طراحی کنترل‌کننده فازی پایدار با قابلیت حذف اغتشاش برای دسته‌ای از سیستم‌های الکترومکانیکی غیرخطی، در حضور عدم‌قطعیت‌های پارامتری

محمد ویسی[1] جمشید آقایی[2] محمدرضا سلطانپور[3*]

۱- مربی- دانشکده مهندسی برق- دانشگاه پدافند هوایی خاتم‌الانبیاء (ص)- تهران- ایران
veysi@ssau.ac.ir

۲- استاد- دانشکده مهندسی برق و الکترونیک - دانشگاه صنعتی شیراز- شیراز- ایران
aghaei@sutech.ac.ir

۳- دانشیار- دانشکده مهندسی برق- دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری- تهران- ایران
soltanpour@ssau.ac.ir

چکیده: تاکاگی و سوگنو برای یک سیستم پیوسته، مدل فازی پیشنهاد داده‌اند که در آن اغتشاشات نیز به عنوان یک تابع متغیر با زمان در بخش تالی قواعد مدل فازی در نظر گرفته شده است. محققین برای از بین بردن تأثیر اغتشاشات در خروجی سیستمی با مدل فازی تاکاگی-سوگنو، یک مسأله کمینه‌سازی مبتنی بر نامساوی‌های ماتریسی خطی ارائه داده‌اند که در آن، پارامترهای سیستم به طور مستقیم در قیود مسأله حضور دارند. در سیستم‌های الکترومکانیکی، وجود عدم‌قطعیت‌های پارامتری نظیر عدم-قطعیت موجود در ماتریس‌های ممان اینرسی و نادقیقی پارامترهای محرکه‌ها، به هیچ وجه قابل چشم‌پوشی نمی‌باشد. لذا در این مقاله، ابتدا با حل یک مسأله بهینه‌سازی، کران بالای عدم‌قطعیت‌های موجود در پارامترهای سیستم تعیین و مدل فازی همراه با اغتشاشات و در حضور عدم‌قطعیت‌ها استخراج می‌گردد. در ادامه، برای حذف اغتشاشات در حضور عدم‌قطعیت‌های پارامتری با استفاده از کنترل‌کننده فازی پایدار مبتنی بر جبران‌ساز موازی توزیع‌یافته، یک قضیه کمینه‌سازی بر اساس مدل فازی جدید به-دست آمده پیشنهاد و صحت آن اثبات می‌گردد. در نهایت برای ارزیابی عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی، به عنوان مطالعه موردی سیستم پایدارساز دوربین نصب شده بر روی یک قایق مورد استفاده قرار می‌گیرد. نتایج شبیه‌سازی‌ها عملکرد مطلوب کنترل‌کننده پیشنهادی در حذف اغتشاشات با در نظر گرفتن عدم‌قطعیت‌های پارامتری را به خوبی نمایش می‌دهد.

کلمات کلیدی: کنترل فازی پایدار، حذف اغتشاش، عدم‌قطعیت‌های پارامتری، نامساوی ماتریسی خطی، پایدارساز دوربین.

تاریخ ارسال مقاله:۱۳۹۶/۰۸/۲۹

تاریخ پذیرش مشروط مقاله:۱۳۹۷/۰۶/۰۳

تاریخ پذیرش مقاله:۱۳۹۷/۰۷/۰۲

نام نویسنده‌ی مسئول: دکتر محمدرضا سلطانپور

نشانی نویسنده‌ی مسئول: ایران – تهران – خیابان شمشیری – دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری – دانشکده‌ی برق

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1398.16.3.13.2]

Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.16-No.3-Fall 2019

۱- مقدمه

دانش کنترل خودکار می‌تواند به ما دیدگاهی جدید و فهمی عمیق از انظباط طبیعی که در پس تحلیل‌های ریاضی وجود دارد، عطا نماید. یک سیستم کنترلی در معرض اغتشاشات، خیلی با ذهن انسانی که با مسائل گوناگون مغشوش گردیده، متفاوت نیست و ما به دنبال جواب این سؤال هستیم که کی به دلیل وجود این اغتشاشات، سیستم کنترلی از فعالیت باز می‌ماند و کی به شرایط صلح و آرامش باز می‌گردد؟ آیا می‌توان شرایطی را مهیا نمود که هیچگونه وقفه‌ای به دلیل بروز اغتشاش اتفاق نیفتد؟ مسئله دفع اغتشاش در عملکرد سیستم کنترل، در طول ۴۰ سال اخیر از زمینه‌های جذاب تحقیقاتی محسوب می‌شود که از جنبه‌های متنوعی مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقاله ما به دنبال ارائه راهکاری هستیم تا بتوانیم شرایط صلح و آرامش را به دسته‌ای از تجهیزات الکترومکانیکی که پارامترهای نادقیقی دارند و از طرفی در معرض اغتشاش هستند، بازگردانیم.

در ۲۰ سال اخیر، کنترل‌کننده‌های غیرخطی زیادی بر اساس مدل تاکاگی- سوگنو[۱] ارائه شده‌اند[۱]. در ابتدا در متون فازی از مدل‌های T-S به عنوان تقریب‌گرهای فازی[۲] برای سیستم‌های غیرخطی استفاده می‌شد. اما با ارائه نظریه بخش‌بندی غیرخطی[۳]، محققین توانستند مدل سیستم‌های غیرخطی را با استفاده از مدل T-S به صورت یک مجموعه از مدل‌های خطی فضای حالت پیاده‌سازی نمایند[۲]. سپس ساختار محدب[۴] مدل T-S اجازه داد که از روش مستقیم لیاپانوف در طراحی کنترل‌کننده و رویتگر فازی، برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته استفاده شود[۳]. در ادامه شرایطی فراهم گردید که محققین توانستند مسئله را به شکل نامساوی‌های ماتریسی خطی[۵] پیاده‌سازی نموده و سپس با استفاده از نرم‌افزارها و حل‌کننده‌های[۶] مختلفی آن را حل نمایند[۴-۶].

عموماً از روش جبران‌ساز موازی توزیع یافته[۷] به عنوان یک روش کنترلی رایج برای مدل‌های T-S استفاده می‌شود. زیرا این روش با استفاده از ساختار محدب، سیستم غیرخطی را به ترکیبی از مدل‌های خطی تبدیل می‌نماید[۷]. از طرف دیگر استفاده از روش LMI به طراحان اجازه می‌دهد تا محدویت‌های لازم در زمینه دامنه ورودی کنترل، مسئله دفع اغتشاش و غیره را به راحتی در طراحی کنترل‌کننده لحاظ نمایند[۳و۷].

در دهه گذشته محققین از روش فوق‌الذکر برای کنترل سیستم‌های غیرخطی استفاده‌های متعددی نموده‌اند. بنابراین مزایا، معایب و توانمندی‌های این روش به خوبی نمایان گردیده است. عمده‌ترین ایراد این روش، پیچیدگی روش طراحی آن در مقایسه با سایر کنترل‌کننده‌های غیرخطی نظیر کنترل مدلغزشی، کنترل پسگام و غیره می‌باشد. در مقابل مزایایی مانند حجم محاسبات بسیار پایین ورودی کنترل که نقش اساسی را در پیاده‌سازی عملی کنترل‌کننده ایفا می‌نماید و همچنین امکان اعمال محدودیت در دامنه ورودی کنترل و در خروجی سیستم و قابلیت بالا در دفع اغتشاش، باعث گردیده که امروزه این روش کنترلی جزء حوزه‌های تحقیقاتی روز باشد[۸].

به دلایل فوق، محققین از این روش برای دفع اغتشاش در کنترل کلاس خاصی از سیستم‌های غیرخطی استفاده نموده‌اند. به عنوان مثال، محققین برای دفع اغتشاش و کنترل بالگرد بدون سرنشین، یک کنترل‌کننده PDC مبتنی بر LMI را ارائه کرده‌اند. در روش پیشنهادی، فرض مشخص نبودن اغتشاش برقرار بوده و در نهایت اثبات گردیده که سیستم حلقه بسته در حضور کنترل پیشنهادی دارای پایداری مجانبی است. نتایج ارائه شده در مقاله، عملکرد خوب کنترل پیشنهادی را نشان می‌دهد[۹]. در مقاله [۱۰]، از کنترل‌کننده PDC مبتنی بر LMI برای دفع اغتشاش در کنترل سیستم ربات فرو-تحریک استفاده شده است. کنترل پیشنهادی به خوبی توانمندی کنترل‌کننده PDC در مواجه با سیستم‌های الکترومکانیک فرو-تحریک که در آنها تعداد ورودیها کمتر از خروجی‌های سیستم است را نشان می‌دهد. در این مقاله اگرچه روش طراحی کنترل پیشنهادی نسبتاً پیچیده به نظر می‌رسد، اما نهایتاً حجم محاسبات کنترل پیشنهادی بسیار کم بوده و این امر قابلیت پیاده‌سازی عملی این روش کنترلی را افزایش و هزینه‌های اقتصادی آنرا پایین می‌آورد. همچنین محققین برای نمایش توانمندی و افزایش دامنه حوزه تحقیقاتی این روش کنترلی، راهکاری برای استفاده از کنترل‌کننده PDC مبتنی بر LMI برای دفع اغتشاش و کنترل کلاس خاصی از سیستم‌های غیرخطی دارای معادلات دینامیکی با مشتقات جزیی را ارائه نموده‌اند[۱۱]. در این مقاله می‌توان به وضوح ظرفیت‌های موجود در سیستم‌های فازی در مقایسه با کنترل‌کننده‌هایی نظیر کنترل مدلغزشی، کنترل پسگام، کنترل تطبیقی و غیره را مشاهده نمود. راهکار ارائه شده در این مقاله کم نظیر بوده و این محققین توانسته‌اند که حوزه استفاده از کنترل‌کننده PDC مبتنی بر LMI را به سیستم‌های غیرخطی دارای معادلات دینامیکی با مشتقات جزیی تعمیم دهند، که اینگونه سیستم‌ها را نمی‌توان با استفاده از بسیاری از روش‌های موجود کنترل نمود. در مقاله [۱۲] نیز برای دفع اغتشاش در کنترل یک وسیله پرنده مافوق صوت، از روش PDC مبتنی بر رؤیتگر استفاده نموده‌اند. در این مقاله، یک رؤیتگر برای تخمین اغتشاش نامعلوم، طراحی و سرانجام با استفاده از کنترل PDC مبتنی بر LMI سیستم حلقه بسته را در حضور اغتشاش پایدار نموده‌اند. البته در روش پیشنهادی به دلیل استفاده از رؤیتگر، حجم محاسبات ورودی کنترل افزایش یافته است. بنابراین در صورت بروز تأخیر در انجام محاسبات ورودی کنترل، تضمین پایداری سیستم حلقه بسته در کنترل برخط امری امکان‌ناپذیر است.

با بررسی مقالات فوق، که در آنها از روش کنترل PDC مبتنی بر LMI برای دفع اغتشاش استفاده شده است، می‌بینیم که تحلیل‌های ریاضی و نتایج شبیه‌سازی‌ها عملکرد خوب کنترل پیشنهادی را نشان می‌دهند. اما در تمامی این مقالات و تحقیقات نظیر آنها، در طراحی

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-05]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1398.16.3.13.2]

کنترل PDC و در بخش نتیجه قواعد فازی مربوط به آن، از معادلات حالت خطی تغییرناپذیر با زمان استفاده شده است. در حالیکه درایه-های ماتریس‌های حالت و ورودی این نوع از سیستم‌ها بر حسب پارامترهای سیستم است. از آنجاکه تمامی این سیستم‌ها دارای عدم-قطعیت پارامتری هستند، بنابراین فرض معادلات حالت خطی تغییرناپذیر با زمان در آنها تضمین نمی‌شود. بنابراین در پیاده‌سازی عملی این کنترل‌کننده‌ها، این عدم‌قطعیت‌های پارامتری تاثیرگذار می‌شود و عملکرد کنترل‌کننده را با چالش مواجه نموده و حتی ممکن است باعث ناپایداری سیستم حلقه بسته گردند.

