مدل‌سازی تحلیلی توزیع میدان مغناطیسی در ماشین‌های مغناطیس- دایم داخلی نوع شعاعی

علی جباری[1] فردریک دوباس[2]

۱-استادیار- گروه مهندسی مکانیک- دانشکده فنی و مهندسی- دانشگاه اراک- اراک- ایران

a-jabbari@araku.ac.ir

۲-دانشیار- گروه انرژی،مرکز تحقیقات علم و صنعت فمتو- دانشگاه بورگوئن فرانچ- بلفورت- فرانسه

FDubas@gmail.com

چکیده:در این مقاله به ارایه یک مدل تحلیلی دقیق برای محاسبه میدان مغناطیسی و گشتاور الکترومغناطیسی در ماشین‌های مغناطیس دایم داخلی نوع شعاعی پرداخته می‌شود. از ویژگی‌های مدل پیشنهادی، ملاحظه تاثیر شیارهای استاتور، جهت مغناطیسی آهنربای دایم و الگوی سیم‌پیچ می‌باشد. روش ارایه شده مبتنی بر حل معادلات لاپلاس، پواسون و ماکسول در دستگاه مختصات شبه کارتزین با استفاده از روش زیر ناحیه و بهره‌گیری از توابع هایپربولیک می‌باشد. از روش پیشنهادی برای محاسبه عملکرد یک ماشین مغناطیس دایم داخلی نوع شعاعی یعنی موتور سه فاز ۱۸ شیار-۸ قطب استفاده شده است. نتایج مدل تحلیلی با نتایج حاصل از روش عددی تحلیل اجزای محدود و نتایج حاصل از آزمایش‌های تجربی بر روی نمونه موتور موجود مقایسه شده است.

واژه‌های کلیدی: موتور مغناطیس دایم شعاعی، مدل‌سازی تحلیلی، روش زیرناحیه، روش تحلیل اجزای محدود، آزمایش تجربی

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۶/۰۸/۶

تاریخ پذیرش مشزوط مقاله:۱۳۹۷/۰۲/۰۳

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۱۱/۰۱

نام نویسنده‌ی مسئول: دکتر علی جباری

نشانی نویسنده‌ی مسئول: اراک، میدان بسیج (سردشت)، دانشگاه اراک

فهرست علائم و نشانه‌ها

مجموعه‌ها

m	زیرناحیه m
l	زیرناحیه l
i	زیرناحیه i
k	زیرناحیه k
j	زیرناحیه j
I	زیرناحیه I
h,l,m	عدد صحیح مثبت (برای نواحی غیر متناوب)
n	عدد صحیح مثبت (برای نواحی متناوب)
Q	تعداد بیشینه شیارها/ آهنرباها

پارامترها

R_1	شعاع داخلی شیار داخلی روتور
R_2	شعاع داخلی آهنربای دایم روتور
R_3	شعاع داخلی شیار روتور
R_4	شعاع داخلی فاصله هوایی
R_5	شعاع داخلی دهانه باز استاتور
R_6	شعاع داخلی شیار استاتور
R_7	شعاع خارجی شیار استاتور
R_8	شعاع خارجی یوغ استاتور
θ_i	موقعیت زاویه‌ای اولین شیار داخلی روتور
θ_k	موقعیت زاویه‌ای اولین شیار بیرونی روتور
θ_l	موقعیت زاویه‌ای اولین دهانه باز شیار استاتور
θ_m	موقعیت زاویه‌ای اولین شیار استاتور
α	زاویه شیار استاتور
β	زاویه دهانه باز شیار استاتور
γ	زاویه دهانه باز شیار روتور
δ	زاویه شیار داخلی روتور
p	تعداد زوج قطب‌ها
Q_s	تعداد شیارهای استاتور
B_r	گذردهی آهنربای دایم (T)
L_s	طول محوری
N_c	تعداد هادی‌های کلاف شیار
μ_0	گذردهی مغناطیسی خلاء

توابع

A	پتانسیل بردار مغناطیسی
B_r	مولفه شعاعی چگالی شار مغناطیسی
B_θ	مولفه مماسی چگالی شار مغناطیسی
T_e	گشتاور الکترومغناطیسی
ψ_a	بردار شار فاز a
ψ_b	بردار شار فاز b
ψ_c	بردار شار فاز c
E_a	نیروی ضد محرکه الکتریکی فاز a
M_θ	مغناطیس‌شوندگی آهنربا
J_{zi}	چگالی جریان در جهت z

۱- مقدمه

ماشین‌های مغناطیس دایم شعاعی در کاربری‌های صنعتی به ویژه در خودروی الکتریکی به دلیل راندمان بالا، چگالی توان بالا و صلبیت بالای آنها مورد توجه می‌باشند[۱]. تخمین دقیق توزیع میدان مغناطیسی به منظور محاسبه گشتاور الکترومغناطیسی، نیروی ضد محرکه الکتریکی (EMF) و خودالقایی یا القای متقابل ضروری می‌باشد. روش‌های مختلفی از قبیل روش‌های عددی و تحلیلی برای محاسبه توزیع میدان مغناطیسی در ماشین‌های الکتریکی استفاده شده‌اند. روش‌های عددی نظیر روش تحلیل اجزای محدود[۱]نتایج دقیقی دقیقی به در پی دارد ولی در مرحله اول طراحی و مرحله بهینه‌سازی بسیار زمان بر می‌باشند[۴]-[۲]. روش‌های تحلیلی نظیر نگاشت همدیس [۶]-[۵]، مدار معادل مغناطیسی[۲][۹]-[۸]، روش ماکسول/فوریه [۲۶]-[۱۰] و محاسبه گذردهی نسبی شیار [۲۷] برای مدل‌سازی ماشین‌های الکتریکی ارایه شده‌اند و در مرحله اول محاسبه عملکرد و مرحله بهینه‌سازی مفید هستند. عدم دقت روش نگاشت همدیس در مدل‌سازی توزیع میدان مغناطیسی در ماشین‌های مغناطیس دایم شعاعی ناشی از وجود ناحیه آهنربای دایم با عمق زیاد و عرض کم است. مدل زیرناحیه نسبت به دیگر روش‌های مدل‌سازی تحلیلی دقیق‌تر است [۹]. لازم به ذکر است که با استفاده از این روش می‌توان تاثیر اشباع مغناطیسی را لحاظ نمود [۱۸]-[۱۷]. این روش بر مبنای حل معادلات لاپلاس و پواسون در مناطق مختلف با اعمال شرایط مرزی برای ماشین‌های الکتریکی تدوین شده است [۲۶]-[۱۰]. بر اساس اطلاعات نویسندگان، مدل‌های تحلیلی اندکی برای محاسبه میدان مغناطیسی در ماشین های مغناطیس دایم با روش زیر ناحیه ارایه شده است [۲۱]-[۲۰]. نوآوری این مقاله ارایه یک روش سرراست برای پتانسیل بردار مغناطیسی با استفاده از توابع هایپربولیک است. با بررسی منابع در پیشینه پژوهش می‌توان دریافت که تاکنون برای اعتبارسنجی مدل‌های ارایه شده از آزمایش‌های تجربی بر روی نمونه ماشین مغناطیس دایم شعاعی استفاده نشده است.

