

Design of Flight Path for a Swarm of Drones to Enhance the Accuracy of Signal Arrival Angle Estimation

Mohammad Taghi Alikhani¹, Gholamreza Moradi², Reza Sarraf Shirzai³, Roohallah Amiri⁴

¹ PhD. Student, Department of Electrical Engineering, Faculty of Electrical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran
alikhani.99@aut.ac.ir

² Professor, Department of Electrical Engineering, Faculty of Electrical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran
ghmoradi@aut.ac.ir

³ Associate Professor, Department of Electrical Engineering, Faculty of Electrical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran
sarraf@aut.ac.ir

⁴ Assistant Professor, Department of Electrical Engineering, Faculty of Electrical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran
amiri@sharif.edu

Abstract:

One of the primary applications of sparse array antennas is direction-of-arrival (DoA) estimation, which plays a critical role in radar, wireless telecommunications, sonar, and related domains. Recently, drone swarms have emerged as a novel platform for implementing sparse array antennas. In such drone-based sparse arrays, each antenna element—typically mounted on an individual drone—can dynamically reposition itself in space at any given time. In this paper, we propose a trajectory design approach for the drones by optimizing the velocity profile of each drone using a genetic algorithm, with the explicit goal of enhancing the accuracy of DoA estimation. Simulation results demonstrate that the optimized flight trajectories significantly reduce the Cramér–Rao Lower Bound (CRLB) for DoA estimation, thereby confirming that the angular estimation accuracy is effectively improved through intelligent path planning of the drone swarm.

Keywords: Direction-of-arrival estimation, Sparse array antenna design, Trajectory design, Estimation accuracy improvement.

Article Type: Research

Received: 17. 05. 2025

Revised: 18. 11. 2025

Accepted: 22. 12 .2025

Corresponding author: Gholamreza Moradi

Corresponding author's address: Department of Electrical Engineering, Faculty of Electrical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran



1. Motivation of the work

One of the key applications of UAV swarms is in search and rescue operations. Specifically, such swarms can be deployed to locate individuals trapped during natural disasters and provide timely assistance. In this work, we address the problem of estimating the direction of arrival (DoA) of emergency signals transmitted by stranded users during disasters. These users are assumed to possess communication devices that emit signals within a specific frequency band toward the sky. A swarm of UAVs, acting as a reconfigurable antenna array, is then employed to estimate the DoA of these signals and thereby determine the victims' locations for effective rescue operations.

Using UAV swarms as sparse, adaptive antenna arrays offers several advantages. First, it significantly reduces the design complexity and weight burden on individual UAVs, as each carries only a simple antenna element. Second, the system is inherently robust to the loss or failure of individual UAVs—a critical feature in unpredictable and harsh disaster environments. This resilience, combined with the flexibility to dynamically adjust array geometry through UAV trajectories, enables more accurate and reliable localization compared to conventional fixed-antenna systems. Our research leverages these benefits to enhance emergency response capabilities through intelligent swarm coordination and signal processing.

Given that each array element—mounted on a UAV—can move freely at any moment, designing optimal flight trajectories for the UAV swarm to maximize the accuracy of direction-of-arrival (DoA) estimation is a central problem addressed in this paper.

2. Contributions

The primary objective of this work is to enhance the accuracy of direction-of-arrival (DoA) estimation for emergency signals in search-and-rescue scenarios by leveraging the unique reconfigurability of UAV swarms as distributed antenna arrays. Unlike conventional static or rigid antenna arrays, UAV-based arrays offer dynamic control over element positions, enabling real-time optimization of array geometry. The key advantage of our approach lies in this adaptability: by intelligently designing UAV trajectories—specifically by optimizing their velocities—we actively minimize the Cramér–Rao Lower Bound (CRLB), thereby improving estimation performance.

Compared to a single UAV equipped with a uniform linear array (ULA), our multi-UAV system provides significantly higher degrees of freedom, leading to superior angular resolution and robustness. Moreover, the distributed nature of the swarm inherently mitigates system failure risks—if one or more UAVs malfunction, the array functionality is preserved, a critical feature in disaster response. Another distinct advantage is reduced onboard complexity: each UAV carries only a minimal antenna and processing unit, lowering weight, cost, and power consumption.

