیدگی مساله، خطای نسبی محاسبه انحراف معیار افزایش می‌یابد. بااین‌وجود، خطای نسبی میانگین ولتاژ به ضریب همبستگی وابسته نیست.

جدول (۴): مقایسه زمان اجرای مربوط به روش‌های ME و MC

ضریب همبستگی	*روش عددی (ثانیه)*	*روش تحلیلی (ثانیه)*
۰	۲۴۷/۸	۳/۰۷
۰/۵	۲۸۱/۳	۳/۸۵
۱	۲۸۱/۷	۳/۸۵

جدول (۵): مقایسه خطای روش ME به ازای ضرایب همبستگی مختلف

ضریب همبستگی	*ARMS(/.)*	*خطای نسبی میانگین ولتاژ (/.)*	*خطای نسبی انحراف معیار (/.)*
۰	۰/۰۹	۰/۰۶	۰/۲۶
۰/۵	۰/۱۱	۰/۰۶	۰/۳۰
۱	۰/۱۲	۰/۰۶	۰/۳۲

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله، روش ترکیبی انباشتک و حداکثر آنتروپی برای ارزیابی ولتاژ شبکه توزیع فعال در حضور توربین‌های بادی همبسته مورد بررسی قرار گرفت. این روش از خواص مفید ریاضی انباشتک و دقت بالای روش حداکثر آنتروپی در جهت حل مناسب مساله پخش بار احتمالی بهره می‌گیرد. با درنظر گرفتن تابع توزیع احتمال وایبول برای باد، مدل احتمالاتی توان تولیدی توربین بادی با استفاده از منحنی توان-باد حاصل شد. روش پیشنهادی مقاله برروی سیستم تست نمونه ۳۳ شینه استاندارد پیاده سازی شد و نتایج مورد تحلیل و ارزیابی قرار گرفت. نتایج حاصل نشان داد که روش تحلیلی مورد نظر قادر به ردیابی مناسب منحنی *CDF* ولتاژ است. به‌علاوه، خطای نسبی حاصل از روش برای محاسبه میانگین ولتاژ اندک و برای انحراف معیار قابل قبول بوده است. به‌علاوه نتایج نشان داد که با افزایش ضریب همبستگی بین واحدهای تولید پراکنده، عدم قطعیت ولتاژ افزایش یافته، همچنین، خطای حاصل از روش نیز اندکی افزایش می‌یابد.

مراجع

[۱] سلمانی، سعید، جدید، شهرام، **"بهره برداری بهینه شبکه توزیع هوشمند در حضور منابع انرژی پراکنده"**، مجله انجمن مهندسین برق و الکترونیک ایران، جلد ۱۳، شماره ۳، صفحه ۱-۹، ۱۳۹۵.

[۲] شکرنژاد، مسعود، خرسندی، سیاوش، **"طراحی شبکه ارتباطی بی‌سیم قابل اطمینان برای شبکه هوشمند برق با استفاده از برنامه‌ریزی خطی"**، مجله انجمن مهندسین برق و الکترونیک ایران، جلد ۱۳، شماره ۲، ۱۳۹۵.

[۳] جلال آبادی، اسماعیل، رحیمی کیان، اشکان، **"بهره برداری بهینه و مدیریت ریسک یک ریز شبکه متصل به شبکه"**، مجله انجمن مهندسین برق و الکترونیک ایران، جلد ۱۱، شماره ۱، صفحه ۹-۱۸، ۱۳۹۳.

[4] Borkowska, B., "Probabilistic load flow", IEEE Trans. Power Appl. Syst., PAS-93, pp. 752–759, 1974.

[5] Carpinelli, G., Caramia, P., Varilone, P., "Multi-linear Monte Carlo simulation method for probabilistic load flow of distribution systems with wind and photovoltaic generation systems", Renew. Energy, Vol. 76, pp. 283–95, 2015.

[6] Villanueva, D., Pazos, J. L., Feijóo, A., "Probabilistic Load Flow Including Wind Power Generation", IEEE Trans. on Power Sys., Vol. 26, No. 3, 2011.

[7] Hatziargyriou, N. D., Karakatsanis, T. S., Paradopoulos, M., "Probabilistic load flow in distribution systems containing dispersed wind power generation", IEEE Trans. Power. Syst., PWRS-8, pp. 159–165, 1993.

[8] Cai, D., Shi, D., Chen, J., "Probabilistic load flow computation with polynomial normal transformation and Latin hypercube sampling", IET Gener. Transm. Distrib., Vol. 7, pp. 474–482, 2013.

[9] Su, C. L., "Probabilistic load-flow computation using point estimate method", IEEE Trans. Power Syst., Vol. 20, No. 4, pp. 1843–1851, 2005.