در این مقاله بر توسعه یک مدل تحلیلی دقیق مبتنی بر حل معادلات لاپلاس و پواسون در ماشین‌های مغناطیس دایم داخلی نوع شعاعی با استفاده از روش زیرناحیه با لحاظ کردن اثرات شیار، جهت‌دهی مغناطیسی و الگوی سیم‌پیچ تمرکز می‌شود. نشان داده شده است که مدل تدوین شده می‌تواند به خوبی میدان مغناطیسی، گشتاور الکترومغناطیسی، نیروی ضد محرکه الکتریکی و اندوکتانس را تخمین بزند.این مدل برای محاسبه عملکرد موتور مغناطیس دایم داخلی نوع شعاعی سه فاز ۱۸ شیار-۸ قطب استفاده شده است. نشان داده شده

است که نتایج مدل تحلیلی به خوبی با نتایج حاصل از روش تحلیل اجزای محدود و آزمایش های تجربی همخوانی دارد.

۲- تعریف زیرناحیه

شماتیک ماشین مورد مطالعه در شکل ۱ نشان داده شده است. مدل ماشین به ۶ زیر ناحیه تقسیم شده است. در شکل ۲، استاتور که از دو زیر ناحیه شامل Q_1منطقه شیار (ناحیه m) و Q_1 منطقه دهانه باز شیار (ناحیه l) تشکیل شده و ناحیه فاصله هوایی (ناحیه I) نمایش داده شده‌اند. چنان که در شکل ۳ نشان داده شده است، روتور دارای سه زیر ناحیه شامل Q_2منطقه شیار داخلی (ناحیه i)، Q_2منطقه آهنربای دایم (ناحیه j) و Q_2منطقه شیار باز (ناحیه k) می‌باشد.

موقعیت زاویه‌ای i-امین شیار استاتور، i-امین دهانه باز شیار استاتور، i-امین دهانه باز شیار روتور، آهنربای دایم و شیار داخلی به ترتیب بر اساس روابط (۱)، (۲)، (۳) و (۴) تعریف می‌شود.

$$\theta_m = -\frac{\alpha}{2} + \frac{2i\pi}{Q_1} \quad \text{with} \quad 1 \le i \le Q_1 \qquad (۱)$$

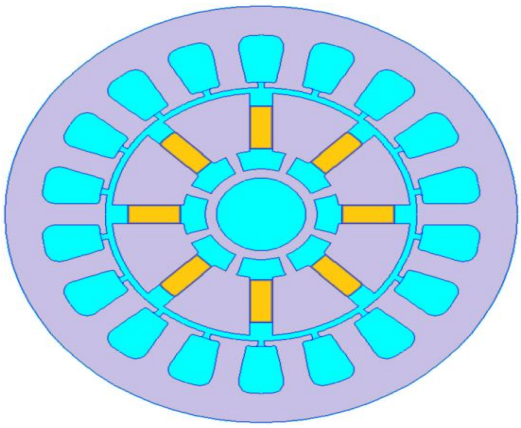
$$\theta_l = -\frac{\beta}{2} + \frac{2i\pi}{Q_1} \quad \text{with} \quad 1 \le i \le Q_1 \qquad (۲)$$

$$\theta_k = -\frac{\gamma}{2} + \frac{2i\pi}{Q_2} \quad \text{with} \quad 1 \le i \le Q_2 \qquad (۳)$$

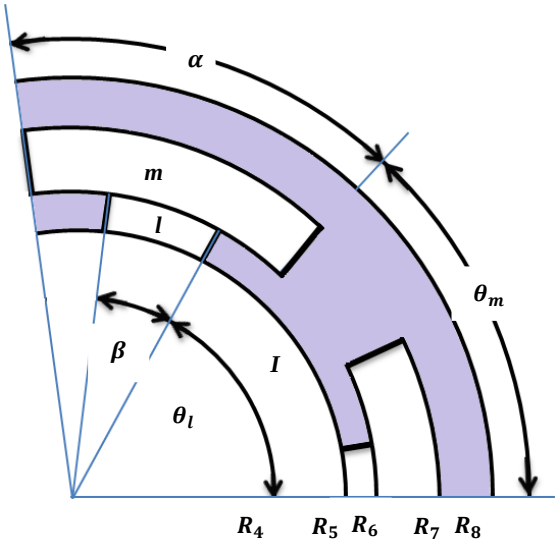
$$\theta_i = -\frac{\delta}{2} + \frac{2i\pi}{Q_2} \quad \text{with} \quad 1 \le i \le Q_2 \qquad (۴)$$

فرضیات زیر در مدل‌سازی تحلیلی لحاظ شده است:

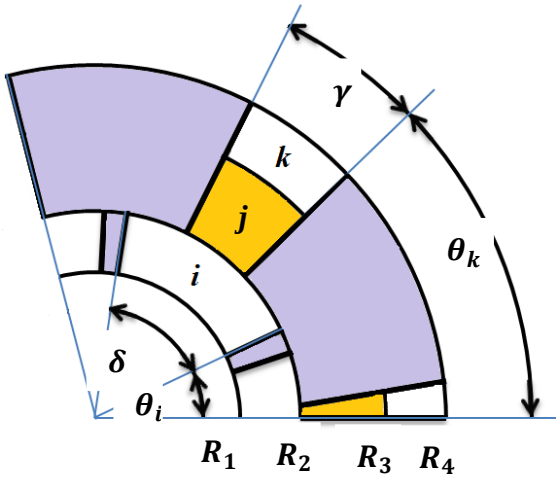
- گذردهی مغناطیسی هسته‌های روتور و استاتور بی‌نهایت می‌باشند؛
- از اثرات لبه صرفنظر می‌شود؛
- جهت جریان عمود بر صفحه فرض می‌شود.



شکل (۱): بیان هندسی ماشین مورد مطالعه



شکل (۲): زیرنواحی استاتور شامل مناطق m و lو فاصله هوایی I



شکل (۳): زیر نواحی روتورشامل مناطق i، j و k

۳- محاسبه پتانسیل بردار مغناطیسی

در این بخش جواب عمومی معادلات لاپلاس و پواسون برای هر ناحیه تعیین می‌شود. معادله لاپلاس در دستگاه قطبی را می‌توان چنین نوشت:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} = 0 \quad \text{for} \begin{cases} R_1 \le r \le R_2 \\ \theta_1 \le \theta \le \theta_2 \end{cases} \qquad (۵)$$

با جایگزین کردن $R_1 e^{-t}$به جای rمی‌توان معادله را چنین نوشت:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} = 0 \qquad \text{for} \begin{cases} ln(\frac{R_1}{R_2}) \le t \le 0 \\ \theta_1 \le \theta \le \theta_2 \end{cases} \qquad (۶)$$

۳-۱- پتانسیل بردار مغناطیسی در ناحیه شیار استاتور (منطقه m)

معادله پواسون در ناحیه شیار استاتور عبارت است از:

$$\frac{\partial^2 A_m}{\partial t^2}+\frac{\partial^2 A_m}{\partial \theta^2}=-\mu_0 J \text{ for}\begin{cases} t_1\le t\le t_2 \\ \theta_m\le\theta\le\theta_m+\alpha\end{cases} \quad (۷)$$

که در آن $t_1=ln\left(\frac{R_6}{R_7}\right)$ و $t_2=0$.