In the uncertainty analysis section, we first identified the key sources of uncertainty and then theoretically

examined—through mathematical derivations—their impact on direction-of-arrival (DoA) estimation, specifically focusing on gain and phase errors in the antenna elements of the UAV-based array. Subsequently, we validated these theoretical insights through comprehensive simulations.

As anticipated from the theoretical analysis, the simulation results confirmed that gain and phase uncertainties in the array elements degrade DoA estimation accuracy. Moreover, when the UAV swarm is configured in its optimal geometry, the detrimental effect of these uncertainties becomes more pronounced at higher operating frequencies. Even when the magnitude of uncertainty is held constant across scenarios, increasing the signal frequency leads to a noticeable reduction in estimation accuracy. This frequency-dependent sensitivity highlights a critical trade-off: while higher frequencies can offer better theoretical resolution, they also amplify the negative impact of practical hardware imperfections in a reconfigurable UAV array. Thus, our analysis underscores the importance of jointly considering array configuration, signal frequency, and hardware imperfections in the design of robust UAV-based localization systems for real-world emergency response applications.

3. Procedures

This study is entirely simulation-based and involves no human or physical subjects. Instead, the "agents" in this research are modeled unmanned aerial vehicles (UAVs) that operate cooperatively as a sparse, reconfigurable antenna array to estimate the direction of arrival (DoA) of emergency signals. Each UAV is theoretically equipped with a simple single-antenna transceiver and is capable of controlled motion within a defined three-dimensional airspace.

The UAVs' task was to estimate the DoA of narrowband emergency signals transmitted by a ground-based source (e.g., a distress beacon). Their flight trajectories—specifically their velocities and initial positions—were optimized using a genetic algorithm to minimize the Cramér–Rao Lower Bound (CRLB) for DoA estimation. Simulations were conducted in a controlled virtual environment modeling free-space propagation along with hardware impairments. Key experimental conditions included: (1) presence or absence of gain and phase uncertainties in the array elements, (2) variation of signal carrier frequency (e.g., from 1 GHz to 5 GHz), and (3) comparison of the impact of the number of UAVs on estimation accuracy.

Each simulation scenario was executed over a short time window (on the order of tens of seconds)—representing the critical early phase of search-and-rescue operations. Measured outputs included the theoretical CRLB and the empirical DoA estimation error (obtained via Monte Carlo trials). The primary comparison evaluated estimation accuracy between optimized UAV-swarm configurations and conventional or fixed array geometries, both with and without uncertainty considerations.

Consequently, this study specifically assessed how intelligent flight trajectory design in UAV swarms influences DoA estimation performance under realistic conditions, providing insights into the trade-offs among mobility, signal frequency, and hardware imperfections in emergency localization systems.

signal frequencies. Consequently, when uncertainties are held constant, DoA estimation accuracy deteriorates as the signal frequency increases.

4. Findings

The major finding of this study is that optimizing UAV trajectories—specifically their velocities and initial positions—significantly improves direction-of-arrival (DoA) estimation accuracy for emergency signals in search-and-rescue scenarios. By minimizing the Cramér–Rao Lower Bound (CRLB) through a genetic algorithm, the UAV swarm achieves a reconfigurable antenna geometry that outperforms both static arrays and a single UAV with a uniform linear array (ULA). This gain stems from the increased spatial degrees of freedom enabled by distributed, mobile sensing nodes.

The significance of this research lies in its intelligent integration of mobility, estimation theory, and real-world constraints. This work demonstrates that UAV motion—rather than being merely a source of error—can be leveraged as a performance-enhancing resource through intelligent trajectory design. For search-and-rescue operations, where localization accuracy and speed are life-saving, this approach provides a scalable, robust, and hardware-efficient solution. Although this study is purely simulation-based, its results establish a solid theoretical foundation for future hardware-in-the-loop validation and real-world deployment of UAV-based localization systems.