در مقاله [۱۳]، عمل پایدارسازی دوربین نصب شده بر روی یک پهپاد، توسط دو حلقه چرخنده عمود بر هم که توسط دو موتور جریان مستقیمِ مغناطیس دائم سنکرون راه‌اندازی می‌شوند، انجام می‌شود. در این مقاله، کنترل موقعیت زاویه‌ای حلقه‌های مذکور، با استفاده از کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی محقق شده است. مقاوم نبودن کنترل‌کننده پیشنهادی در برابر عدم‌قطعیت‌های پارامتری، می‌تواند عملکرد کنترل‌کننده را به چالش بکشاند. در مقاله [۱۴]، کنترل مدلغزشی انتگرالی برای پایدارسازی دوربین مورد استفاده قرار گرفته است. در این مقاله توسط یک سیستم میکروالکترومکانیکی از سرعت زاویه‌ای پسخور گرفته می‌شود. مشکل اساسی این روش وجود لرزش ورودی کنترل می‌باشد. در مقاله [۱۵]، بیان شده است که الگوریتم پسگام توانایی مقابله با اغتشاش را داشته و ترکیب آن با کنترل‌کننده مدلغزشی می‌تواند سبب افزایش عملکرد مقاوم کنترل‌کننده گردد. در مقاله [۱۶]، برای پایدارسازی دوربین از روش مدلغزشی پسگام استفاده شده است. در این تحقیق، با استفاده از شبکه عصبی تطبیقی RBF کران بالای عدم‌قطعیت‌های پارامتری تخمین زده شده است. با توجه به اینکه خروجی شبکه RBF یک ترکیب خطی از توابع پایه شعاعی برای پارامترهای ورودی می‌باشد و از طرفی باید شبکه RBF کران بالای عدم‌قطعیت‌ها را به‌صورت برخط تخمین بزند، حجم محاسبات فوق‌العاده سنگین این الگوریتم، پیاده‌سازی عملی روش پیشنهادی را غیرممکن می‌سازد.

در این مقاله برای برطرف نمودن مشکلات فوق، یک کنترل‌کننده PDC مبتنی بر LMI برای دفع اغتشاش در کلاس خاصی از سیستم-های غیرخطی ارائه می‌شود. در طراحی کنترل پیشنهادی، فرض وجود عدم‌قطعیت در بخش نتیجه قواعد فازی برقرار می‌باشد. تحلیل ریاضی نشان می‌دهد که سیستم حلقه بسته در حضور عدم‌قطعیت‌های پارامتری و اغتشاشات، یا به عبارتی عدم‌قطعیت‌های موجود در بخش نتایج قواعد فازی کنترل‌کننده پیشنهادی، دارای پایداری مجانبی سراسری است.

در ادامه، ساختار مقاله به صورت زیر سازماندهی شده است: در بخش۲، برای دسته‌ای از سیستم‌های الکترومکانیکی در معرض اغتشاش و در حضور عدم‌قطعیت‌های پارامتری، دو نوع کنترل‌کننده فازی پایدار طراحی می‌گردد. برای ارزیابی عملکرد کنترل‌کننده‌های پیشنهادی، در بخش۳ مقاله، سیستم پایدارساز دوربین نصب شده بر روی یک قایق به عنوان مطالعه موردی معرفی و در زیر-بخش۳-۱ ضمن تشریح مسأله، معادلات دینامیکی سیستم مذکور بیان می‌گردد. در زیر-بخش ۳-۲ مدل فازی معادل با مدل غیرخطی سیستم مورد مطالعه استخراج می‌شود. بخش۴ مقاله، نتایج شبیه‌سازی‌های دو-مرحله‌ای را ارائه می‌دهد. در نهایت، نتایج مقاله در بخش۵ و پس از آن پیوست‌ها ارائه می‌گردد.

۲- طراحی کنترل‌کننده فازی برای حذف اغتشاش

در مرجع [۱]، تاکاگی و سوگنو به وسیله قواعد فازی "اگر-آنگاه" مدل فازی معادل مدل غیرخطی دستهٔ خاصی از سیستم‌های الکترومکانیکی را به‌صورت بسیار دقیق استخراج می‌نمایند. در یک سیستم پیوسته، قاعده i اُم مدل فازی به‌صورت زیر تعریف می‌شود[۱]:

$$IF\ z_1(t) is\ M_{i1}\ and\ \dots and\ z_p(t) is\ M_{ip}\ ,$$
$$THEN \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases},\ i = 1, 2, \dots, r \qquad (۱)$$

در رابطه فوق، M_{ij} تابع عضویت، r تعداد قواعد مدل فازی، $x(t) \in R^n$ بردار حالت، $u(t) \in R^m$ بردار ورودی، $y(t) \in R^q$ بردار خروجی، $A_i \in R^{n\times n}$ ماتریس حالت، $B_i \in R^{n\times m}$ ماتریس ورودی و $C_i \in R^{q\times n}$ ماتریس خروجی می‌باشند. در ضمن $z_1(t), \dots, z_p(t)$ متغیرهایی معین در بخش مقدم هستند. زیر-سیستم‌های $A_i x(t) + B_i u(t)$ در بخش تالی هر قاعده رفتاری خطی دارند. مدل فازی کلی با ترکیب فازی زیر-سیستم‌ها حاصل می‌گردد. بردارهای $\dot{x}(t)$ و $y(t)$ به‌صورت زیر بدست می‌آیند[۱]:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))\{A_i x(t) + B_i u(t)\}$$
$$y(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) C_i x(t) \qquad (۲)$$

در روابط مذکور $h_i\left(z(t)\right)$ شدت آتش می‌باشد، که در روابط فوق داریم:

$$\begin{cases} z(t) = [z_1(t)\ z_2(t) \dots z_p(t)] \\ h_i(z(t)) = \dfrac{\omega_i(z(t))}{\sum_{i=1}^{r} \omega_i(z(t))} \end{cases} \qquad (۳)$$

و همچنین داریم:

$$\omega_i(z(t)) = \prod_{j=1}^{p} M_{ij}(z_j(t)) \qquad (۴)$$

در رابطه(۴)، $M_{ij}(z_j(t))$ درجه عضویت $z_j(t)$ در تابع عضویت M_{ij} است.

نکته ۱: برای $h_i(z(t))$ ها در رابطه (۲)، روابط ذیل همواره باید برقرار باشد[۱]:

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-05]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1398.16.3.13.2]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.16-No.3-Fall2019

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) = 1 \\ h_i(z(t)) \geq 0 \quad ; \ i = 1, 2, \ldots, r \end{cases} \tag{۵}$$

بر اساس مدل فازی رابطه (۱)، کنترل‌کننده فازی مبتنی بر جبران‌ساز موازی توزیع یافته طراحی می‌شود. قانون کنترلی i اُم به‌صورت زیر ارائه می‌گردد[۱]:

$$IF\ z_1(t)\ is\ M_{i1}\ and\ \ldots and\ z_p(t)\ is\ M_{ip}\ ,$$
$$THEN\ u(t) = -F_i x(t), \qquad i = 1, 2, \ldots, r \tag{۶}$$

رابطه زیر کنترل‌کننده فازی کلی را نمایش می‌دهد[۱]:

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) F_i x(t) \tag{۷}$$

در واقع طراحی کنترل‌کننده فازی به معنای تعیین بهره‌های پسخور F_i در بخش‌های تالی قواعد می‌باشد. لذا به همین ترتیب، مفهوم طراحی کنترل‌کننده فازی پایدار، تعیین بهره‌های پسخور F_i به نحوی می‌باشد که به ازای آنها سیستم کنترلی پایدار شود.

۲-۱- طراحی کنترل‌کننده فازی پایدار برای حذف اغتشاش

مدل فازی یک سیستم پیوسته همراه با اغتشاش، به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود[۳]:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t) + E_i \xi(t)\}$$
$$y(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) C_i x(t) \tag{۸}$$

که در آن $\xi(t)$ معرف اغتشاش است و E_i بردار ستونی است که وضعیت اعمال و یا عدم اعمال اغتشاش به هر کدام از حالت‌های سیستم در قاعده i اُم و همچنین اندازه آن را تعیین می‌کند. حذف اغتشاش می‌تواند با کمینه کردن ε در رابطه زیر تحقق یابد[۳]:

$$\sup_{\|\xi(t)\|_2 \neq 0} \frac{\|y(t)\|_2}{\|\xi(t)\|_2} \leq \varepsilon \tag{۹}$$

با فرض اینکه $V(x(t)) = x^T(t) P x(t)$ تابع مربعی باشد که در آن P یک ماتریس مثبت معین است، با تعریف $X = P^{-1}$ "قضیه ۱" به صورت زیر بیان می‌شود[۳و۱۷].

قضیه ۱: بهره‌های پسخور F_i که مدل فازی رابطه (۸) را پایدار و همچنین مقدار پارامتر ε را در رابطه (۹) کمینه نماید، می‌تواند از حل مسأله کمینه‌سازی مبتنی بر نامساوی‌های ماتریسی خطی زیر حاصل گردد.

$$\underset{X,\ M_1,\ \ldots,\ M_r}{\text{minimize}} \quad \varepsilon^2$$
$$\text{subject to} \tag{۱۰}$$
$$X > 0\ ,$$

$$\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\begin{Bmatrix} XA_i^T - M_j^T B_i^T + A_i X - B_i M_j \\ +XA_j^T - M_i^T B_j^T + A_j X - B_j M_i \end{Bmatrix} \end{pmatrix} & -\frac{1}{2}(E_i + E_j)^T \\ \frac{1}{2}(C_i + C_j)X & \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(E_i + E_j) & \frac{1}{2}X(C_i + C_j)^T \\ \varepsilon^2 I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \geq 0\ ,$$

$$i \leq j \quad subject\ to \quad h_i(z(t)) \cap h_j(z(t)) \neq \varnothing$$

در رابطه فوق، $M_i = F_i X$ می‌باشد.

نکته ۲: با دقت در مسأله کمینه‌سازی رابطه (۱۰)، حضور ماتریس‌های حالت و ماتریس‌های ورودی در قیدهای نامساوی ماتریسی خطی کاملاً مشهود است. از طرفی، پر واضح است که به دلیل وجود پارامترهای سیستم الکترومکانیک در ماتریس‌های حالت و ماتریس‌های ورودی، وجود عدم‌قطعیت در قیدهای نامساوی ماتریسی خطی قضیه ۱، انکارناپذیر است. لذا در زیر-بخش بعد، برای افزایش دقت کنترل‌کننده در حذف اغتشاش در حضور عدم‌قطعیت‌ها، یک کنترل‌کننده فازی پایدار مبتنی بر مدل فازی شامل عدم‌قطعیت ارائه می‌گردد.

۲-۲- طراحی کنترل‌کننده فازی پایدار برای حذف اغتشاش در حضور عدم‌قطعیت‌ها

مدل فازی یک سیستم پیوسته در حضور عدم‌قطعیت‌ها به صورت زیر قابل تعریف می‌باشد[۳]:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) \{(A_i + D_{ai}\Delta_{ai}(t)H_{ai})x(t) + (B_i + D_{bi}\Delta_{bi}(t)H_{bi})u(t)\} \tag{۱۱}$$

در رابطه فوق، ماتریس‌های معلوم D_{ai} ، H_{ai} ، D_{bi} و H_{bi} به ازای قاعده i اُم تعیین می‌شوند. اما ماتریس‌های $\Delta_{ai}(t)$ و $\Delta_{bi}(t)$ ماتریس-های متقارن نامعلومی هستند که به صورت زیر تعریف می‌شوند و از طریق حل مسأله کمینه‌سازی "قضیه ۲" به‌دست می‌آیند[۳و۱۷].

$$\|\Delta_{ai}(t)\| \leq \frac{1}{\Gamma_{ai}} \quad ; \quad \|\Delta_{bi}(t)\| \leq \frac{1}{\Gamma_{bi}} \tag{۱۲}$$

قضیه ۲: بهره‌های پسخور F_i که مدل فازی رابطه (۱۱) را پایدار و همچنین مقادیر نرم‌های رابطه (۱۲) را بیشینه (مقادیر Γ_{ai} و Γ_{bi} را کمینه) نماید، از حل مسأله کمینه‌سازی مبتنی بر نامساوی‌های ماتریسی خطی زیر حاصل می‌گردد. در ضمن پارامترهای مثبت ζ_i و η_i پارامترهای طراحی هستند.