[10] Morales, J. M., Perez-Ruiz, J., "Point estimate schemes to solve the probabilistic power flow", IEEE Trans., Power Syst., Vol. 22, No. 4, pp. 1594–1601, 2007.

[11] Ai, X., Wen, J., Wu, T., Lee, W. J., "A Discrete Point Estimate Method for Probabilistic Load Flow Based on the Measured Data of Wind Power", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 49 , No. 5, 2013.

[12] Verbic, G., Canizares, C. A., "Probabilistic optimal power flow in electricity markets based on a two point estimate method", IEEE Trans. Power Syst., Vol. 21, pp. 1883–1893, 2006.

[13] Aien, M., Rashidinejad, M., Firuz-Abad, M. F., "Probabilistic optimal power flow in correlated hybrid wind- PV power systems: A review and a new approach", Renewable and Sustainable Energy Reviews, Vol. 41, pp. 1437–1446, 2015.

[14] Fan, M., Vittal, V., Heydt, G. T., Ayyanar, R., "Probabilistic power flow analysis with generation dispatch including photovoltaic resources", IEEE Trans. Power Syst., Vol. 28, No. 2, pp. 1797-805, 2013.

[15] Zhang, P., Lee, T., "Probabilistic load flow computation using the method of combined cumulants and Gram-Charlier expansion", IEEE Trans. Power Syst., PWRS-19, pp. 676–682, 2004.

[16] Yuan, Y., Zhou, J., Ju, P., Feuchtwang, J., "Probabilistic load flow computation of a power system containing wind farms using the method of combined cumulants and Gram–Charlier expansion", Renewable Power Generation, IET, Vol. 5, No. 6, 2011.

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.1.4.2]

Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers Vol15 No.1 Spring2018

[17] Schellenberg, A., Rosehart, W., Aguado, J., "A cumulant-based probabilistic optimal power flow (P-OPF) with Gaussian and gamma distributions", IEEE Trans. Power. Syst., PWRS-20, pp. 773–781, 2005.

[18] Usaola, J., "Probabilistic load flow with wind production uncertainty using cumulants and Cornish-Fisher expansion", Proceedings of the 2008 Power System Computation Conference, Glasgow, UK, 2008.

[۱۹] نیک مهر، نیما، نجفی روادانق، سجاد، **"ارائه روشی مبتنی بر الگوریتم‌های هوشمند برای حل پخش‌بار احتمالی جهت برنامه‌ریزی و بهره‌برداری از ریزشبکه‌ها"**، مجله انجمن مهندسین برق و الکترونیک ایران، جلد ۱۳، شماره ۳، صفحه ۲۷-۳۶، ۱۳۹۵.

[20] Kabir, M., Mishra, Y., Bansal, R., "Probabilistic load flow for distribution systems with uncertain PV generation", Applied Energy., Vol. 163, pp. 343-51, 2016.

[21] Ran, X., Miao, S., "Three-phase Probabilistic Load Flow for Power System with Correlated Wind, Photovoltaic and Load", IET Generation, Transmission & Distribution, Vol. 10, No.12, pp. 3093–3101, 2016.

[22] Papoulis, A, Pillai, S. U., Probability, random variables, and stochastic processes, Tata McGraw-Hill Education, 2002.

[23] Williams, T., C., Crawford, "Probabilistic load flow modeling comparing maximum entropy and Gram-Charlier probability density function reconstructions", IEEE Trans. Power Syst., Vol. 28, No. 1, pp. 272-280, 2013.

[24] Morgan, E. C., Lackner, M., Vogel, R. M., Baise, L. G., "Probability distributions for offshore wind speeds", Energy Conversion and Management, Vol. 52, pp. 15–26, 2011.

[25] https://sam.nrel.gov/

[26] Djafari, A. M., "A Matlab Program to Calculate the Maximum Entropy Distributions", 11th International Workshop on Maximum Entropy and Bayesian method, 1992.

[27] van Erp, N., van Gelder, P., "Introducing entropy distributions", in Proc. 6th Int. Probabilistic Workshop, pp. 329–340, 2008.

[۲۸] شریعتی‌نسب، رضا، تدین رودی، پویا، **"تخمین عملکرد خطوط و ریسک عایقی ناشی از ضربات مستقیم صاعقه با استفاده از روش ترکیبی جدید مبتنی بر روش مونت کارلو"**، مجله انجمن مهندسین برق و الکترونیک ایران، جلد ۱۳، شماره ۱، ۱۳۹۵.

زیر نویس

1 Intermittent Generation
2 Active Networks
3 Probabilistic Load Flow (PLF)
4 Monte Carlo Simulation (MCS)
5 Probabilistic Distribution Function (PDF)
6 Fast Fourier Transform (FFT)
7 Point Estimate Method
8 Cumulant
9 Orthogonal Series

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-20]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1397.15.1.4.2]