5. Conclusion

In this paper, we first reviewed the challenges and research efforts in the field of UAV-based sparse array antennas. Next, we formulated the problem of direction-of-arrival (DoA) estimation accuracy based on the Cramér–Rao Lower Bound (CRLB) theory and introduced relevant optimization algorithms.

In UAV-based sparse array antenna systems, each array element—mounted on a UAV—can freely move at any given time. Accordingly, this paper addressed the design of UAV trajectories (i.e., element positions) by optimizing each UAV's velocity using a genetic algorithm to improve DoA estimation accuracy.

As demonstrated in the simulation results, optimal trajectory design through velocity optimization effectively reduces the CRLB for DoA estimation, thereby enhancing estimation accuracy. Furthermore, employing multiple UAVs—with optimized velocities and initial positions—yields superior DoA estimation accuracy compared to using a single UAV equipped with a uniform linear array, owing to the greater degrees of freedom.

However, uncertainties in the gain and phase of the antenna elements in the UAV swarm degrade DoA estimation accuracy. In the optimal array configuration, these uncertainties become more pronounced at higher

طراحی مسیر حرکت دسته‌ای از پهپادها برای بالابردن دقت تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال

محمدتقی علیخانی^۱، غلامرضا مرادی^۲، رضا صراف شیرازی^۳، روح‌الله امیری^۴

۱- دانشجوی دکتری- دانشکده مهندسی برق- دانشگاه صنعتی امیرکبیر- تهران- ایران

alikhani.99@aut.ac.ir

۲- استاد- دانشکده مهندسی برق- دانشگاه صنعتی امیرکبیر- تهران- ایران

ghmoradi@aut.ac.ir

۳- دانشیار- دانشکده مهندسی برق- دانشگاه صنعتی امیرکبیر- تهران- ایران

sarraf@aut.ac.ir

۴- استادیار- دانشکده مهندسی برق- دانشگاه صنعتی شریف- تهران- ایران

amiri@sharif.edu

چکیده: یکی از کاربردهای آنتن آرایه‌ای پراکنده، تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال است که در حوزه‌های رادار، ارتباطات بی‌سیم مخابراتی، سونار و ... کاربرد دارد. دسته‌ی پهپادها یکی از ساختارهای جدید پیاده‌سازی آنتن‌های آرایه‌ای پراکنده در مقالات جدید هستند. از آنجایی که در آنتن‌های آرایه‌ای پراکنده‌ی مبتنی بر دسته‌ی پهپادها هر عنصر در هر لحظه می‌تواند آزادانه جابجا شود، در این مقاله قصد داریم، به طراحی مسیر پرواز (محل قرارگیری) پهپادها با بهینه‌سازی سرعت حرکت هر پهپاد با استفاده از الگوریتم ژنتیک برای بالابردن دقت تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال بپردازیم. با توجه به نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها، طراحی بهینه‌ی مسیر پروازی پهپادها در دسته پهپاد سبب کاهش مقدار کران پایین کران- رانو برای تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال می‌گردد و یعنی دقت تخمین زاویه ورود سیگنال با بهینه‌سازی مسیر پهپادها بهبود می‌یابد.

کلمات کلیدی: بهبود دقت تخمین، تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال، طراحی آنتن آرایه‌ای پراکنده، طراحی مسیر

نوع مقاله: پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۴/۰۲/۲۷

بازنگری: ۱۴۰۴/۰۸/۲۷

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۹/۳۰

نام نویسنده‌ی مسئول: دکتر غلامرضا مرادی

نشانی نویسنده‌ی مسئول: ایران - تهران - خیابان حافظ - دانشگاه صنعتی امیرکبیر- دانشکده مهندسی برق

۱- مقدمه

تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال یکی از مسائل مطرح در حوزه‌ی پردازش سیگنال آرایه‌ای است که در حوزه‌های رادار، ارتباطات بی‌سیم مخابراتی، سونار و ... کاربرد دارد [۱].

یکی از کاربردهای آنتن آرایه‌ای پراکنده، تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال است [۲]. این آنتن‌ها در مقایسه با آنتن‌های خطی یکنواخت با یکسان در نظر گرفتن تعداد آنتن‌ها سبب افزایش دهانه‌ی آنتن، درجه‌ی آزادی و انعطاف‌پذیری می‌شوند [۱].