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-05]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1398.16.3.13.2]

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))\{(A_i + D_{ai}\Delta_{ai}(t)H_{ai})x(t) + (B_i + D_{bi}\Delta_{bi}(t)H_{bi})u(t) + E_i\xi(t)\} \quad (۱۴)$$
$$y(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))C_i x(t)$$

در مدل فازی فوق، حذف اغتشاش همانند مدل فازی (۸) با کمینه کردن ε میسر می‌گردد. حال با توجه به نکته ۲ و برای تضمین حذف اغتشاش در حضور عدم‌قطعیت‌ها، قضیه زیر بر مبنای مدل فازی همراه با اغتشاش و شامل عدم‌قطعیت‌ها پیشنهاد و در "پیوست الف"، برقراری آن اثبات می‌گردد.

قضیه ۳: بهره‌های پسخور F_i که مدل فازی همراه با اغتشاش و شامل عدم‌قطعیت رابطه (۱۴) را پایدار و همچنین مقدار پارامتر ε را در رابطه (۹) کمینه نماید، از حل مسأله کمینه‌سازی مبتنی بر نامساوی‌های ماتریسی خطی زیر به‌دست می‌آید.

$$\underset{X,\ M_1,\ \dots,\ M_r}{\text{minimize}} \quad \varepsilon^2$$
subject to
$X > 0$,

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\begin{Bmatrix} X(A_i + D_{ai}\Delta_{ai}(t)H_{ai})^T \\ -M_j^T(B_i + D_{bi}\Delta_{bi}(t)H_{bi})^T \\ +(A_i + D_{ai}\Delta_{ai}(t)H_{ai})X \\ -(B_i + D_{bi}\Delta_{bi}(t)H_{bi})M_j \\ +X(A_j + D_{aj}\Delta_{aj}(t)H_{aj})^T \\ -M_i^T(B_j + D_{bj}\Delta_{bj}(t)H_{bj})^T \\ +(A_j + D_{aj}\Delta_{aj}(t)H_{aj})X \\ -(B_j + D_{bj}\Delta_{bj}(t)H_{bj})M_i \end{Bmatrix} & -\frac{1}{2}(E_i + E_j)^T \\ \frac{1}{2}(C_i + C_j)X & \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(E_i + E_j) & \frac{1}{2}X(C_i + C_j)^T \\ \varepsilon^2 I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \geq 0, \quad (۱۵)$$

$i \leq j \quad subject\ to \quad h_i(z(t)) \cap h_j(z(t)) \neq \varnothing$

نکته ۳: انتخاب صحیح مقادیر شمارنده‌های i و j در قضایای ارائه شده، در تعیین تعداد قیود هر قضیه بسیار حائز اهمیت است. این امر با توجه به قید آخر ارائه شده در هر قضیه و با دقت در نمودار شدت آتش‌ها مقدور می‌باشد.

$$\underset{\Gamma_{ai}^2,\Gamma_{bi}^2,\ X,\ M_1,\ \dots,\ M_r,Y_0}{\text{minimize}} \quad \sum_{i=1}^{r}\left\{\zeta_i\Gamma_{ai}^2 + \eta_i\Gamma_{bi}^2\right\}$$
subject to $X > 0$, $Y_0 \geq 0$,
$$\hat{S}_{ii} + (s-1)Y_1 < 0,$$
$$\hat{T}_{ij} - 2Y_2 < 0, \quad where \ s > 1 \quad ,$$

$$\hat{S}_{ii} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} XA_i^T + A_iX \\ -B_iM_i - M_i^TB_i^T \end{pmatrix} & * & * & * & * \\ D_{ai}^T & -I & 0 & 0 & 0 \\ D_{bi}^T & 0 & -I & 0 & 0 \\ H_{ai}X & 0 & 0 & -\Gamma_{ai}^2 I & 0 \\ -H_{bi}M_i & 0 & 0 & 0 & -\Gamma_{bi}^2 I \end{bmatrix},$$

$$\hat{T}_{ij} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} XA_i^T + A_iX \\ -B_iM_j - M_j^TB_i^T \\ +XA_j^T + A_jX \\ -B_jM_i - M_i^TB_j^T \end{pmatrix} & D_{ai} & D_{bi} & D_{aj} & D_{bj} \\ D_{ai}^T & -I & 0 & 0 & 0 \\ D_{bi}^T & 0 & -I & 0 & 0 \\ D_{aj}^T & 0 & 0 & -I & 0 \\ D_{bj}^T & 0 & 0 & 0 & -I \\ H_{ai}X & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -H_{bi}M_j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ H_{aj}X & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -H_{bj}M_i & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۱۳)$$

$$\begin{bmatrix} XH_{ai}^T & -M_j^TH_{bi}^T & XH_{aj}^T & -M_i^TH_{bj}^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\Gamma_{ai}^2 I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\Gamma_{bi}^2 I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Gamma_{ai}^2 I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Gamma_{bi}^2 I \end{bmatrix}$$

$Y_1 = block - diag(Y_0\ 0\ 0\ 0\ 0)$,

$Y_2 = block - diag(Y_0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$,

$i < j \ subject\ to\ h_i(z(t)) \cap h_j(z(t)) \neq \varnothing$

که در رابطه فوق، $M_i = F_iX$ و $Y_0 = XQ_0X$ می‌باشد که Q_0 یک ماتریس مثبت نیمه معین است. در ضمن، علامت ستاره مشخص کننده ترانهاده درایه متقارن می‌باشد. با استفاده از قضیه فوق برای مدل فازی، مقادیر متغیرهای تصمیم‌گیری Γ_{ai}^2 و Γ_{bi}^2 استخراج می‌شود. لذا طبق رابطه (۱۲) با در دسترس بودن مقادیر Γ_{ai} و Γ_{bi}، کران بالای عبارت‌های $\|\Delta_{ai}(t)\|$ و $\|\Delta_{bi}(t)\|$ مشخص و در نهایت با توجه به روابط (۸) و (۱۱)، مدل فازی همراه با اغتشاش و شامل عدم‌قطعیت‌ها برای یک سیستم الکترومکانیک به صورت رابطه (۱۴)، تعیین می‌گردد.

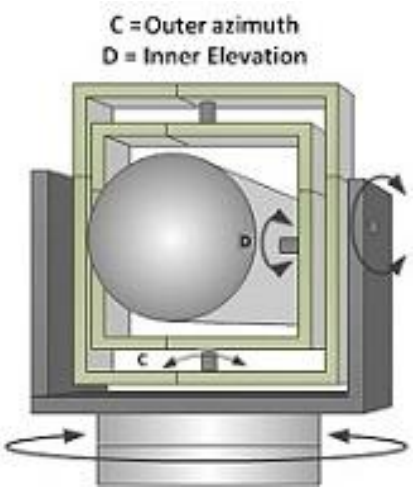
[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-05]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1398.16.3.13.2]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.16-No.3-Fall2019

۳- مطالعه موردی، پایدارساز دوربین نصب شده بر روی یک قایق

به منظور نمایش عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی و تشریح جزئیات مراحل طراحی، کنترل‌کننده‌های بخش ۲ به یک پایدارساز دوربین نصب شده بر روی یک قایق اعمال می‌گردد. دوربین نصب شده بر روی قایق، با توجه به نوع مأموریت و کاربری قایق دارای کاربردهای فراوانی مانند نظارت، اسکن، جستجو و تعقیب هدف می‌باشد[۱۸]. عوامل متعددی همچون مانورها و جابجایی‌های ناگهانی قایق، شرایط جوی دریا، حرکات زاویه‌ای پایه دوربین، دینامیک‌ها و عدم تعادل جرمی دوربین می‌تواند منجر به لرزش دوربین گردد[۱۹]. این لرزش‌ها، خط دید دوربین را جابجا نموده و کیفیت تصویر و یا ویدئو را کاهش می‌دهد. بنابراین برای تثبیت خط دید دوربین در مقابل اغتشاشات، نیاز به یک پایدارساز دوربین می‌باشد.

۳-۱- تشریح مسأله و بیان معادلات دینامیکی پایدارساز دوربین

پایدارساز دوربین از دو حلقه چرخندهٔ عمود بر هم[۸] تشکیل شده است که توسط دو موتور الکتریکی DC راه‌اندازی می‌گردند. پیکربندی پایدارساز دوربین در شکل (۱) نمایش داده شده است.



شکل (۱): پیکربندی پایدارساز دوربین

معادلات دینامیکی پایدارساز دوربین با دو مفصل چرخشی[۹] شامل دینامیک‌های موتورهای الکتریکی و دینامیک‌های مکانیکی، به‌صورت زیر بیان می‌شود[۱۸]:

$$\begin{cases} (D(q) + r^2 J_m)\ddot{q} + (W(q,\dot{q}) + r^2 B_m)\dot{q} + G(q) = rK_r i \\ L\dot{i} + Ri + K_m\dot{q} = u \end{cases} \quad (۱۶)$$

که در آن:

$$D(q) = \begin{bmatrix} I_{zz}^{C1} + I_{xx}^{C2}\sin^2 q_2 + I_{yy}^{C2}\cos^2 q_2 + I_{xy}^{C2}\sin(2q_2) & I_{yz}^{C2}\cos q_2 - I_{xz}^{C2}\sin q_2 \\ I_{yz}^{C2}\cos q_2 - I_{xz}^{C2}\sin q_2 & I_{zz}^{C2} \end{bmatrix} \quad (۱۷)$$

$$W(q,\dot{q}) = \begin{bmatrix} \dot{q}_2(I_{xx}^{C2}\sin(2q_2) - I_{yy}^{C2}\sin(2q_2) + 2I_{xy}^{C2}\cos(2q_2)) \\ -\frac{1}{2}\dot{q}_1((I_{xx}^{C2} - I_{yy}^{C2})\sin(2q_2) + 2I_{xy}^{C2}\cos(2q_2)) \\ -\dot{q}_2(I_{yz}^{C2}\sin q_2 + I_{xz}^{C2}\cos q_2) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۱۸)$$

که در روابط فوق، $q(t) \in R^2$ بردار موقعیت مفاصل، $\dot{q}(t) \in R^2$ بردار سرعت زاویه‌ای مفاصل، $\ddot{q}(t) \in R^2$ بردار شتاب زاویه‌ای مفاصل، $i \in R^2$ بردار جریان آرمیچر، $D(q) \in R^{2\times 2}$ ماتریس اینرسی که یک ماتریس متقارن و مثبت معین است، $W(q,\dot{q}) \in R^{2\times 2}$ ماتریس شامل نیروی کوریولیس و نیروی گریز از مرکز، I_{zz}^{C1} یکی از درایه‌های ماتریس ممان اینرسی لینک ۱ با توجه به مرکز جرم می‌باشد، I_{xx}^{C2} , I_{yz}^{C2} , I_{xz}^{C2} , I_{yy}^{C2} , I_{xy}^{C2} و I_{zz}^{C2} درایه‌های ماتریس ممان اینرسی لینک ۲ با توجه به مرکز جرم می‌باشد، $G(q) \in R^2$ بردار گرانش می‌باشد که به دلیل ساختار متقارن سیستم، تمامی درایه‌های آن برابر صفر می‌باشد، J_m ماتریس اینرسی گیربکس و محرکه‌های الکتریکی می‌باشد، B_m ماتریس قطری ضرایب میرایی می‌باشد، L ماتریس اندوکتانس آرمیچر است، R ماتریس مقاومت آرمیچر است، K_m ماتریس قطری ثابت گشتاور موتور است، K_r ماتریسی است که تبدیل الکترومکانیکی بین جریان و گشتاور را مشخص می‌کند، r ماتریس نسبت چرخدنده است و $u \in R^2$ بردار ولتاژ آرمیچر است. ماتریس‌های ممان اینرسی لینک‌های ۱ و ۲ در جدول۱ و مقادیر پارامترهای موتورهای DC مغناطیس دائم در جدول ۲ ارائه گردیده است[۱۸].