شرایط مرزی نیومن در دیواره انتها و دیواره‌های جانبی شیار عبارت است از

$$\left.\frac{\partial A_i}{\partial \theta}\right|_{\theta=\theta_m+\alpha}=0 \quad \text{و} \quad \left.\frac{\partial A_i}{\partial \theta}\right|_{\theta=\theta_m}=0 \quad (۸)$$

$$\left.\frac{\partial A_i}{\partial t}\right|_{t=t_1}=0 \quad (۹)$$

با روش جداسازی متغیرها، جواب عمومی معادله (۷) عبارت است از:

$$A_m(t.\theta)=a_0{}^m-\frac{1}{2}\mu_0 J_{zi}\left(e^{-t_1}t+\frac{1}{2}e^{-2t+t_1}\right)+\sum_{h=1}^{\infty}\left(a_h{}^m\frac{\alpha}{h\pi}\frac{Cosh\left(\frac{h\pi}{\alpha}(t-t_1)\right)}{Sinh\left(\frac{h\pi}{\alpha}(t_2-t_1)\right)}\right).Cos\left(\frac{h\pi}{\alpha}(\theta-\theta_m)\right) \quad (۱۰)$$

که hیک عدد صحیح مثبت، ضرایب $a_0{}^m$و$a_h{}^m$بر اساس شرایط پیوستگی و شرایط فصل مشترک تعیین می‌شوند.

$$J_i(\theta)=J_{i,0}+\sum_{h=1}^{\infty}J_{i,h}cos\left(\frac{h\pi}{\alpha}(\theta-\theta_m)\right) \quad (۱۱)$$

که در آن

$$J_{i,0}=\frac{1}{2}(J_{1i}+J_{2i}) \quad (۱۲)$$

$$J_{i,h}=\frac{2}{h\mu}[J_{1i}+(-1)^h J_{2i}]sin\left(\frac{h\pi}{2}\right) \quad (۱۳)$$

از پیوستگی پتانسیل بردار مغناطیسی بین نواحی m و l می‌توان به رابطه (۱۴) دست یافت.

$$\left.\frac{\partial A_m}{\partial t}\right|_{t=t_2}=f(\theta)=\begin{cases}\left.\frac{\partial A_l}{\partial t}\right|_{t=t_3} & for\ \ \theta_l\le\theta\le\theta_l+\beta \\ 0 & elsewhere\end{cases} \quad (۱۴)$$

با حل معادله (۱۴) می‌توان نوشت:

$$\mu_0 J_i Sinh(t_1)=\frac{1}{\alpha}\int_{\theta_m}^{\theta_m+\alpha}f(\theta).d\theta \quad (۱۵)$$

$$a_h{}^m=\frac{2}{\alpha}\int_{\theta_m}^{\theta_m+\alpha}f(\theta).Cos\left(\frac{h\pi}{\alpha}(\theta-\theta_m)\right).d\theta \quad (۱۶)$$

۳-۲- پتانسیل بردار مغناطیسی در ناحیه دهانه باز شیار استاتور (منطقه l)

معادله لاپلاس در دهانه باز شیار استاتور چنین بیان می‌شود:

$$\frac{\partial^2 A_l}{\partial t^2}+\frac{\partial^2 A_l}{\partial \theta^2}=0 \quad \text{for} \quad \begin{cases} t_3\le t\le t_4 \\ \theta_l\le\theta\le\theta_l+\beta\end{cases} \quad (۱۷)$$

که در آن $t_3=ln\left(\frac{R_5}{R_6}\right)$و$t_4=0$می‌باشد.

شرایط مرزی نیومن در دیواره‌های دهانه شیار چنین به دست می‌آیند:

$$\left.\frac{\partial A_l}{\partial \theta}\right|_{\theta=\theta_l+\beta}=0 \quad \text{and} \quad \left.\frac{\partial A_l}{\partial \theta}\right|_{\theta=\theta_l}=0 \quad (۱۸)$$

جواب عمومی معادله (۱۷) با استفاده از روش جداسازی متغیرها چنین بیان می‌شود:

$$A_l(t.\theta)=a_0{}^l+b_0{}^l t+\sum_{h=1}^{\infty}\left(\frac{Sinh\left(\frac{h\pi}{\beta}(t-t_4)\right)}{Sinh\left(\frac{h\pi}{\beta}(t_3-t_4)\right)}a_h{}^l+\frac{Sinh\left(\frac{h\pi}{\beta}(t-t_3)\right)}{Sinh\left(\frac{h\pi}{\beta}(t_4-t_3)\right)}b_h{}^l\right).Cos\left(\frac{h\pi}{\beta}(\theta-\theta_l)\right) \quad (۱۹)$$

که در آن mیک عدد صحیح مثبت و ضرایب $a_0{}^l$،$b_0{}^l$،$a_h{}^l$و$b_h{}^l$بر اساس شرایط پیوستگی و فصل مشترک تعیین می‌شوند.

معادلات پیوستگی پتانسیل بردار مغناطیسی بین ناحیه lو نواحی mوIچنین بیان می‌شوند:

$$Al(t_4.\theta) = AI(t_5.\theta) \quad for \quad \theta_l \le \theta \le \theta_l + \beta \qquad (۲۰)$$

$$Al(t_3.\theta) = Am(t_4.\theta) \quad for \quad \theta_l \le \theta \le \theta_l + \beta \qquad (۲۱)$$

با حل معادله (۲۰) می توان به معادلات (۲۲) و (۲۳) برای ضرایب $a_0{}^l$ و $b_m{}^l$ دست یافت.

$$a_0{}^l = \frac{1}{\beta}\int_{\theta_l}^{\theta_l+\beta} AI(t_5.\theta).d\theta \qquad (۲۲)$$

$$b_m{}^l = \frac{2}{\beta}\int_{\theta_l}^{\theta_l+\beta} AI(t_5.\theta). Cos\left(\frac{h\pi}{\beta}(\theta-\theta_l)\right).d\theta \qquad (۲۳)$$

با حل معادله (۲۱) می‌توان به معادلات (۲۴) و (۲۵) برای ضرایب $b_0{}^l$ و $a_h{}^l$ دست یافت.

$$a_0{}^l + ln\left(\frac{R_5}{R_6}\right)b_0{}^l = \frac{1}{\beta}\int_{\theta_l}^{\theta_l+\alpha} Am(t_4.\theta).d\theta \qquad (۲۴)$$

$$a_h{}^l = \frac{2}{\beta}\int_{\theta_l}^{\theta_l+\beta} Am(t_4.\theta). Cos\left(\frac{h\pi}{\beta}(\theta-\theta_l)\right).d\theta \qquad (۲۵)$$

۳-۳- پتانسیل بردار مغناطیسی در ناحیه فاصله هوایی (منطقه I)

معادله لاپلاس در ناحیه فاصله هوایی چنین بیان می‌شود:

$$\frac{\partial^2 A_I}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 A_I}{\partial \theta^2} = 0 \qquad for \qquad \begin{cases} t_5 \le t \le t_6 \\ 0 \le \theta \le 2\pi \end{cases} \qquad (۲۶)$$