دو مسئله‌ی اساسی که در آنتن‌های آرایه‌ای پراکنده سبب پایین آوردن دقت تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال می‌گردد، به شرح ذیل است [۱].

۱- با توجه به این که فاصله‌ی بین عناصر در آنتن‌های آرایه‌ای پراکنده ممکن است از نصف طول موج بیشتر باشد، همین موضوع سبب می‌شود که روش‌های متداول جهت تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال کارایی مناسب نداشته باشند و ابهام در تخمین را بوجود آورند.

۲- مسئله‌ی بعدی که سبب خطا در تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال در آنتن‌های آرایه‌ای پراکنده می‌شود، عدم همگام‌سازی میان عناصر تشکیل‌دهنده‌ی آنتن آرایه‌ای پراکنده است.

همگام‌سازی میان عناصر آنتن آرایه‌ای پراکنده از لحاظ زمانی، فرکانسی، فازی و بهره‌ی هر عنصر برای عملکرد صحیح جهت تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال لازم است [۲]، [۶].

حرکت دادن آنتن آرایه‌ای پراکنده، یکی از روش‌های حل مسئله‌ی اول است که این موضوع باعث افزایش درجه‌ی آزادی در آنتن آرایه‌ای می‌گردد. مقاله‌ی [۲] از این موضوع جهت حل مسئله‌ی اول بهره گرفته است. همچنین حرکت دادن المان‌های آنتن‌های آرایه‌ای پراکنده مبتنی بر دسته‌ی پهپاد، سبب از بین رفتن همگام‌سازی خصوصاً همگام‌سازی فازی میان عناصر می‌گردد. ناهمگام‌سازی فازی به سبب خطا در موقعیت سنسور ناوبری پهپادها ایجاد می‌گردد. جهت کاهش اثر ناهمگام‌سازی بهره و فاز بین عناصر در تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال، روش‌های مبتنی بر حسگری فشرده و شبکه‌ی عصبی عمیق وجود دارد که این روش‌ها به خطای موقعیت حساس هستند.

مقاله‌ی [۳] به بررسی اثر حرکت با سرعت یکنواخت آنتن آرایه‌ای پراکنده بابت تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال پرداخته است. براساس نتایج شبیه‌سازی این مقاله، حرکت دادن آنتن آرایه‌ای پراکنده سبب افزایش درجه‌ی آزادی و در نتیجه کشف تعداد اهداف بیشتری می‌گردد. همچنین حرکت دادن آنتن آرایه‌ای پراکنده سبب افزایش دقت در تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال می‌شود.

از ملزومات عملکرد صحیح آنتن‌های آرایه‌ای پراکنده جهت شکل‌دهی پرتو، تخمین جهت ورود سیگنال همگام‌سازی میان عناصر آنتن آرایه‌ای است.

در مقاله‌ی [۴] نویسنده به همگام‌سازی فرکانس و فاز بین دو گره پرداخته است. جهت همگام‌سازی فرکانس، سیگنالی از گره اول به گره

دوم ارسال می‌گردد و گره دوم روی فرکانس ارسالی قفل می‌کند و اختلاف فرکانس جبران می‌شود و فرکانس‌ها همگام می‌شوند.

جهت همگام‌سازی فاز میان دو گره، سیگنال ارسالی از گره اول به گره دوم، دوباره به گره اول ارسال می‌شود و از روی اختلاف فاز سیگنال دریافتی و ارسالی، فاصله‌ی میان دو گره تخمین زده می‌شود و فاز میان دو گره همگام می‌گردد. رابطه‌ی (۱) و (۲) از مقاله‌ی [۴] برگرفته شده است. دقت خطای تخمین فاصله میان دو گره براساس رابطه‌ی (۱) بدست می‌آید.

$$\sigma_r = \frac{c}{2 \cdot \beta \cdot \sqrt{2 \cdot \text{SNR}}} \quad (1)$$

در رابطه‌ی (۱)، c سرعت نور، SNR نسبت سیگنال به نویز و β براساس رابطه‌ی (۲) است.

$$\beta^2 = 2\pi f_0^2 + 2\pi \delta_f^2 \quad (2)$$

در رابطه‌ی (۲)، f_0 فرکانس مرکزی سیگنال ارسالی و δ_f پهنای باند سیگنال ارسالی است.