جدول (۱): ماتریس‌های ممان اینرسی لینک‌های پایدارساز دوربین

ماتریس ممان اینرسی لینک ۱	ماتریس ممان اینرسی لینک ۲
$\begin{bmatrix} 4.0088 & 0.0124 & 0.0469 \\ 0.0124 & 4.4970 & 0.0092 \\ 0.0469 & 0.0092 & 2.5414 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.1104 & 0 & -0.0116 \\ 0 & 0.1117 & 0 \\ -0.0116 & 0 & 0.0074 \end{bmatrix}$

جدول (۲): مقادیر پارامترهای موتورهای DC مغناطیس دائم

پارامترهای موتور ۱	پارامترهای موتور ۲
$J_{m_1} = 0.000146$; $B_{m_1} = 0.2276$	$J_{m_2} = 0.0001$; $B_{m_2} = 0.0721$
$K_{m_1} = 119$; $K_{r_1} = 2.7$	$K_{m_2} = 25.6$; $K_{r_2} = 0.274$
$R_1 = 0.176$; $r_1 = 0.011$	$R_2 = 0.4695$; $r_2 = 0.178$
$L_1 = 0.08$	$L_2 = 0.04$

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-05]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1398.16.3.13.2]

نکته ۴: تجربه نشان می‌دهد که مقادیر درایه‌های ماتریس‌های ممان اینرسی بیان شده در جدول ۱ و همچنین پارامترهای موتورهای الکتریکی سمت و ارتفاع بیان شده در جدول ۲ دارای عدم‌قطعیت می‌باشند. این عدم‌قطعیت‌ها به ترتیب ناشی از تغییرات ساختار فیزیکی لینک‌های پایدارساز دوربین بر اثر کارکرد و فرسایش موتورهای الکتریکی به علت افزایش دمای ناشی از کارکرد موتورها و نیز گذر زمان می‌باشد[۲۰و۲۱].

با استفاده از روابط (۱۶) تا (۱۸) و با در نظر گرفتن مقادیر جدول‌های ۱ و ۲، معادلات دینامیکی پایدارساز دوربین در فضای حالت به‌صورت زیر استخراج می‌گردد:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12.5 & 0 \\ 0 & 25 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad ; \quad y = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \tag{۱۹}$$

که در آن:

$$A = \begin{bmatrix} -2.2 & 0 & -1487.5 & 0 \\ 0 & -11.7375 & 0 & -640 \\ 10989 / K & 28304(\sin q_2) / K & A_{33} & A_{34} \\ 17226(\sin q_2) / K & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix} \tag{۲۰}$$

درایه‌های A_{42} ، A_{33} ، A_{43} ، A_{34} و A_{44} به‌صورت زیر هستند:

$$A_{42} = \frac{224(1104(\sin q_2)^2 + 1117(\cos q_2)^2 + 25414)}{K}$$

$$A_{33} = \frac{481(\dot{q}_2)(\sin 2q_2)}{K - \left\{ \frac{377(\sin q_2)(\sin 2q_2)(\dot{q}_2)}{K} \right\}}$$

$$A_{43} = \frac{754(\sin q_2)(\sin 2q_2)(\dot{q}_2)}{K - \left\{ \frac{13(\sin 2q_2)(\dot{q}_2)\left\{1104(\sin q_2)^2 + 1117(\cos q_2)^2 + 25414\right\}}{4K} \right\}}$$

$$A_{34} = \frac{4292(\cos q_2)(\dot{q}_2) - 1334(\sin q_2)}{K}$$

$$A_{44} = \frac{6728(\sin q_2)(\cos q_2)(\dot{q}_2)}{K} - \frac{23(1104(\sin q_2)^2 + 1117(\cos q_2)^2 + 25414)}{2K}$$

در روابط فوق پارامتر K به‌صورت زیر می‌باشد:

$$K = 34120(\sin q_2)^2 + 41329(\cos q_2)^2 + 940318$$

در معادلات فضای حالت رابطه (۱۹)، i_1 ، i_2 ، $\dot{q}_1$ و $\dot{q}_2$ متغیرهای حالت، v_1 و v_2 ورودی‌های کنترل و q_1 و q_2 خروجی‌های سیستم هستند.

۳-۲- استخراج مدل فازی معادل با مدل غیرخطی پایدارساز دوربین

برای استخراج مدل فازی پایدارساز دوربین نصب شده بر روی یک قایق از ایدهٔ بخش‌بندی غیرخطی [۲]، استفاده می‌شود. این روش، ساختن مدل دقیق فازی معادل مدل غیرخطی را کاملاً تضمین می‌کند. برای استفاده از روش مذکور ابتدا با توجه به معادلات فضای حالت پایدارساز دوربین، ترم‌های غیرخطی زیر تعیین می‌گردند:

$$\begin{cases} z_1(t) = A_{33} \\ z_2(t) = A_{43} \\ z_3(t) = A_{34} \\ z_4(t) = A_{44} \end{cases} \tag{۲۱}$$

مقادیر بیشینه و کمینه ترم‌های غیرخطی فوق با توجه به بازهٔ تغییرات q_2 و $\dot{q}_2$ محاسبه می‌شوند:

$$\begin{cases} \min_z_1(t) = -0.1126 \quad ; \quad \max_z_1(t) = 0.1108 \\ \min_z_2(t) = -0.6181 \quad ; \quad \max_z_2(t) = 0.6410 \\ \min_z_3(t) = -12.9570 \quad ; \quad \max_z_3(t) = 12.8858 \\ \min_z_4(t) = -0.8116 \quad ; \quad \max_z_4(t) = 0.1969 \end{cases} \tag{۲۲}$$

با توجه به مقادیر فوق، ترم‌های غیرخطی $z_1(t)$ ، $z_2(t)$ ، $z_3(t)$ و $z_4(t)$ به صورت زیر قابل نمایش می‌باشند:

$$\begin{cases} z_1(t) = M_1(z_1(t)).(0.1108) + M_2(z_1(t)).(-0.1126) \\ z_2(t) = N_1(z_2(t)).(0.6410) + N_2(z_2(t)).(-0.6181) \\ z_3(t) = W_1(z_3(t)).(12.8858) + W_2(z_3(t)).(-12.9570) \\ z_4(t) = U_1(z_4(t)).(0.1969) + U_2(z_4(t)).(-0.8116) \end{cases} \tag{۲۳}$$

از طرفی داریم:

$$\begin{cases} M_1(z_1(t)) + M_2(z_1(t)) = 1 \\ N_1(z_2(t)) + N_2(z_2(t)) = 1 \\ W_1(z_3(t)) + W_2(z_3(t)) = 1 \\ U_1(z_4(t)) + U_2(z_4(t)) = 1 \end{cases} \tag{۲۴}$$

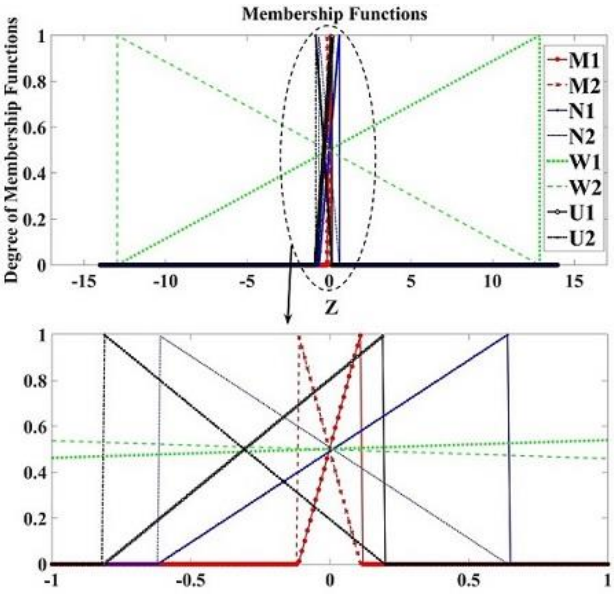
با استفاده از روابط (۲۳) و (۲۴)، توابع عضویت به‌صورت زیر معرفی و نامگذاری می‌گردند:

$$\begin{cases} M_1(z_1(t)) = \dfrac{z_1(t) + 0.1126}{0.2234} \quad ; \quad Positive\,(P) \\ M_2(z_1(t)) = \dfrac{0.1108 - z_1(t)}{0.2234} \quad ; \quad Negative\,(N) \\ N_1(z_2(t)) = \dfrac{z_2(t) + 0.6181}{1.2591} \quad ; \quad Big\,(B) \\ N_2(z_2(t)) = \dfrac{0.6410 - z_2(t)}{1.2591} \quad ; \quad Small\,(S) \\ W_1(z_3(t)) = \dfrac{z_3(t) + 12.9570}{25.8428} \quad ; \quad Tall\,(T) \\ W_2(z_3(t)) = \dfrac{12.8858 - z_3(t)}{25.8428} \quad ; \quad Short\,(Sh) \\ U_1(z_4(t)) = \dfrac{z_4(t) + 0.8116}{1.0085} \quad ; \quad Fat\,(F) \\ U_2(z_4(t)) = \dfrac{0.1969 - z_4(t)}{1.0085} \quad ; \quad Thin\,(Th) \end{cases} \tag{۲۵}$$

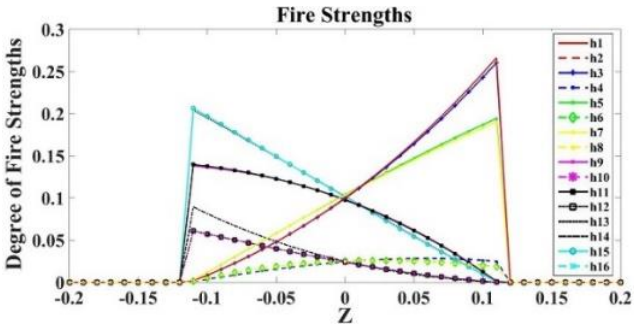
[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1398.16.3.13.2]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.16-No.3-Fall2019

قواعد فازی، ماتریس‌های حالت A_1 تا A_{16} و ماتریس‌های ورودی B_1 تا B_{16} در "پیوست ب" ارائه می‌شوند. شکل (۲) توابع عضویت را نمایش می‌دهد. همچنین با توجه به اهمیت نکته ۳، در شکل (۳) شدت آتش‌ها نمایش داده شده است.

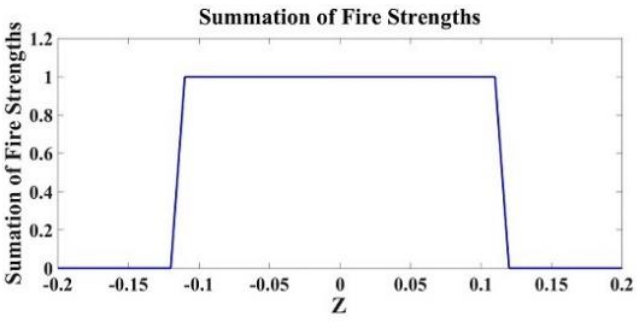


شکل (۲): توابع عضویت



شکل (۳): شدت آتش‌ها

شکل (۴) نمودار مجموع شدت آتش‌ها را نمایش می‌دهد.

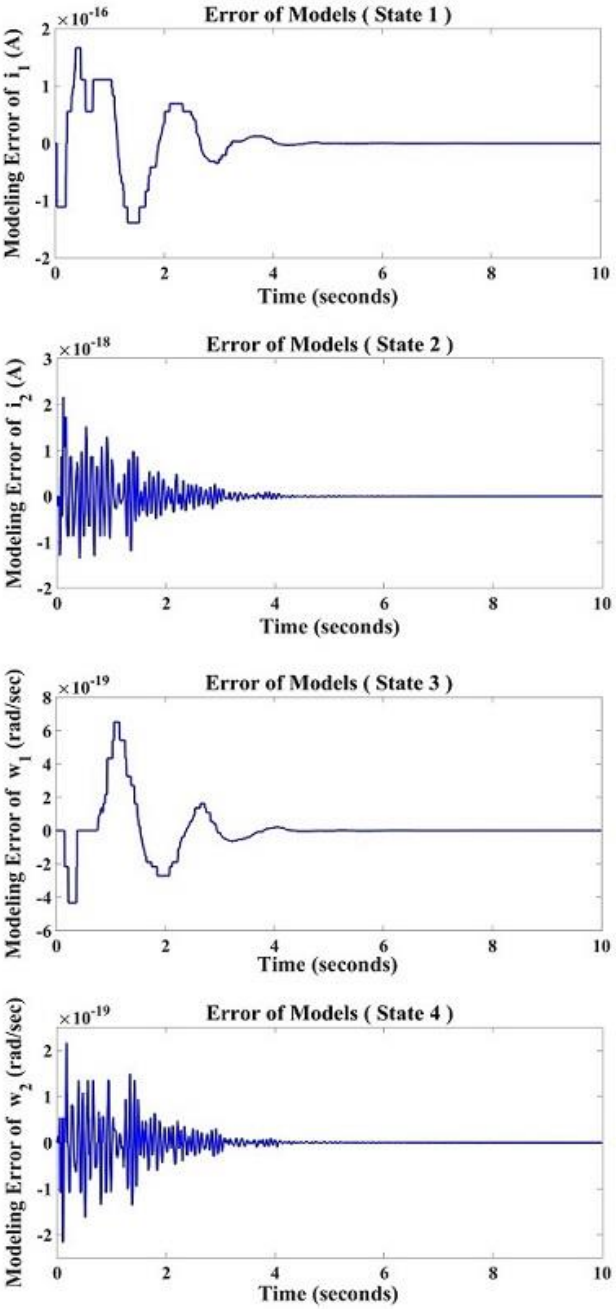


شکل (۴): مجموع شدت آتش‌ها

برقراری شروط رابطه (۵)، در شکل‌های (۳) و (۴) قابل مشاهده است.