که در آن $t_5 = ln\left(\frac{R_4}{R_5}\right)$و$t_6 = 0$می‌باشد.
جواب عمومی (۲۶) با در نظر گرفتن شرایط مرزی تناوبی عبارت است از:

$$A_I(t.\theta) \qquad (۲۷)$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty}\left(\begin{array}{l} \frac{1}{n}\frac{Cosh(n(t-t_6))}{Sinh(n(t_5-t_6))}a_n{}^I \\ +\frac{1}{n}\frac{Cosh(n(t-t_5))}{Sinh(n(t_6-t_5))}b_n{}^I \end{array}\right)Cos(n\theta)$$
$$+\sum_{n=1}^{\infty}\left(\begin{array}{l} \frac{1}{n}\frac{Cosh(n(t-t_6))}{Sinh(n(t_5-t_6))}c_n{}^I \\ +\frac{1}{n}\frac{Cosh(n(t-t_5))}{Sinh(n(t_6-t_5))}d_n{}^I \end{array}\right)Sin(n\theta)$$

که در آن nیک عدد صحیح مثبت می‌باشد.
ضرایب$a_n{}^I$،$b_n{}^I$،$c_n{}^I$و$d_n{}^I$با لحاظ کردن پیوستگی پتانسیل بردار مغناطیسی بین نواحی فاصله هوایی داخلی Iو ناحیه iبا استفاده از بسط سری فوریه شرایط فصل مشترک (۲۸) و (۲۹) روی بازه فاصله هوایی تعیین می‌شوند.
از پیوستگی پتانسیل بردار مغناطیسی بین ناحیه فاصله هوایی Iو مناطق lوkمی‌توان نوشت:

$$\left.\frac{\partial A_I}{\partial t}\right|_{t=t_5} = g(\theta) = \begin{cases} \left.\frac{\partial A_l}{\partial t}\right|_{t=t_4} & for \quad \theta_l \le \theta \le \theta_l + \beta \\ 0 & elsewhere \end{cases} \qquad (۲۸)$$

$$\left.\frac{\partial A_I}{\partial t}\right|_{t=t_6} = h(\theta) = \begin{cases} \left.\frac{\partial A_k}{\partial t}\right|_{t=t_7} & for \quad \theta_k \le \theta \le \theta_k + \gamma \\ 0 & elsewhere \end{cases} \qquad (۲۹)$$

از شرط مرزی (۲۸) ضرایب $a_n{}^I$و$c_n{}^I$چنین به دست می‌آیند:

$$a_n{}^I = \frac{2}{2\pi}\int_{\theta_l}^{\theta_l+\beta} g(\theta).Cos(n\theta).d\theta \qquad (۳۰)$$

$$c_n{}^I = \frac{2}{2\pi}\int_{\theta_l}^{\theta_l+\beta} g(\theta).Sin(n\theta).d\theta \qquad (۳۱)$$

از شرط مرزی (۲۹) ضرایب $b_n{}^I$و$d_n{}^I$چنین به دست می‌آیند:

$$b_n{}^I = \frac{2}{2\pi}\int_{\theta_k}^{\theta_k+\gamma} h(\theta).Cos(n\theta).d\theta \qquad (۳۲)$$

$$d_n{}^I = \frac{2}{2\pi}\int_{\theta_k}^{\theta_k+\gamma} h(\theta).Sin(n\theta).d\theta \qquad (۳۳)$$

۳-۴- پتانسیل بردار مغناطیسی در ناحیه شیار روتور (منطقه k)

معادله لاپلاس در دومین ناحیه شیار روتور (منطقه k) عبارت است از:

$$\frac{\partial^2 A_k}{\partial t^2}+\frac{\partial^2 A_k}{\partial \theta^2}=0 \quad for \quad \begin{cases} t_7 \le t \le t_8 \\ \theta_k \le \theta \le \theta_k+\gamma \end{cases} \tag{۳۴}$$

که در آن $t_7 = ln\left(\frac{R_3}{R_4}\right)$ و $t_8 = 0$ می‌باشد.

شرایط مرزی نیومن در دیواره‌های جانبی شیار چنین بیان می‌شود:

$$\left.\frac{\partial A_{il}}{\partial \theta}\right|_{\theta=\theta_k}=0 \text{ و } \left.\frac{\partial A_{il}}{\partial \theta}\right|_{\theta=\theta_k+\gamma}=0 \tag{۳۵}$$

با استفاده از روش جداسازی متغیرها، جواب عمومی معادله (۳۴) عبارت است از:

$$A_k(t.\theta)=a_0{}^k+b_0{}^k t+\sum_{h=1}^{\infty}\left(\frac{Sinh\left(\frac{h\pi}{\gamma}(t-t_8)\right)}{Sinh\left(\frac{h\pi}{\gamma}(t_7-t_8)\right)}a_h{}^k+\frac{Sinh\left(\frac{h\pi}{\gamma}(t-t_7)\right)}{Sinh\left(\frac{h\pi}{\gamma}(t_8-t_7)\right)}b_h{}^k\right).Cos\left(\frac{h\pi}{\gamma}(\theta-\theta_k)\right) \tag{۳۶}$$

که در آن h یک عدد صحیح مثبت، $a_0{}^k$، $b_0{}^k$، $a_h{}^k$ و $b_h{}^k$ بر مبنای شرایط پیوستگی و فصل مشترک تعیین می‌شوند.

معادلات پیوستگی پتانسیل بردار مغناطیسی بین ناحیه k و نواحی j و I را می‌توان چنین نوشت:

$$Ak(t_8.\theta)=Aj(t_9.\theta) \quad for \quad \theta_k \le \theta \le \theta_k+\gamma \tag{۳۷}$$

$$Ak(t_7.\theta)=AI(t_6.\theta) \quad for \quad \theta_k \le \theta \le \theta_k+\gamma \tag{۳۸}$$

از شرط پیوستگی (۳۷) می توان ضرایب $a_0{}^k$ و $b_h{}^k$ را مطابق معادلات (۳۹) و (۴۰) به دست آورد.

$$a_0{}^k=\frac{1}{\gamma}\int_{\theta_k}^{\theta_k+\gamma}Aj(t_9.\theta).d\theta \tag{۳۹}$$

$$b_h{}^k=\frac{2}{\gamma}\int_{\theta_k}^{\theta_k+\gamma}Aj(t_9.\theta).Cos\left(\frac{h\pi}{\gamma}(\theta-\theta_k)\right).d\theta \tag{۴۰}$$

از شرط پیوستگی (۳۸) می‌توان ضرایب $b_0{}^k$ و $a_h{}^k$ را مطابق معادلات (۴۱) و (۴۲) به دست آورد.

$$a_0{}^k+\ln\left(\frac{R_3}{R_4}\right)b_0{}^k=\frac{1}{\gamma}\int_{\theta_i}^{\theta_i+\gamma}AI(t_6.\theta).d\theta \tag{۴۱}$$

$$a_h{}^k=\frac{2}{\gamma}\int_{\theta_i}^{\theta_i+\gamma}AI(t_6.\theta).Cos\left(\frac{h\pi}{\gamma}(\theta-\theta_k)\right).d\theta \tag{۴۲}$$

۳-۵- پتانسیل بردار مغناطیسی در ناحیه آهنربای دایم (منطقه j)

معادله پواسون در ناحیه آهنربای دایم را می‌توان چنین نوشت:

$$\frac{\partial^2 A_j}{\partial t^2}+\frac{\partial^2 A_j}{\partial \theta^2}=-\mu_0\frac{M_\theta}{r} \quad for \begin{cases} t_9 \le t \le t_{10} \\ \theta_k \le \theta \le \theta_k+\gamma \end{cases} \tag{۴۳}$$

که در آن $t_9 = ln\left(\frac{R_2}{R_3}\right)$ و $t_{10} = 0$ می‌باشد.