در مقاله‌ی [۵]، نویسنده به همگام‌سازی زمانی میان دو گره پرداخته است. همگام‌سازی زمانی میان دو گره با بهره‌گیری از کلاک سیگنال GPS و الگوریتم‌های پردازشی صورت گرفته است و دقت همگام‌سازی زمانی، ۱۰۰ برابر بهبود یافته است. دقت همگام‌سازی در این مقاله به ۱۰۰ پیکوثانیه رسیده است.

در مقاله‌ی [۶]، نویسنده به همگام‌سازی فاز میان دو گره پرداخته است. در این مقاله همگام‌سازی فاز میان دو عنصر از آنتن آرایه‌ای به صورت تطبیقی مبتنی بر تنظیم مقدار سیگنال به نویز صورت گرفته است.

در منبع [۱۸]، استفاده‌ی موثر از دسته‌ی پهپاد به عنوان یک آنتن آرایه‌ای برای ارائه‌ی سرویس خدمات بی‌سیم به کاربران زمینی را مورد بررسی قرار گرفته است. هدف در این سیستم مبتنی بر دسته‌ی پهپاد کمینه‌سازی زمان خدمت‌رسانی با رویکرد کمینه‌سازی زمان ارسال سیگنال است. بر روی هر پرنده در این دسته‌ی پهپاد یک آنتن نصب شده است.

نویسندگان در منبع [۱۹]، با استفاده از دسته‌ی پهپاد یک سیستم شکل‌دهی پرتو را شکل داده‌اند. بر روی هر پرنده یک رادیو نرم‌افزار قرار داده‌اند که هدف از شکل‌دهی پرتو بیشینه‌سازی بهره‌ی جهتی آنتن است. با توجه به این که پرنده‌ها دارای لرزش و شناوری هستند، برای شکل‌دهی پرتو به صورت دقیق اختصاص ضرایب مناسب برای شکل‌دهی پرتو لازم است.

همان‌طور که ملاحظه گردید، در مقالات مرور شده به راهکارهایی جهت حل چالش‌های موجود برای استفاده از آنتن‌های آرایه‌ای پراکنده مبتنی بر دسته‌ی پهپاد در تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال ارائه شده است.

با توجه به این که هر عنصر در هر لحظه می‌تواند آزادانه جابجا شود، طراحی مسیرپروازی پهپادها در دسته‌ی پهپاد با هدف بالابردن دقت

یکسانی است و به همین دلیل می‌توان از اثر داپلر صرف نظر کرد و رابطه‌ی (۶)، به صورت رابطه‌ی (۸) بدست می‌آید.

$$e^{-j2\pi\sin\theta\frac{v_1t}{\lambda}} = e^{-j2\pi\sin\theta\frac{v_n t}{\lambda}}, \quad n=2,3,\dots,N \quad (7)$$

$$y_i(t) = s_i(t) \cdot a_i(\theta) + n_i(t) \quad (8)$$

۲-۱- قیدهای مسئله

یکی از قیدهایی که در این مسئله با آن مواجه هستیم، مقدار فاصله‌ی میان دو پهپاد مجاور یکدیگر است. مقدار این فاصله نباید از $d_{\max}$ به دلیل برقراری لینک ارتباطی میان آن‌ها بیشتر باشد و همچنین برای جلوگیری از برخورد میان پهپادها این فاصله نباید $d_{\min}$ کمتر باشد. رابطه‌ی ریاضی این قید در رابطه‌ی (۹) مشاهده می‌شود.