۴- نتایج شبیه‌سازی

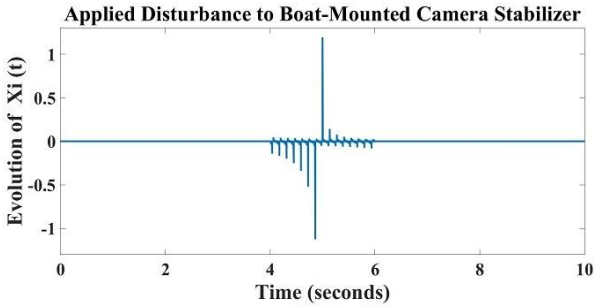
برای حصول اطمینان از دقیق بودن مدل فازی پایدارساز دوربین، مدل غیرخطی رابطه (۱۹) و مدل فازی بدست آمده به‌صورت حلقه-باز شبیه‌سازی شده و حالت‌های سیستم i_1، i_2، $\dot{q}_1$ و $\dot{q}_2$ برای هر دو مدل استخراج و مقایسه گردید، خطای مدلسازی در شکل (۵) قابل رؤیت می‌باشد. به نحوی که حداکثر خطای مدلسازی برای حالت‌های سیستم به ترتیب $1.388 \times 10^{-16}\ A$ ، $2.168 \times 10^{-18}\ A$، $6.505 \times 10^{-19}\ Rad/Sec$ و $2.173 \times 10^{-19}\ Rad/Sec$ است، که این میزان خطای مدلسازی بسیار ناچیز و قابل چشم پوشی می‌باشد.



شکل (۵): خطای مدلسازی فازی برای حالت‌های سیستم

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1398.16.3.13.2]



شکل (۶): اغتشاش اعمال شده به پایدارساز دوربین

با توجه به توضیحات پیش‌گفته، دقت بسیار بالای مدلسازی فازی، این امکان را به نویسندگان می‌دهد که با اطمینان خاطر از مدل فازی پایدارساز دوربین استفاده نمایند.

کنترل‌کننده‌های فازی پایدار طراحی شده در بخش ۲ مقاله در دو مرحله به پایدارساز دوربین نصب شده بر روی یک قایق، اعمال گردید. در هر دو مرحله از شبیه‌سازی، برای به چالش کشیدن سیستم کنترلی، پس از آنکه سیستم به حالت ماندگار خود رسید در بازه زمانی 4 تا 6 ثانیه، اغتشاش $(\xi(t))$ نمایش داده شده در شکل (۶) طبق روابط (۸) و (۱۴)، به پایدارساز دوربین اعمال می‌گردد.

۴-۱- مرحله ۱ شبیه‌سازی

در این مرحله از شبیه‌سازی، کنترل‌کننده فازی پایدار با قابلیت حذف اغتشاش[۱۰]، طراحی شده در زیر-بخش ۲-۱، برای پایدارساز دوربین نصب شده بر روی یک قایق شبیه‌سازی گردید. به این منظور، مسأله کمینه‌سازی "قضیه ۱" به ازای معادلات پایدارساز دوربین شامل اغتشاش، طبق رابطه (۸)، شبیه‌سازی و حل شد. ماتریس P و ماتریس‌های بهره‌های پسخور $F_1, F_2, \dots, F_{16}$ به شرح "پیوست ج" استخراج گردید. قابل ذکر است که مقدار کران بالای اغتشاش (ε)، 5.3108×10^{-8} حاصل شد و نیز با توجه به مقادیر ویژه ماتریس P (1.1921×10^{-6} ، 8.2728×10^{-5} ، 0.0143 و 0.3248)، مثبت معین بودن ماتریس P مشهود می‌باشد. با جایگذاری بهره‌های پسخور "پیوست ج" در رابطه (۷)، ورودی‌های کنترل به‌دست می‌آیند. با اعمال ورودی‌های کنترل مذکور به رابطه (۸)، چهار حالت سیستم i_1 ، i_2 ، $\dot{q}_1$ و $\dot{q}_2$ استخراج می‌گردند.

۴-۲- مرحله ۲ شبیه‌سازی

در این مرحله از شبیه‌سازی، کنترل‌کننده فازی پایدار با قابلیت حذف اغتشاش در حضور عدم‌قطعیت‌ها[۱۱]، طراحی شده در زیر-بخش ۲-۲، برای پایدارساز دوربین نصب شده بر روی یک قایق شبیه‌سازی گردید. لذا به منظور تعیین مدل پایدارساز دوربین نصب شده بر روی قایق شامل اغتشاش و در حضور عدم‌قطعیت‌ها، ابتدا بر اساس رابطه (۱۱) مسأله کمینه‌سازی "قضیه ۲"، شبیه‌سازی و حل شد. مقادیر پارامترهای Γ_{ai} و Γ_{bi} طبق جدول ۳، استخراج گردید و سپس با استفاده از رابطه (۱۲)، ماتریس‌های $\Delta_{ai}(t)$ و $\Delta_{bi}(t)$ تعیین و رابطه (۱۴) برای پایدارساز دوربین مشخص شد.

جدول (۳): مقادیر پارامترهای Γ_{ai} و Γ_{bi} به ازای $i = 1, 2, \dots, 16$

i	Γ_{ai}	Γ_{bi}
1	2.0014	1.2188
2	2.0258	1.1982
3	2.0359	1.2005
4	2.0019	1.2411
5	2.0370	1.1986
6	1.9880	1.2134
7	2.0089	1.1920
8	2.0716	1.2245
9	2.0508	1.2120
10	1.9784	1.1869
11	2.0119	1.1819
12	2.0370	1.2013
13	2.0012	1.1912
14	2.0147	1.2094
15	1.9983	1.1958
16	2.0411	1.2033

مسأله کمینه‌سازی "قضیه ۳" به ازای معادلات پایدارساز دوربین شامل اغتشاش و در حضور عدم‌قطعیت‌ها، طبق رابطه (۱۴) شبیه‌سازی و حل شد. ماتریس P و ماتریس‌های بهره‌های پسخور $F_1, F_2, \dots, F_{16}$ به شرح "پیوست د" استخراج گردید. مقدار کران بالای اثر اغتشاش (ε)، 4.9104×10^{-11} به‌دست آمد و نیز با توجه به مقادیر ویژه ماتریس P (1.2565×10^{-6} ، 8.7170×10^{-5} ، 0.0151 و 0.3208)، مثبت معین بودن ماتریس P مشخص است. با جایگذاری بهره‌های پسخور "پیوست د" در رابطه (۷)، ورودی‌های کنترل به‌دست می‌آیند. با اعمال ورودی‌های کنترل مذکور به رابطه (۱۴)، حالت‌های سیستم i_1 ، i_2 ، $\dot{q}_1$ و $\dot{q}_2$ مشخص می‌گردند.

در شکل‌های (۷) و (۸) به ترتیب حالت‌های سیستم و ورودی‌های کنترل برای هر دو مرحله شبیه‌سازی نمایش داده شده است. با دقت در شکل (۷)، پایداری حالت‌های سیستم و عملکرد مطلوب کنترل‌کننده فازی پایدار با قابلیت حذف اغتشاش در حضور عدم‌قطعیت‌ها، طراحی شده در زیر-بخش ۲-۲، برای پایدارساز دوربین نصب شده بر روی یک قایق، در حالت گذرا کاملاً مشهود می‌باشد. از طرفی توانایی کنترل‌کننده در مقابله با اغتشاش وارد شده به سیستم در حالت ماندگار مشخص است. همانگونه که در شکل (۸) قابل مشاهده است، علاوه بر پایداری ورودی‌های کنترل، در کنترل‌کننده فازی پایدار با قابلیت حذف اغتشاش در حضور عدم‌قطعیت‌ها، ورودی‌های کنترل در زمان‌های اعمال اغتشاش دارای دامنه کوچکتری هستند. به نحوی که حداکثر دامنه ورودی‌های کنترل ۱ و ۲، به ترتیب 0.5788 volt و 0.0009946 volt است، در صورتی که در کنترل‌کننده فازی پایدار با قابلیت حذف اغتشاش، حداکثر دامنه ورودی‌های کنترل ۱ و ۲، بزرگتر و به ترتیب 1.5481 volt و 0.002782 volt می‌باشد.

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1398.16.3.13.2]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.16-No.3-Fall2019

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک کنترل‌کننده فازی پایدار با قابلیت حذف اغتشاش در حضور عدم‌قطعیت‌های پارامتری برای دسته‌ای از سیستم‌های الکترومکانیکی طراحی گردید. در روند طراحی کنترل‌کننده، با استفاده از یک قضیه بهینه‌سازی کران بالای عدم‌قطعیت‌های پارامتری سیستم تحت کنترل مشخص، و مدل فازی همراه با اغتشاشات و شامل عدم-قطعیت‌های پارامتری استخراج شد. بر اساس این مدل فازی جدید به-دست آمده، یک قضیه کمینه‌سازی برای کمینه کردن اثر اغتشاشات در حضور عدم‌قطعیت‌های پارامتری پیشنهاد گردید. به عنوان مطالعه موردی، کنترل‌کننده پیشنهادی بر روی پایدارساز دوربین نصب شده بر روی یک قایق پیاده‌سازی گردید. ورودی کنترل به‌دست آمده از قضیه کمینه‌سازی پیشنهادی، ضمن پایدارسازی سیستم پایدارساز دوربین و غلبه بر اغتشاش وارده، دارای دامنه کوچکتری است. حالت-های سیستم در حالت گذرا سریعتر و با نوسانات کمتر به صفر همگرا می‌شوند. در ضمن در حالت ماندگار، در زمان‌های اعمال اغتشاش، کنترل‌کننده پیشنهادی عملکرد مطلوب‌تری دارد. با توجه به دامنه کوچک ورودی کنترل و در نظر گرفتن عدم‌قطعیت‌ها در روند طراحی، ورودی کنترل به‌دست آمده از قضیه کمینه‌سازی پیشنهادی دارای قابلیت پیاده‌سازی عملی می‌باشد. نتایج شبیه‌سازی عملکرد مطلوب کنترل‌کننده پیشنهادی را به خوبی نمایش می‌دهد.

جهت جمع‌بندی مطالب، مزایا و دستاوردهای کنترل‌کننده فازی پایدار با قابلیت حذف اغتشاش در حضور عدم‌قطعیت‌های پارامتری، به‌طور خلاصه ارائه می‌گردد:

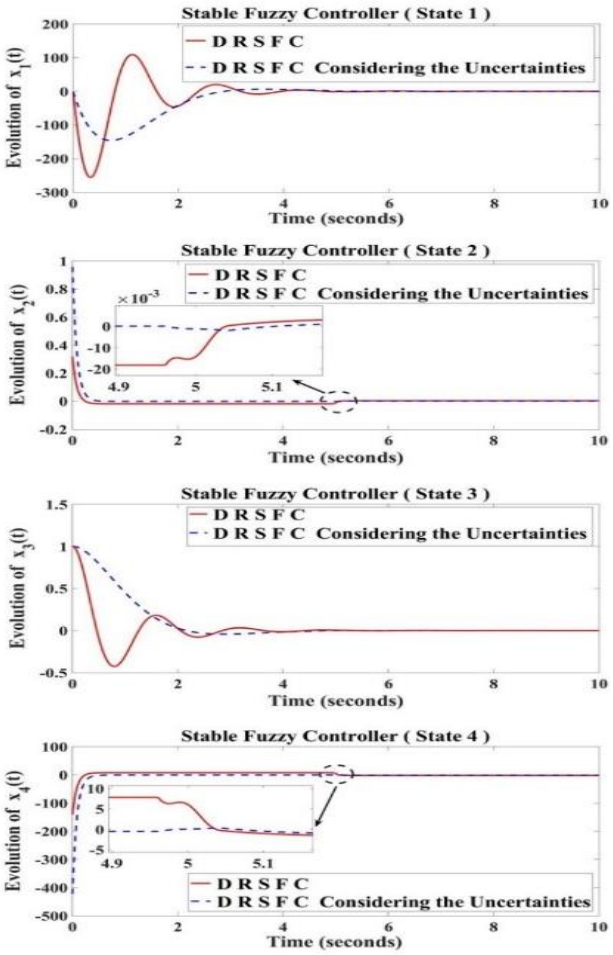
۱. کران بالای عدم قطعیت‌های پارامتری سیستم الکترومکانیکی غیرخطیِ تحت کنترل، با استفاده از منطق محکم ریاضی و بر اساس حل مساله کمینه‌سازی، به‌صورت بسیار دقیق محاسبه و بر تمامی عدم‌قطعیت‌های مذکور غلبه می‌گردد.