شرایط مرزی نیومن در دیواره‌های جانبی شیار چنین بیان می‌شوند:

$$\left.\frac{\partial A_j}{\partial \theta}\right|_{\theta=\theta_k}=0 \quad \text{و} \quad \left.\frac{\partial A_j}{\partial \theta}\right|_{\theta=\theta_k+\gamma}=0 \tag{۴۴}$$

جواب عمومی معادله (۴۰) عبارت است از:

$$A_j(t.\theta)=a_0^j+b_0^j t-\mu_0 M_j R_2 e^{-t}+\sum_{h=1}^{\infty}\left(\frac{\gamma}{h\pi}\frac{Cosh\left(\frac{h\pi}{\gamma}(t-t_{10})\right)}{Sinh\left(\frac{h\pi}{\gamma}(t_9-t_{10})\right)}a_h{}^j+\frac{\gamma}{h\pi}\frac{Cosh\left(\frac{h\pi}{\gamma}(t-t_9)\right)}{Sinh\left(\frac{h\pi}{\gamma}(t_{10}-t_9)\right)}b_h{}^j\right).Cos\left(\frac{h\pi}{\gamma}(\theta-\theta_k)\right) \tag{۴۵}$$

که در آن $M_\theta = M_j = (-1)^i B_r/\mu_0$، l یک عدد صحیح مثبت و ضرایب a_0^i، b_0^i، $a_h{}^j$ و $b_h{}^j$ بر اساس شرایط پیوستگی و فصل مشترک تعیین می‌شوند.

پیوستگی پتانسیل بردار مغناطیسی بین نواحیه j و نواحی k و i را می‌توان چنین نوشت:

$$\left.\frac{\partial A_j}{\partial t}\right|_{t=t_9} = \left.\frac{\partial A_k}{\partial t}\right|_{t=t_8} \quad for \quad \theta_k \le \theta \le \theta_k + \gamma \qquad (۴۶)$$

$$\left.\frac{\partial A_j}{\partial t}\right|_{t=t_{10}} = \left.\frac{\partial A_i}{\partial t}\right|_{t=t_{11}} \quad for \quad \theta_k \le \theta \le \theta_k + \gamma \qquad (۴۷)$$

از شرط (۴۶) می‌توان نوشت:

$$b_0^j + \mu_0 M_j R_2 e^{-t_9} = \frac{1}{\gamma}\int_{\theta_k}^{\theta_k+\gamma} \left.\frac{\partial A_k}{\partial t}\right|_{t=t_8} . d\theta \qquad (۴۸)$$

$$a_h{}^j = \frac{2}{\gamma}\int_{\theta_k}^{\theta_k+\gamma} \left.\frac{\partial A_k}{\partial t}\right|_{t=t_8} . Cos\left(\frac{h\pi}{\gamma}(\theta-\theta_k)\right).d\theta \qquad (۴۹)$$

از شرط (۴۷) می‌توان نوشت:

$$b_0^j + \mu_0 M_j R_2 e^{-t_{10}} = \frac{1}{\gamma}\int_{\theta_k}^{\theta_k+\gamma} \left.\frac{\partial A_i}{\partial t}\right|_{t=t_{11}} . d\theta \qquad (۵۰)$$

$$b_h{}^j = \frac{2}{\gamma}\int_{\theta_k}^{\theta_k+\gamma} \left.\frac{\partial A_i}{\partial t}\right|_{t=t_{11}} . Cos\left(\frac{h\pi}{\gamma}(\theta-\theta_k)\right).d\theta \qquad (۵۱)$$

۳-۶- پتانسیل بردار مغناطیسی در ناحیه شیار (منطقه i)

معادله لاپلاس در i-امین ناحیه شیار چنین بیان می‌شود:

$$\frac{\partial^2 A_i}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 A_i}{\partial \theta^2} = 0 \qquad for \quad \begin{cases} t_{11} \le t \le t_{12} \\ \theta_i \le \theta \le \theta_i + \delta \end{cases} \qquad (۵۲)$$

جواب عمومی (۵۲) با روش جداسازی متغیرها بر اساس شرایط مرزی عبارت است از:

$$\mathrm{A_i(t.\theta)} = \sum_{h=1}^{\infty}\left(a_h{}^i \frac{Cosh\left(\frac{h\pi}{\gamma}(t-t_{12})\right)}{Cosh\left(\frac{h\pi}{\gamma}(t_{11}-t_{12})\right)}\right). Cos\left(\frac{h\pi}{\delta}(\theta-\theta_i)\right) \qquad (۵۳)$$

که k یک عدد صحیح مثبت و $a_h{}^i$ ثابت معادله است.

از پیوستگی پتانسیل بردار مغناطیسی بین شیار i-ام و ناحیه فاصله هوایی Iمی‌توان نوشت:

$$Ai(t_{11}.\theta) = Aj(t_{10}.\theta) \quad for \quad \theta_i \le \theta \le \theta_i + \delta \qquad (۵۴)$$

با لحاظ کردن شرط فصل مشترک (۵۴)، ثابت‌های انتگرال را می‌توان چنین تعیین نمود:

$$a_n{}^i = \frac{2}{\gamma}\int_{\theta_i}^{\theta_i+\gamma} Aj(t_{10}.\theta). Cos\left(\frac{h\pi}{\delta}(\theta-\theta_i)\right).d\theta \qquad (۵۵)$$

۴- محاسبه عملکرد و ارزیابی مدل

۴-۱- محاسبه عملکرد

گشتاور الکترومغناطیسی و گشتاور دندانه‌ای را می‌توان با استفاده از تانسور تنش ماکسول چنین بیان کرد:

$$T_e = \frac{L_s}{\mu_0}\int_0^{2\pi} BI_r(t_e.\theta).BI_\theta(t_e.\theta).d\theta \qquad (۵۶)$$

$$B_{I_r}(t_e.\theta) = -\frac{e^{t_e}}{R_2}\left(\begin{array}{l} \sum_{n=1}^{\infty}\left(\begin{array}{l} a_n^I \frac{Cosh(n(t_e-t_6))}{Sinh(n(t_5-t_6))} \\ +b_n^I \frac{Cosh(n(t_e-t_5))}{Sinh(n(t_6-t_5))} \end{array}\right).Sin(n\theta) \\ -\sum_{n=1}^{\infty}\left(\begin{array}{l} c_n^I \frac{Cosh(n(t_e-t_6))}{Sinh(n(t_5-t_6))} \\ +d_n^I \frac{Cosh(n(t_e-t_5))}{Sinh(n(t_6-t_5))} \end{array}\right).Cos(n\theta) \end{array}\right) \qquad (۵۷)$$

$$B_{I_\theta}(t_e.\theta) = -\frac{e^{t_e}}{R_2}\left(\begin{array}{l} \sum_{n=1}^{\infty}\left(\begin{array}{l} a_n^I \frac{Sinh(n(t_e-t_6))}{Sinh(n(t_5-t_6))} \\ +b_n^I \frac{Sinh(n(t_e-t_5))}{Sinh(n(t_6-t_5))} \end{array}\right).Cos(n\theta) \\ +\sum_{n=1}^{\infty}\left(\begin{array}{l} c_n^I \frac{Sinh(n(t_e-t_6))}{Sinh(n(t_5-t_6))} \\ +d_n^I \frac{Sinh(n(t_e-t_5))}{Sinh(n(t_6-t_5))} \end{array}\right).Sin(n\theta) \end{array}\right) \qquad (۵۸)$$

که L_s طول محوری موتور و t_e چنین بیان می‌شود:

$$t_e = ln\left(\frac{R_4}{R_e}\right) \qquad (۵۹)$$

$$R_e = (R_4 + R_5)/2$$

در سیم‌پیچی دو لایه، بردار شار فاز چنین محاسبه می‌شود:

$$\begin{bmatrix}\psi_a\\ \psi_b\\ \psi_c\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\psi1_a\\ \psi1_b\\ \psi1_c\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\psi2_a\\ \psi2_b\\ \psi2_c\end{bmatrix} \qquad (۶۰)$$

که

$$\begin{bmatrix}\psi1_a\\ \psi1_b\\ \psi1_c\end{bmatrix}=\frac{N_c}{2}C_1^T[\varphi_{11}\quad \varphi_{12}\quad \varphi_{13}\quad \dots\quad \varphi_{1Q_2}] \qquad (۶۱)$$

و

$$\begin{bmatrix}\psi2_a\\ \psi2_b\\ \psi2_c\end{bmatrix}=\frac{N_c}{2}C_2^T[\varphi_{21}\quad \varphi_{22}\quad \varphi_{23}\quad \dots\quad \varphi_{2Q_2}] \qquad (۶۲)$$

برای شیارهای استاتور، φ چنین بیان می‌شود:

$$\varphi_{1i}=-\frac{2L_sR_4{}^2}{k_fS}\int_0^{\frac{\alpha}{2}}\int_0^{t_5}A_{m_i}(t.\theta).e^{-2t}.dt.d\theta \qquad (۶۳)$$

$$\varphi_{2i}=-\frac{2L_sR_4{}^2}{k_fS}\int_{\frac{\alpha}{2}}^{\alpha}\int_0^{t_5}A_{m_i}(t.\theta).e^{-2t}.dt.d\theta \qquad (۶۴)$$

نیروی ضد محرکه الکتریکی فاز aچنین بیان می‌شود:

$$E_a=\omega\frac{d\psi_a}{d\theta_r} \qquad (۶۵)$$

که ω سرعت زاویه ای روتور و ψ_a شار پیوندی فاز a می باشد.
اندوکتانس استاتور (خودالقایی) فاز aعبارت است از:

$$L=\frac{\psi_a}{I_a} \qquad (۶۶)$$

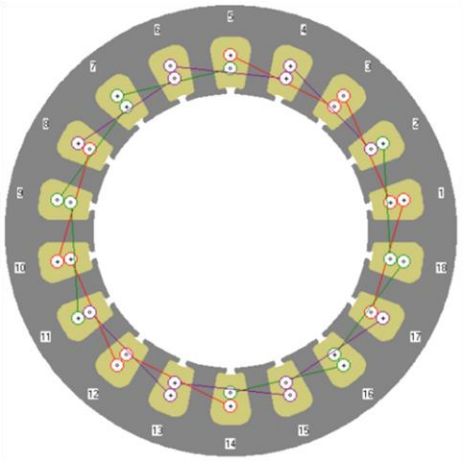
که I_a جریان پیک در فاز a می باشد.

۴-۲- ارزیابی مدل

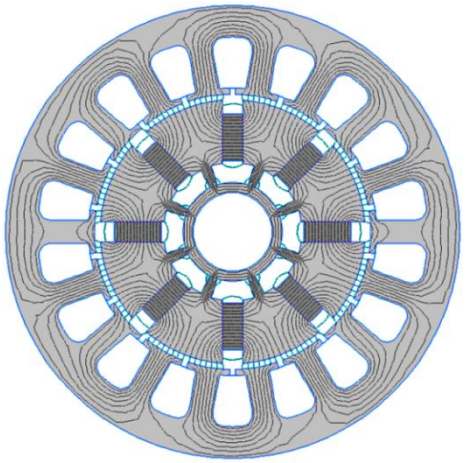
پارامترهای موتور مورد مطالعه در جدول ۱ آمده است. یک دیاگرام شماتیک از سیم‌پیچ دولایه موتور در شکل ۴ نشان داده شده است. برای محاسبه عملکرد ماشین از روش تحلیل اجزای محدود دو بعدی استفاده شده است. توزیع میدان مغناطیسی در شکل ۵ نمایش داده شده است. تجهیزات مورد استفاده برای آزمایش تجربی نیز در شکل ۶ نشان داده شده است.

جدول (۱): پارامترهای موتور مورد مطالعه

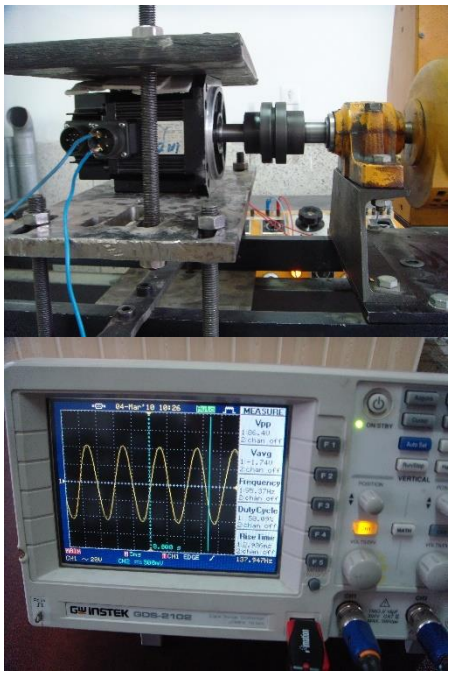
نماد	مقدار	واحد
R_1	۱۲,۵۵	mm
R_2	۱۸	mm
R_3	۳۰	mm
R_4	۳۳,۵	mm
R_5	۳۵	mm
R_6	۳۶,۵	mm
R_7	۴۹,۵	mm
R_8	۵۷,۵	mm
θ_i	۲۷	$mech.deg.$
θ_k	۲۲	$mech.deg.$
θ_l	۱۸,۷۷	$mech.deg.$
θ_m	۸,۸۸	$mech.deg.$
α	۷,۲	$mech.deg.$
β	۲,۴۵	$mech.deg.$
γ	۸,۵۵	$mech.deg.$
δ	۳۶	$mech.deg.$
p	۴	
Q_s	۱۸	
B_r	۱,۲	T
L_s	۴۸	mm