۲. در الگوریتم پیشنهادی ضمنِ حذف اغتشاش از طریق کمینه کردن مقدار پارامتر ε، عدم‌قطعیت‌های پارامتری سیستم الکترومکانیکی غیرخطیِ تحت کنترل نیز به‌طور همزمان در نظر گرفته می‌شود.

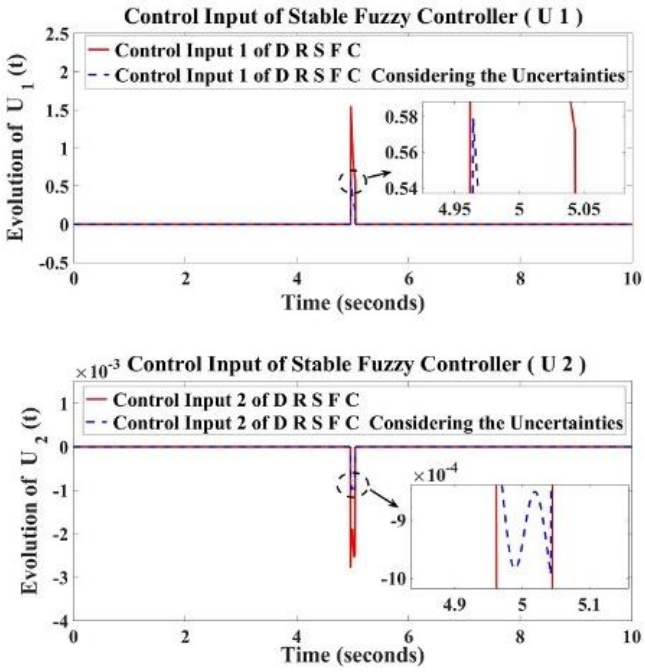
۳. در کنترل پیشنهادی، حجم محاسبات ورودی کنترل به‌علت برون-خط بودن روند محاسبه بهره‌های پسخور، بسیار کم می‌باشد.

۴. ورودی کنترل دارای دامنه بسیار کوچکی است.

۵. با توجه به مزایای فوق، کنترل‌کننده پیشنهادی دارای قابلیت پیاده-سازی عملی می‌باشد.



شکل (۷): حالت‌های سیستم در مرحله‌های ۱ و ۲ شبیه‌سازی



شکل (۸): ورودی‌های کنترل در مرحله‌های ۱ و ۲ شبیه‌سازی

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-05]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1398.16.3.13.2]

پیوست‌ها

پیوست الف:

اثبات "قضیه ۳": فرض می‌کنیم $V(x(t)) = x^T(t)Px(t)$ تابع مربعی باشد که در آن P یک ماتریس مثبت معین و $\varepsilon \geq 0$ است. در تمامی زمان‌های t، برای رابطه (۱۴) داریم:

$$\dot{V}(x(t)) + y^T(t)y(t) - \varepsilon^2 \xi^T(t)\xi(t) \leq 0 \qquad \text{(الف-1)}$$

با انتگرال‌گیری از رابطه (الف-1) در بازه زمانی 0 تا T داریم:

$$\int_0^T (\dot{V}(x(t)) + y^T(t)y(t) - \varepsilon^2 \xi^T(t)\xi(t))dt \leq 0 \qquad \text{(الف-2)}$$

با در نظر گرفتن شرایط اولیه به‌صورت $x(0) = 0$ ، خواهیم داشت:

$$V(x(T)) + \int_0^T (y^T(t)y(t) - \varepsilon^2 \xi^T(t)\xi(t))dt \leq 0 \qquad \text{(الف-3)}$$

از برقراری رابطه $V(x(T)) \geq 0$ ، می‌توان نتیجه گرفت رابطه $\frac{\|y(t)\|_2}{\|\xi(t)\|_2} \leq \varepsilon$ برقرار می‌باشد. بنابراین اگر رابطه (الف-1) برقرار باشد، بهره $Norm2$ مدل فازی از ε کمتر است. در ادامه برای استخراج شرایط LMI از رابطه (الف-1) استفاده می‌کنیم. از رابطه (الف-1) داریم:

$$\begin{aligned}
&\dot{x}^T(t)Px(t) + x^T(t)P\dot{x}(t) + \\
&\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i(z(t))h_j(z(t))x^T(t)C_i^T C_j x(t) - \varepsilon^2 \xi^T(t)\xi(t) \\
&= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i(z(t))h_j(z(t))x^T(t)\begin{pmatrix}(A_i + D_{ai}\Delta_{ai}(t)H_{ai}) - \\ (B_i + D_{bi}\Delta_{bi}(t)H_{bi})F_j\end{pmatrix}^T Px(t) \\
&+ \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i(z(t))h_j(z(t))x^T(t)P\begin{pmatrix}(A_i + D_{ai}\Delta_{ai}(t)H_{ai}) - \\ (B_i + D_{bi}\Delta_{bi}(t)H_{bi})F_j\end{pmatrix} x(t) \\
&+ \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i(z(t))h_j(z(t))x^T C_i^T C_j x(t) - \varepsilon^2 \xi^T(t)\xi(t) \\
&+ \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))\xi^T(t)E_i^T Px(t) + \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))x^T(t)PE_i\xi(t) \\
&= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i(z(t))h_j(z(t))\begin{bmatrix}x^T(t) & \xi^T(t)\end{bmatrix} \\
&\times \begin{bmatrix}\left\{\begin{pmatrix}(A_i + D_{ai}\Delta_{ai}(t)H_{ai}) - \\ (B_i + D_{bi}\Delta_{bi}(t)H_{bi})F_j\end{pmatrix}^T P \right. & * \\ \left. + P\begin{pmatrix}(A_i + D_{ai}\Delta_{ai}(t)H_{ai}) - \\ (B_i + D_{bi}\Delta_{bi}(t)H_{bi})F_j\end{pmatrix} + C_i^T C_j \right\} & * \\ E_i^T P & -\varepsilon^2 I\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(t) \\ \xi(t)\end{bmatrix} \leq 0
\end{aligned} \qquad \text{(الف-4)}$$

از رابطه (الف-4)، شرایط زیر را داریم:

$$\begin{bmatrix}\left\{-\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i(z(t))h_j(z(t))\left\{\begin{pmatrix}(A_i + D_{ai}\Delta_{ai}(t)H_{ai}) - \\ (B_i + D_{bi}\Delta_{bi}(t)H_{bi})F_j\end{pmatrix}^T P \right.\right. & * \\ \left.\left. + P\begin{pmatrix}(A_i + D_{ai}\Delta_{ai}(t)H_{ai}) - \\ (B_i + D_{bi}\Delta_{bi}(t)H_{bi})F_j\end{pmatrix} + C_i^T C_j \right\} & * \\ -\sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))E_i^T P & -\varepsilon^2 I\end{bmatrix} \geq 0 \qquad \text{(الف-5)}$$

سمت چپ رابطه (الف-5) را به‌صورت زیر می‌توان تجزیه نمود:

$$\begin{aligned}
&\begin{bmatrix}\left\{-\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i(z(t))h_j(z(t))\times\left\{\begin{pmatrix}(A_i + D_{ai}\Delta_{ai}(t)H_{ai}) - \\ (B_i + D_{bi}\Delta_{bi}(t)H_{bi})F_j\end{pmatrix}^T P \right.\right. & * \\ \left.\left. + P\begin{pmatrix}(A_i + D_{ai}\Delta_{ai}(t)H_{ai}) - \\ (B_i + D_{bi}\Delta_{bi}(t)H_{bi})F_j\end{pmatrix} \right\} & * \\ -\sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))E_i^T P & -\varepsilon^2 I\end{bmatrix} \\
&- \begin{bmatrix}\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i(z(t))h_j(z(t))C_i^T C_j & 0 \\ 0 & 0\end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix}\left\{-\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i(z(t))h_j(z(t))\times\left\{\begin{pmatrix}(A_i + D_{ai}\Delta_{ai}(t)H_{ai}) - \\ (B_i + D_{bi}\Delta_{bi}(t)H_{bi})F_j\end{pmatrix}^T P \right.\right. & * \\ \left.\left. + P\begin{pmatrix}(A_i + D_{ai}\Delta_{ai}(t)H_{ai}) - \\ (B_i + D_{bi}\Delta_{bi}(t)H_{bi})F_j\end{pmatrix} \right\} & * \\ -\sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))E_i^T P & -\varepsilon^2 I\end{bmatrix} \\
&- \begin{bmatrix}\sum_{j=1}^{r} h_i(z(t))C_i^T \\ 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sum_{j=1}^{r} h_i(z(t))C_i & 0\end{bmatrix} \geq 0
\end{aligned} \qquad \text{(الف-6)}$$

با استفاده از تبدیل مکمل شور[۲۲]، نامساوی رابطه (الف-۶) معادل است با:

$$\begin{bmatrix}\left\{-\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i(z(t))h_j(z(t))\left\{\begin{pmatrix}(A_i + D_{ai}\Delta_{ai}(t)H_{ai}) - \\ (B_i + D_{bi}\Delta_{bi}(t)H_{bi})F_j\end{pmatrix}^T P \right.\right. & * & * \\ \left.\left. + P\begin{pmatrix}(A_i + D_{ai}\Delta_{ai}(t)H_{ai}) - \\ (B_i + D_{bi}\Delta_{bi}(t)H_{bi})F_j\end{pmatrix} \right\} & * & * \\ -\sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))E_i^T P & \varepsilon^2 I & 0 \\ \sum_{j=1}^{r} h_i(z(t))C_i & 0 & I\end{bmatrix} \geq 0 \qquad \text{(الف-7)}$$

نامساوی رابطه (الف-7) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1398.16.3.13.2]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.16-No.3-Fall2019

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i(z(t))h_j(z(t))\begin{bmatrix}\left\{\begin{matrix}-\frac{1}{2}\begin{Bmatrix}\begin{pmatrix}(A_i+D_{ai}\Delta_{ai}(t)H_{ai})-\\(B_i+D_{bi}\Delta_{bi}(t)H_{bi})F_j\end{pmatrix}^T P\\ +P\begin{pmatrix}(A_i+D_{ai}\Delta_{ai}(t)H_{ai})-\\(B_i+D_{bi}\Delta_{bi}(t)H_{bi})F_j\end{pmatrix}\\ +\begin{pmatrix}(A_j+D_{aj}\Delta_{aj}(t)H_{aj})-\\(B_j+D_{bj}\Delta_{bj}(t)H_{bj})F_i\end{pmatrix}^T P\\ +P\begin{pmatrix}(A_j+D_{aj}\Delta_{aj}(t)H_{aj})-\\(B_j+D_{bj}\Delta_{bj}(t)H_{bj})F_i\end{pmatrix}\end{Bmatrix} & * & * \\ -\frac{1}{2}(E_i+E_j)^T P & \varepsilon^2 I & 0 \\ \frac{1}{2}(C_i+C_j) & 0 & I\end{matrix}\right\} \geq 0$$

(8-الف)

بنابراین داریم:

$$\begin{bmatrix}\left\{\begin{matrix}-\frac{1}{2}\begin{Bmatrix}\begin{pmatrix}(A_i+D_{ai}D_{ai}(t)H_{ai})-\\(B_i+D_{bi}D_{bi}(t)H_{bi})F_j\end{pmatrix}^T P\\ +P\begin{pmatrix}(A_i+D_{ai}D_{ai}(t)H_{ai})-\\(B_i+D_{bi}D_{bi}(t)H_{bi})F_j\end{pmatrix}\\ +\begin{pmatrix}(A_j+D_{aj}D_{aj}(t)H_{aj})-\\(B_j+D_{bj}D_{bj}(t)H_{bj})F_i\end{pmatrix}^T P\\ +P\begin{pmatrix}(A_j+D_{aj}D_{aj}(t)H_{aj})-\\(B_j+D_{bj}D_{bj}(t)H_{bj})F_i\end{pmatrix}\end{Bmatrix} & * & * \\ -\frac{1}{2}(E_i+E_j)^T P & \varepsilon^2 I & 0 \\ \frac{1}{2}(C_i+C_j) & 0 & I\end{matrix}\right\} \geq 0$$

(9-الف)

با ضرب طرفین رابطه (۹-الف) از چپ و راست در ماتریس $\begin{bmatrix}X & 0 & 0\\ 0 & I & 0\\ 0 & 0 & I\end{bmatrix}$ رابطه (۱۵) به‌دست می‌آید. با برقراری قضیه پیشنهادی (رابطه (15))، سیستم حلقه بسته در حضور عدم‌قطعیت‌های پارامتری و اغتشاشات دارای پایداری مجانبی سراسری خواهد بود و عملکرد بسیار مطلوبتری در مقابله با اغتشاشات، نسبت به قضیه ۱ (رابطه (۱۰))، خواهد داشت.