شکل (۴): دیاگرام سیم‌پیچی سه فاز دولایه موتور مورد مطالعه



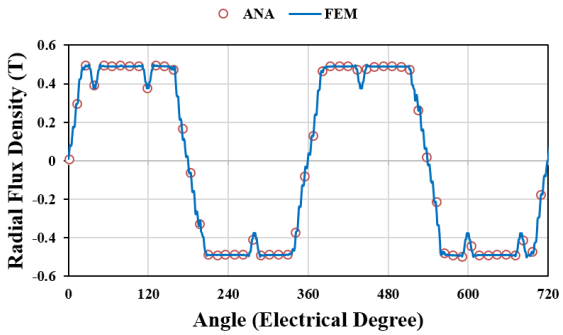
شکل (۵): توزیع میدان مغناطیسی در موتور مورد مطالعه



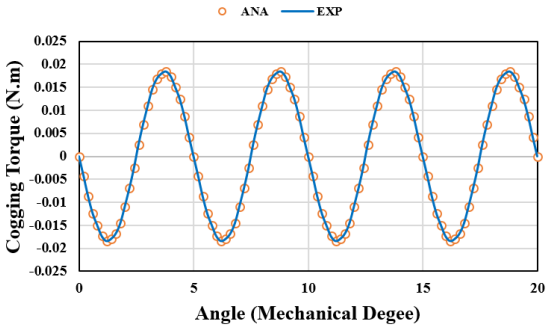
شکل (۶): مجموعه آزمایش‌های تجربی

نتایج عملکرد موتور به طور تحلیلی، عددی و تجربی در شرایط مدار باز و بار نامی مقایسه شده‌اند. مقایسه چگالی شار و شکل موج گشتاور دندانه‌ای به ترتیب در شکل ۸ و ۹ نشان داده شده است.

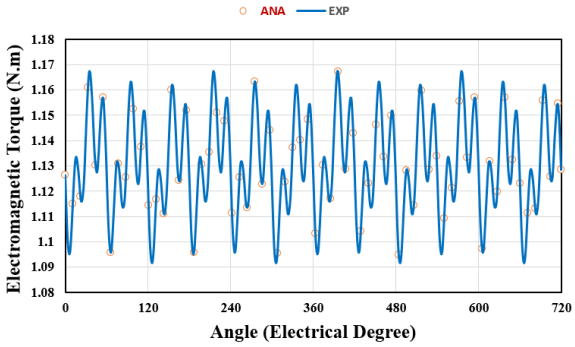
نتایج بارگذاری در ۶۰۰۰ rpm، شامل شکل موج گشتاور الکترومغناطیس، نیروی محرکه الکتریکی، خودالقایی و اندوکتانس متقابل به ترتیب در شکل های ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲ و ۱۳ نشان داده شده است.



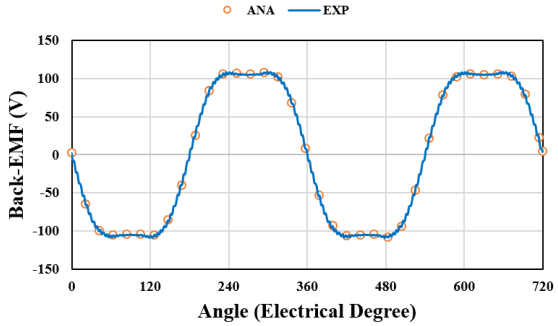
شکل (۷): مقایسه تحلیلی و عددی شکل موج های چگالی شار شعاعی در شعاع متوسط موتور.



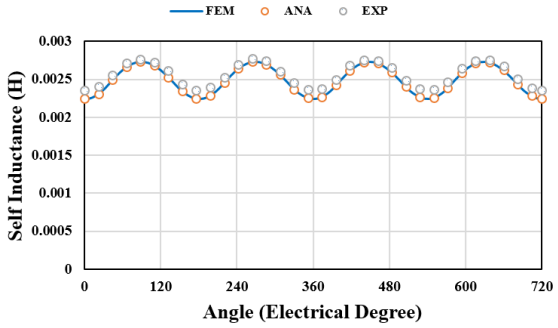
شکل (۸): مقایسه تحلیلی و تجربی شکل های موج گشتاور دندانه ای.



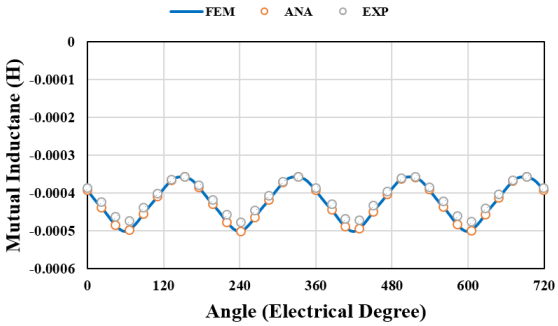
شکل (۹): مقایسه تحلیلی و تجربی شکل‌های موج گشتاور الکترومغناطیسی در ۶۰۰۰ rpm



شکل (۱۰): مقایسه تحلیلی و تجربی شکل‌های موج نیروی ضد محرکه الکتریکی در ۶۰۰۰ rpm



شکل (۱۱): مقایسه تحلیلی و عددی شکل موج‌های خودالقایی فاز در ۶۰۰۰rpm



شکل (۱۲): مقایسه تحلیلی و عددی شکل موج‌های اندوکتانس متقابل در ۶۰۰۰ rpm

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک مدل دقیق برای تخمین عملکرد در ماشین‌های مغناطیس دایم داخلی نوع شعاعی با ملاحظه تاثیر شیارها، جهت مغناطیسی و الگوی سیم پیچی تدوین شد. از روش آنالیز فوریه مبتنی بر روش زیرناحیه برای محاسبه پتانسیل بردار مغناطیسی، چگالی شار مغناطیسی، گشتاور الکترومغناطیسی، نیروی ضد محرکه الکتریکی و خودالقایی و اندوکتانس متقابل استفاده شده است. این مدل برای محاسبه عملکرد یک موتور مغناطیس دایم داخلی نوع شعاعی اعمال شده است. مقایسه نشان می دهد که نتایج مدل پیشنهادی به خوبی با نتایج تحلیل اجزای محدود و نتایج تجربی همخوانی دارد.

تقدیر و تشکر

این پژوهش با حمایت مالی معاونت پژوهشی و فناوری دانشگاه اراک طی قرارداد شماره ۹۳/۸۴۶۸ انجام شده است.

مراجع

[1] R. Benlamine, F. Dubas, C. Espanet, S.A. Randi, and D. Lhotellier "Design of an Axial-Flux Interior Permanent-Magnet Synchronous Motor for Automotive Application: Performance Comparison with Electric Motors Used in EVs and HEVs". In IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), Coimbra, Portugal, 27-30 October 2014.

[2] S. Tohidi, "Analysis of Steady State Performance of Brushless Doubly Fed Machine", J. Iranian Associ. Electr. Electron. Engineers, Vol. 14, No. 1, pp. 119-125, 2017.

[3] K. Abbaszadeh, F. Saffar, "Numerical Modeling and Analysis Electromagnetic Forces in Oval Type Distribution Transformer", J. Iranian Associ. Electr. Electron. Engineers, Vol. 13, No. 1, pp. 123-134, 2016, DOI:.

[4] A. Jabbari, M. Shakeri, and S.A. NabaviNiaki, "Pole shape optimization of permanent magnet synchronous motors using the reduced basis technique," Iranian J. Electr. Electron. Eng., Vol. 6, No. 1, pp.48-55, 2010.

[5] Z. Q. Zhu and D. Howe, "Instantaneous magnetic-field distribution in brushless permanent-magnet dc motor, part III: Effect of slotting," IEEE Trans. Magn., Vol. 29, No. 1, pp. 143–151, Jan. 1993.

[6] K. Boughrara, D. Zarko, R. Ibtiouen, O. Touhami, and A. Rezzoug, "Magnetic field analysis of inset and surface-mounted permanent- magnet synchronous motor using Schwarz-Christoffel transformation," IEEE Trans. Magn., Vol. 45, No. 8, pp. 3166–3168, Aug.2009.

[7] E. Ilhan, B. L. J. Gysen, J. J. H. Paulides and E. A. Lomonova "Analytical Hybrid Model for Flux Switching Permanent Magnet Machines", IEEE Trans. Magn., Vol. 46, No. 6, pp. 1762-1765,June 2010.

[8] R. Benlamine, Y. Benmessaoud, F. Dubas and C. Espanet, "Nonlinear Adaptive Magnetic Equivalent Circuit of a Radial-Flux Interior Permanent-Magnet Machine Using Air-Gap Sliding-Line Technic,"In IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), Belfort, France, 11-14 December 2017.

[9] Y. Benmessaoud, F. Dubas, R. Benlamine, and M. Hilairet, "three-dimensional automatic generation magnetic equivalent circuit using mesh-based formulation,"In 20th Int. Conf. on Electrical Machines and Systems (ICEMS), Sydney, NSW, Australia, 11-14 August 2017.

[10] Q. Gu and H. Gao, "Effect of slotting in PM electrical machines," Elect. Mach. Power Syst., Vol. 10, pp. 273–284, 1985.

[11] F. Dubas, and C. Espanet, "Analytical solution of the magnetic field in permanent-magnet motors taking into account slotting effect: No-Load vector potential and flux density calculation," IEEE Trans. Magn., Vol. 45, No. 5, pp. 2097-2109, May 2009.

[12] K. Boughrara, R. Ibtiouen, and F. Dubas, "Analytical Prediction of Electromagnetic Performances and Unbalanced Magnetic Forces in Fractional-Slot Spoke-Type Permanent-Magnet Machines," International Conference on Electric Machines (ICEM), Lausanne, Switzerland, 04-07 September 2016.

[13] Z. Djelloul-khedda, K. Boughrara, F. Dubas, and R. Ibtiouen, "Nonlinear analytical prediction of magnetic field and electromagnetic performances in switched reluctance machines," IEEE Trans. Magn., Vol. 53, No. 7, 2017, Art. ID 8107311.

[14] Z. Djelloul-khedda, K. Boughrara, F. Dubas, A. Kechroud, and B. Souleyman, "Semi-analytical magnetic field predicting in many structures of permanent-magnet synchronous machines considering the iron permeability," IEEE Trans. Magn., Vol. 54, No. 7, 2018, Art. ID 8103921.

[15] Z. Djelloul-khedda, K. Boughrara, F. Dubas, A. Kechroud, and A. Tikellaline, "Analytical prediction of iron-core losses in flux-modulated permanent-magnet synchronous machines," IEEE Trans. Magn., Vol. 55, No. 1, 2019, Art. ID 63001112.

[16] F. Dubas, and K. Boughrara, "New scientific contribution on the 2-D subdomain technique in Cartesian coordinates: Taking into account of iron parts," Math. Comput. Appl.,Vol. 22, No. 1, p. 17, 2017, DOI: 10.3390/mca22010017.

[17] F. Dubas, and K. Boughrara, "New Scientific Contribution on the 2-D Subdomain Technique in Polar Coordinates: Taking into Account of Iron Parts",Math. Comput. Appl.,Vol. 22, No. 4, pp. 42, 2017, DOI: 10.3390/mca22040042.

[18] L. Roubache, K. Boughrara, F. Dubas, and R. Ibtiouen, "New subdomain technique for electromagnetic performances calculation in radial-flux electrical machines considering finite soft-magnetic material permeability," IEEE Trans. Magn., Vol. 54, No. 4, 2018, Art. ID 8103315.

[19] M. Ben Yahia, K. Boughrara, F. Dubas, L. Roubache, and R. Ibtiouen, "Two-Dimensional Exact Subdomain Technique of Switched ReluctanceMachines with Sinusoidal Current Excitation," Math. Comput. Appl., Vol. 23, No. 4, p. 59, 2018, DOI: 10.3390/mca23040059.

[20] K. Boughrara, F. Dubas, and R. Ibtiouen, "2-D exact analytical method for steady-state heat transfer prediction in rotating electrical machines," IEEE Trans. Magn., Vol. 54, No. 9, 2018, Art. ID 8104519.

[21] L. Roubache, K. Boughrara, F. Dubas, and R. Ibtiouen, "Elementary subdomain technique for magnetic field calculation in rotating electrical machines with local saturation effect," Int. J. Comput. Math. Electr. Electron. Eng., Vol. 38, No. 1, pp. 24-45, 2018, DOI:10.1108/COMPEL-11-2017-0481.

[22] A. Jabbari, “2D Analytical Modeling of Magnetic Vector Potential in Surface Mounted and Surface Inset Permanent Magnet Machines,” Iranian J. Electr. Electron. Eng., Vol. 13, No. 4, pp.362-373, 2017, DOI:10.22068/IJEEE.13.4.362
[23] A. Jabbari, “Exact analytical modeling of magnetic vector potential in surface inset permanent magnet DC machines considering magnet segmentation,” J. Electr. Eng., Vol. 69, No. 1, pp.39-45, 2018, http://doi.org/10.1515/jee-2018-0005.
[24] A. Jabbari, “Analytical Modeling of Magnetic Field Distribution in Inner Rotor Brushless Magnet Segmented Surface Inset Permanent Magnet Machines,” Iranian J. Electr. and Electron. Eng., Vol. 14, No. 3, pp.259-269, 2018, DOI: 10.22068/IJEEE.14.3.259
[25] A. Jabbari, “Analytical Modeling of Magnetic Field Distribution in Multiphase H-Type Stator Core Permanent Magnet Flux Switching Machines,” Iranian J. Sci. and Tech., Trans. Electr. Eng., pp.1-13, DOI:
[26] A. Jabbari, “An Analytical Expression for Magnet Shape Optimization in Surface-mounted Permanent Magnet Machines,”Math. Comput. Appl.,Vol. 23, No. 4, pp. 1-17, 2018,https://doi.org/10.3390/mca23040057
[27] B. Gaussens, E. Hoang, O. de la Barriere, J. Saint-Michel, and M. Gabsi, “Analytical Approach for Air-gap Modeling of Field-Excited Flux- Switching machine: No-load Operation,” IEEE Trans. Magn., Vol. 48, No. 9, pp. 2505-2517, 2012.

زیرنویس‌ها

[1] Finite Element Analysis (FEA)

[2] Magnetic Equivalent Circuit (MEC)