پیوست ب:

قواعد فازی به‌صورت زیر ارائه می‌شوند:

Rule 1 : *IF* $z_1(t)$ *is* " P" *and* $z_2(t)$ *is* " B" *and* $z_3(t)$ *is* " T" *and* $z_4(t)$ *is* " F",

THEN $\dot{x}(t) = A_1x(t) + B_1u(t)$

Rule 2 : *IF* $z_1(t)$ *is* " P" *and* $z_2(t)$ *is* " B" *and* $z_3(t)$ *is* " T" *and* $z_4(t)$ *is* " Th",

THEN $\dot{x}(t) = A_2x(t) + B_2u(t)$

Rule 3 : *IF* $z_1(t)$ *is* " P" *and* $z_2(t)$ *is* " B" *and* $z_3(t)$ *is* " Sh" *and* $z_4(t)$ *is* " F",

THEN $\dot{x}(t) = A_3x(t) + B_3u(t)$

Rule 4 : *IF* $z_1(t)$ *is* " P" *and* $z_2(t)$ *is* " B" *and* $z_3(t)$ *is* " Sh" *and* $z_4(t)$ *is* " Th",

THEN $\dot{x}(t) = A_4x(t) + B_4u(t)$

Rule 5 : *IF* $z_1(t)$ *is* " P" *and* $z_2(t)$ *is* " S" *and* $z_3(t)$ *is* " T" *and* $z_4(t)$ *is* " F",

THEN $\dot{x}(t) = A_5x(t) + B_5u(t)$

Rule 6 : *IF* $z_1(t)$ *is* " P" *and* $z_2(t)$ *is* " S" *and* $z_3(t)$ *is* " T" *and* $z_4(t)$ *is* " Th",

THEN $\dot{x}(t) = A_6x(t) + B_6u(t)$

Rule 7 : *IF* $z_1(t)$ *is* " P" *and* $z_2(t)$ *is* " S" *and* $z_3(t)$ *is* " Sh" *and* $z_4(t)$ *is* " F",

THEN $\dot{x}(t) = A_7x(t) + B_7u(t)$

Rule 8 : *IF* $z_1(t)$ *is* " P" *and* $z_2(t)$ *is* " S" *and* $z_3(t)$ *is* " Sh" *and* $z_4(t)$ *is* " Th",

THEN $\dot{x}(t) = A_8x(t) + B_8u(t)$

Rule 9 : *IF* $z_1(t)$ *is* " N" *and* $z_2(t)$ *is* " B" *and* $z_3(t)$ *is* " T" *and* $z_4(t)$ *is* " F",

THEN $\dot{x}(t) = A_9x(t) + B_9u(t)$

Rule 10 : *IF* $z_1(t)$ *is* " N" *and* $z_2(t)$ *is* " B" *and* $z_3(t)$ *is* " T" *and* $z_4(t)$ *is* " Th",

THEN $\dot{x}(t) = A_{10}x(t) + B_{10}u(t)$

Rule 11 : *IF* $z_1(t)$ *is* " N" *and* $z_2(t)$ *is* " B" *and* $z_3(t)$ *is* " Sh" *and* $z_4(t)$ *is* " F",

THEN $\dot{x}(t) = A_{11}x(t) + B_{11}u(t)$

Rule 12 : *IF* $z_1(t)$ *is* " N" *and* $z_2(t)$ *is* " B" *and* $z_3(t)$ *is* " Sh" *and* $z_4(t)$ *is* " Th",

THEN $\dot{x}(t) = A_{12}x(t) + B_{12}u(t)$

Rule 13 : *IF* $z_1(t)$ *is* " N" *and* $z_2(t)$ *is* " S" *and* $z_3(t)$ *is* " T" *and* $z_4(t)$ *is* " F",

THEN $\dot{x}(t) = A_{13}x(t) + B_{13}u(t)$

Rule 14 : *IF* $z_1(t)$ *is* " N" *and* $z_2(t)$ *is* " S" *and* $z_3(t)$ *is* " T" *and* $z_4(t)$ *is* " Th",

THEN $\dot{x}(t) = A_{14}x(t) + B_{14}u(t)$

Rule 15 : *IF* $z_1(t)$ *is* " N" *and* $z_2(t)$ *is* " S" *and* $z_3(t)$ *is* " Sh" *and* $z_4(t)$ *is* " F",

THEN $\dot{x}(t) = A_{15}x(t) + B_{15}u(t)$

Rule 16 : *IF* $z_1(t)$ *is* " N" *and* $z_2(t)$ *is* " S" *and* $z_3(t)$ *is* " Sh" *and* $z_4(t)$ *is* " Th",

THEN $\dot{x}(t) = A_{16}x(t) + B_{16}u(t)$

ماتریس‌های حالت A_1 تا A_{16} به‌صورت زیر بدست می‌آیند:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -2.2 & 0 & -1487.5 & 0 \\ 0 & -11.7375 & 0 & -640 \\ 10989\ /\ K & 28304)(\sin q_2)\ /\ K & 0.1108 & 12.8858 \\ 17226(\sin q_2)\ /\ K & A_{42} & 0.6410 & 0.1969 \end{bmatrix}$$

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1398.16.3.13.2]

$$A_2 = \begin{bmatrix} -2.2 & 0 & -1487.5 & 0 \\ 0 & -11.7375 & 0 & -640 \\ 10989 / K & 28304(\sin q_2) / K & 0.1108 & 12.8858 \\ 17226(\sin q_2) / K & A_{42} & 0.6410 & -0.8116 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -2.2 & 0 & -1487.5 & 0 \\ 0 & -11.7375 & 0 & -640 \\ 10989 / K & 28304(\sin q_2) / K & 0.1108 & -12.9570 \\ 17226(\sin q_2) / K & A_{42} & 0.6410 & 0.1969 \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} -2.2 & 0 & -1487.5 & 0 \\ 0 & -11.7375 & 0 & -640 \\ 10989 / K & 28304(\sin q_2) / K & 0.1108 & -12.9570 \\ 17226(\sin q_2) / K & A_{42} & 0.6410 & -0.8116 \end{bmatrix}$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} -2.2 & 0 & -1487.5 & 0 \\ 0 & -11.7375 & 0 & -640 \\ 10989 / K & 28304(\sin q_2) / K & 0.1108 & 12.8858 \\ 17226(\sin q_2) / K & A_{42} & -0.6181 & 0.1969 \end{bmatrix}$$

$$A_6 = \begin{bmatrix} -2.2 & 0 & -1487.5 & 0 \\ 0 & -11.7375 & 0 & -640 \\ 10989 / K & 28304(\sin q_2) / K & 0.1108 & 12.8858 \\ 17226(\sin q_2) / K & A_{42} & -0.6181 & -0.8116 \end{bmatrix}$$

$$A_7 = \begin{bmatrix} -2.2 & 0 & -1487.5 & 0 \\ 0 & -11.7375 & 0 & -640 \\ 10989 / K & 28304(\sin q_2) / K & 0.1108 & -12.9570 \\ 17226(\sin q_2) / K & A_{42} & -0.6181 & 0.1969 \end{bmatrix}$$

$$A_8 = \begin{bmatrix} -2.2 & 0 & -1487.5 & 0 \\ 0 & -11.7375 & 0 & -640 \\ 10989 / K & 28304(\sin q_2) / K & 0.1108 & -12.9570 \\ 17226(\sin q_2) / K & A_{42} & -0.6181 & -0.8116 \end{bmatrix}$$

$$A_9 = \begin{bmatrix} -2.2 & 0 & -1487.5 & 0 \\ 0 & -11.7375 & 0 & -640 \\ 10989 / K & 28304(\sin q_2) / K & -0.1126 & 12.8858 \\ 17226(\sin q_2) / K & A_{42} & 0.6410 & 0.1969 \end{bmatrix}$$

$$A_{10} = \begin{bmatrix} -2.2 & 0 & -1487.5 & 0 \\ 0 & -11.7375 & 0 & -640 \\ 10989 / K & 28304(\sin q_2) / K & -0.1126 & 12.8858 \\ 17226(\sin q_2) / K & A_{42} & 0.6410 & -0.8116 \end{bmatrix}$$

$$A_{11} = \begin{bmatrix} -2.2 & 0 & -1487.5 & 0 \\ 0 & -11.7375 & 0 & -640 \\ 10989 / K & 28304(\sin q_2) / K & -0.1126 & -12.9570 \\ 17226(\sin q_2) / K & A_{42} & 0.6410 & 0.1969 \end{bmatrix}$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} -2.2 & 0 & -1487.5 & 0 \\ 0 & -11.7375 & 0 & -640 \\ 10989 / K & 28304(\sin q_2) / K & -0.1126 & -12.9570 \\ 17226(\sin q_2) / K & A_{42} & 0.6410 & -0.8116 \end{bmatrix}$$

$$A_{13} = \begin{bmatrix} -2.2 & 0 & -1487.5 & 0 \\ 0 & -11.7375 & 0 & -640 \\ 10989 / K & 28304(\sin q_2) / K & -0.1126 & 12.8858 \\ 17226(\sin q_2) / K & A_{42} & -0.6181 & 0.1969 \end{bmatrix}$$

$$A_{14} = \begin{bmatrix} -2.2 & 0 & -1487.5 & 0 \\ 0 & -11.7375 & 0 & -640 \\ 10989 / K & 28304(\sin q_2) / K & -0.1126 & 12.8858 \\ 17226(\sin q_2) / K & A_{42} & -0.6181 & -0.8116 \end{bmatrix}$$

$$A_{15} = \begin{bmatrix} -2.2 & 0 & -1487.5 & 0 \\ 0 & -11.7375 & 0 & -640 \\ 10989 / K & 28304(\sin q_2) / K & -0.1126 & -12.9570 \\ 17226(\sin q_2) / K & A_{42} & -0.6181 & 0.1969 \end{bmatrix}$$

$$A_{16} = \begin{bmatrix} -2.2 & 0 & -1487.5 & 0 \\ 0 & -11.7375 & 0 & -640 \\ 10989 / K & 28304(\sin q_2) / K & -0.1126 & -12.9570 \\ 17226(\sin q_2) / K & A_{42} & -0.6181 & -0.8116 \end{bmatrix}$$

ماتریس‌های ورودی B_1 تا B_{16} عبارتند از:

$$B_1 = B_2 = \ldots = B_{16} = \begin{bmatrix} 12.5 & 0 \\ 0 & 25 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

پیوست ج:

ماتریسP و ماتریس‌های بهره‌های فیدبک $F_1, F_2, \ldots, F_{16}$ به‌دست آمده در مرحله ۱ شبیه‌سازی:

$$p = \begin{bmatrix} 1.7954e-05 & 8.4209e-08 & 0.0023 & -1.1145e-05 \\ 8.4209e-08 & 1.0714e-04 & 5.3705e-06 & 5.8874e-04 \\ 0.0023 & 5.3705e-06 & 0.3248 & -9.8924e-04 \\ -1.1145e-05 & 5.8874e-04 & -9.8924e-04 & 0.0143 \end{bmatrix}$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} 1.5641 & -3.9299 & 119.7271 & -92.2268 \\ -0.0221 & 1.4266 & -1.4389 & 20.1924 \end{bmatrix} \quad F_2 = \begin{bmatrix} 1.5644 & -3.9426 & 119.7533 & -92.5870 \\ -0.0226 & 1.4384 & -1.4892 & 20.4797 \end{bmatrix}$$

$$F_3 = \begin{bmatrix} 1.4253 & 3.4059 & 107.4105 & 85.6449 \\ -0.0224 & 1.4183 & -1.4849 & 19.9903 \end{bmatrix} \quad F_4 = \begin{bmatrix} 1.4256 & 3.3776 & 107.4358 & 85.1983 \\ -0.0216 & 1.4301 & -1.3643 & 20.2767 \end{bmatrix}$$

$$F_5 = \begin{bmatrix} 1.4875 & -3.9338 & 109.0622 & -92.2147 \\ -0.0367 & 1.4267 & 6.7540 & 20.1674 \end{bmatrix} \quad F_6 = \begin{bmatrix} 1.4878 & -3.9420 & 109.0885 & -92.5500 \\ 0.0359 & 1.4386 & 6.6543 & 20.4549 \end{bmatrix}$$

$$F_7 = \begin{bmatrix} 1.3487 & 3.4040 & 96.7456 & 85.6677 \\ 0.0363 & 1.4184 & 6.6865 & 19.9653 \end{bmatrix} \quad F_8 = \begin{bmatrix} 1.3490 & 3.3867 & 96.7716 & 85.2823 \\ 0.0362 & 1.4302 & 6.6862 & 20.2524 \end{bmatrix}$$

$$F_9 = \begin{bmatrix} 1.8151 & -3.9284 & 154.6879 & -92.3281 \\ -0.0225 & 1.4266 & -1.4889 & 20.1926 \end{bmatrix} \quad F_{10} = \begin{bmatrix} 1.8154 & -3.9355 & 154.7143 & -92.6574 \\ -0.0234 & 1.4384 & -1.6006 & 20.4802 \end{bmatrix}$$

$$F_{11} = \begin{bmatrix} 1.6764 & 3.4049 & 142.3712 & 85.5296 \\ -0.0226 & 1.4183 & -1.5073 & 19.9903 \end{bmatrix} \quad F_{12} = \begin{bmatrix} 1.6767 & 3.3883 & 142.3971 & 85.1478 \\ -0.0227 & 1.4301 & -1.5150 & 20.2774 \end{bmatrix}$$

$$F_{13} = \begin{bmatrix} 1.7385 & -3.9295 & 144.0231 & -92.3006 \\ 0.0361 & 1.4267 & 6.6734 & 20.1677 \end{bmatrix} \quad F_{14} = \begin{bmatrix} 1.7388 & -3.9428 & 144.0492 & -92.6645 \\ 0.0357 & 1.4386 & 6.6303 & 20.4550 \end{bmatrix}$$

$$F_{15} = \begin{bmatrix} 1.5997 & 3.3661 & 131.7045 & 85.3497 \\ 0.0392 & 1.4184 & 7.0658 & 19.9635 \end{bmatrix} \quad F_{16} = \begin{bmatrix} 1.6007 & 4.1715 & 131.7716 & 89.4847 \\ -0.0297 & 1.4299 & -1.8895 & 20.2933 \end{bmatrix}$$

پیوست د:

ماتریسP و ماتریس‌های بهره‌های فیدبک $F_1, F_2, \ldots, F_{16}$ به‌دست آمده در مرحله ۲ شبیه‌سازی:

$$P = \begin{bmatrix} 1.7735e-05 & -2.7728e-07 & 0.0023 & -4.0164e-07 \\ -2.7728e-07 & 1.1314e-04 & 1.0207e-05 & 6.2433e-04 \\ 0.0023 & 1.0207e-05 & 0.3208 & 7.5383e-04 \\ -4.0164e-07 & 6.2433e-04 & 7.5383e-04 & 0.0151 \end{bmatrix}$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} 1.3839 & -4.0192 & 93.7474 & -89.7112 \\ -0.0116 & 1.4245 & 0.5351 & 20.0055 \end{bmatrix} \quad F_2 = \begin{bmatrix} 1.3840 & -4.0359 & 93.7310 & -90.0520 \\ -0.0113 & 1.4365 & 0.5842 & 20.2937 \end{bmatrix}$$

$$F_3 = \begin{bmatrix} 1.3792 & 3.3360 & 102.6359 & 88.2746 \\ -0.0110 & 1.4287 & 0.6101 & 20.1063 \end{bmatrix} \quad F_4 = \begin{bmatrix} 1.3792 & 3.3276 & 102.6203 & 87.9801 \\ -0.0114 & 1.4406 & 0.5739 & 20.3946 \end{bmatrix}$$

$$F_5 = \begin{bmatrix} 1.3227 & -4.0213 & 85.2048 & -89.7415 \\ 0.0434 & 1.4248 & 8.2011 & 20.0234 \end{bmatrix} \quad F_6 = \begin{bmatrix} 1.3227 & -4.0346 & 85.1887 & -90.0635 \\ 0.0434 & 1.4367 & 8.2155 & 20.3117 \end{bmatrix}$$

$$F_7 = \begin{bmatrix} 1.3180 & 3.3449 & 94.0943 & 88.3051 \\ 0.0430 & 1.4290 & 8.1639 & 20.1243 \end{bmatrix} \quad F_8 = \begin{bmatrix} 1.3180 & 3.3296 & 94.0780 & 87.9722 \\ 0.0432 & 1.4409 & 8.1985 & 20.4125 \end{bmatrix}$$

$$F_9 = \begin{bmatrix} 1.6183 & -4.0176 & 126.4485 & -89.6315 \\ -0.0115 & 1.4245 & 0.5484 & 20.0055 \end{bmatrix} \quad F_{10} = \begin{bmatrix} 1.6183 & -4.0320 & 126.4323 & -89.9594 \\ -0.0114 & 1.4365 & 0.5736 & 20.2938 \end{bmatrix}$$

$$F_{11} = \begin{bmatrix} 1.6136 & 3.3412 & 135.3373 & 88.3747 \\ -0.0112 & 1.4287 & 0.5858 & 20.1064 \end{bmatrix} \quad F_{12} = \begin{bmatrix} 1.6136 & 3.3341 & 135.3218 & 88.0868 \\ -0.0117 & 1.4406 & 0.5374 & 20.3946 \end{bmatrix}$$

$$F_{13} = \begin{bmatrix} 1.5571 & -4.0160 & 117.9062 & -89.6412 \\ 0.0432 & 1.4248 & 8.1764 & 20.0235 \end{bmatrix} \quad F_{14} = \begin{bmatrix} 1.5571 & -4.0347 & 117.8896 & -89.9926 \\ 0.0436 & 1.4367 & 8.2449 & 20.3117 \end{bmatrix}$$

$$F_{15} = \begin{bmatrix} 1.5523 & 3.3402 & 126.7948 & 88.3506 \\ 0.0436 & 1.4289 & 8.2403 & 20.1343 \end{bmatrix} \quad F_{16} = \begin{bmatrix} 1.5462 & 5.8257 & 127.0041 & 101.8177 \\ -0.1522 & 1.4439 & -17.1335 & 20.4170 \end{bmatrix}$$

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1398.16.3.13.2]

Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.16-No.3-Fall2019

مراجع

[1] T. Takagi,M. Sugeno, Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Vol.15, No. 1, pp. 116-132, 1985.

[2] T. Taniguchi, K. Tanaka, H. Ohtake, H. O. Wang, Model construction, rule reduction, and robust compensation for generalized form of Takagi-Sugeno fuzzy systems,IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 9, No. 4, pp. 525-538, 2001.

[3] K. Tanaka, T. Taniguchi, H. O. Wang, Model-Based Fuzzy Control of TORA System: Fuzzy Regulator and Fuzzy Observer Design via LMIs that Represent Decay Rate, Disturbance Rejection, Robustness, Optimality, IEEE World Congress on Computational Intelligence., pp. 313-318., 1998.

[4] S. Boyd, L. El Ghaoul, E. Feron, V. Balakrishnan, Linear matrix inequalities in system and control theory, Society for Industrial Mathematics, 1994.

[5] P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub, M. Chilali, LMI Control Toolbox. Math Works, 1995.

[6] C. Scherer, S. Weiland, Linear matrix inequalities in control. Dutch Institute for Systems and Control, 2000.

[7] H. O. Wang, K. Tanaka, M. F. Griffin, An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 4, No. 1, pp. 14-23, 1996.

[8] R. Marquez, T. M. Guerra, M. Bernal, A. Kruszewski, Nested control laws for H_∞ disturbance based on continuouse-time Takagi-Sugeno models, International Federation of Automatic Control, Vol. 48, No. 10, pp. 282-287, 2015.

[9] X. Fan, Y. Yi, T. Zhang, Disturbance rejection control of yaw channel of a small-scale unmanned helicopter via Takagi–Sugenodisturbance modeling approach, International Journal of Advanced Robotic Systems, Vol. 10, No. 5, pp. 1-8, 2016.

[10] L. Rajabpour, A. Barzegar, R. Su, A disturbance rejection fuzzy robust parallel distributed compensator design for underactuated robot system, Proceedings of The 14th International Conference on Control, Automation, Robotics & Vision, Phuket, Thailand, pp. 20-26, 2016.

[11] H. N. Wu, H. D. Wang, L. Guo, Disturbance rejection fuzzy control for nonlinear parabolic PDE systems via multiple observers,IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 40, No. 8, pp. 30-44, 2015.

[12] Y. Yi, L. Xu, H. Shen, X. Fan, Disturbance observer-based L1 robust tracking control for hypersonic vehicles with T-S disturbance modeling, International Journal of Advanced Robotic Systems, Vol. 10, No. 2, pp. 21-31, 2016.

[13] YFranco, Franco PL, Denis S. Loubach, and André R. Fioravanti. "An embedded system design for a two-axis camera platform control used in unmanned aerial vehicles." In Robotics Symposium (LARS) and 2017 Brazilian Symposium on Robotics (SBR), 2017 Latin American, pp. 1-6. IEEE, 2017.

[14] Sofla, Mohammad Sheikh, Mohammad Zareinejad, Mohsen Parsa, and Hassan Sheibani. "Integral based sliding mode stabilizing a camera platform using Kalman filter attitude estimation." MechatronicsVol. 44, No. 2, pp. 42-51, 2017.

[۱۵] دلاوری، هادی و حیدری نژاد، حمید. "طراحی کنترل‌کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی برای سیستم شناور مغناطیسی" مهندسی مکانیک مدرس، دوره: ۱۷، شماره: ۳، ص: ۱۸۷-۱۹۵، ۱۳۹۶.

[16] Dong, Fei, Xusheng Lei, and Wusheng Chou. "A Dynamic Model and Control Method for a Two-Axis Inertially Stabilized Platform." IEEE Trans. Industrial ElectronicsVol. 64, No. 1, pp. 432-439, 2017.

[17] Tanaka, Kazuo, and Hua O. Wang. Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach. John Wiley & Sons, 2004.

[18] P. Setoodeh, A. Khayatian, E. Farjah, Backstepping-based control of a strapdown boatboard camera stabilizer, International Journal of Control, Automation, and Systems, Vol. 5, No. 1, pp. 15-23, 2007.

[19] M.K. Masten, Inertially stabilized platforms for optical imaging systems, IEEE Control Systems, Vol. 28, No. 1, pp. 47-64, 2008.

[20] M. Veysi, M.R. Soltanpour, Voltage-base control of camera stabilizer using optimal adaptive fuzzy sliding mode control, Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers, Vol. 14, No. 4, pp. 23-40, 2018.

[۲۱] قنبری سرخی، علی و حسن پور، حمید. "ردیابی و شناسایی مجدد افراد در شبکه ای از دوربین ها با دید مجزا بر مبنای سیستم فازی در محیط‌های بسته" مجله مهندسی برق و الکترونیک ایران، دوره: ۱۳، شماره: ۲، ص: ۹۲-۷۵، ۱۳۹۵.

[22] Boyd, Stephen, and Lieven Vandenberghe. Convex optimization. Cambridge university press, 2004.

---

[1] Takagi–Sugeno (T-S) model
[2] Fuzzy approximators
[3] Sector nonlinearity
[4] Convex structure
[5] Linear Matrix Inequality (LMI)
[6] Solver
[7] Parallel Distributed Compensation (PDC)
[8] Two-axes gimbal
[9] Revolute joint
[10] Disturbance Rejection Stable Fuzzy Controller (DRSFC)
[11] Disturbance Rejection Stable Fuzzy Controller (DRSFC) considering the uncertainties

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1398.16.3.13.2]