$$d_{\min} = 1.5\lambda < d_i < d_{\max} = 6\lambda \quad (9)$$

$$d_i = |d_{\{i,n\}} - d_{\{i,n+1\}}| \quad (10)$$

۲-۲- تئوری کران پایین کرامر - ران و محاسبات برای تک هدف

تئوری کران پایین کرامر - ران، کمینه مقدار واریانس تخمین‌گرهای بدون بایاس را تعیین می‌کند. یک تخمین‌گر بدون بایاس در ایده‌آل‌ترین حالت می‌تواند با دقت مقدار ارائه‌شده توسط تئوری مرز پایین کرامر - ران زاویه‌ی ورود سیگنال را تخمین بزند. کمینه مقدار واریانس تخمین‌گرها بر اساس تئوری مرز پایین کرامر ران در رابطه‌ی (۱۱) قابل مشاهده است. رابطه‌ی (۱۱) از منبع [۹] برگرفته شده است.

$$\text{Var}(\theta) \geq \left(-E \left[\frac{\partial^2 \ln p(x; \theta)}{\partial \theta^2} \right] \right)^{-1} \quad (11)$$

نویز مدل‌شده در سیگنال دریافتی در رابطه‌ی (۶) و (۸)، نویز سفید گوسی در نظر گرفته شده است که امید ریاضی آن برابر با صفر و واریانس آن σ^2 است. در رابطه‌ی (۱۳)، سیگنال دریافتی در هر زمان نمونه‌برداری قابل مشاهده است. همچنین سیگنال‌ها و نویزها از یکدیگر مستقل هستند. براساس مدل نویز در نظر گرفته‌شده، $p(\bar{x}, \theta)$ براساس رابطه‌ی (۱۴) بدست می‌آید. بردار مشاهده، Y ، شامل تنها یک نمونه است.

$$A_n(\theta) = \sum_{l=1}^N e^{-j2\pi\sin\theta\frac{d_{n,l}}{\lambda}} \quad (12)$$

$$Y = [y_1(T)]^T \quad (13)$$

جهت بدست آوردن کمینه مقدار واریانس تخمین‌گرها، محاسبات در رابطه‌ی (۱۴)، (۱۵) صورت گرفته است.

$$p(\bar{x}; \theta) = \frac{1}{\pi\sigma^2} \cdot \exp \left(-\frac{|y_1(t) - s_1(t)a_1(\theta)|^2}{\sigma^2} \right) \quad (14)$$

$$\frac{\partial \ln p(\bar{x}; \theta)}{\partial \theta} = \frac{2}{\sigma^2} \cdot (y_n(nT) - s_n(nT) \cdot A_n(\theta)) \cdot \frac{\partial s_n(nT \cdot A_n(\theta))}{\partial \theta} \quad (15)$$

تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال مسئله‌ای است که قصد داریم به آن بپردازیم.

برای کمینه‌سازی کمینه مقدار واریانس تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال از الگوریتم ژنتیک برای طراحی مسیر بهینه‌ی پهپادها استفاده می‌کنیم.

در بخش اول مقاله به مرور کارهای گذشته پرداختیم. در بخش دوم، به تعریف مسئله و قیدهای مسئله خواهیم پرداخت. در بخش سوم به معرفی الگوریتم ژنتیک خواهیم پرداخت. در بخش چهارم، به بررسی اثر طراحی مسیر حرکت پهپادها با استفاده از بهینه‌سازی سرعت آن‌ها با بکارگیری الگوریتم ژنتیک خواهیم پرداخت.

۲- تعریف مسئله

طراحی مسیر پرواز پهپادها در دسته‌پهپادها جهت بهبود دقت تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال یکی از مسائلی است که در منابع مرور شده به آن پرداخته نشده بود.

مسئله‌ای که در این قسمت قصد داریم به آن بپردازیم، افزایش دقت زاویه‌ی تخمین‌زده شده با استفاده از طراحی مسیر حرکت پهپادها در دسته‌ی پهپاد است.

در این بخش قصد داریم به فرمول‌بندی مسئله بپردازیم. در فرمول‌بندی یک هدف و فاصله‌ی هدف از دسته‌ی پهپاد بالا، در نظر گرفته شده است. همچنین از یک سیستم زمین‌پایه‌ی روش تعیین موقعیت آبی برای بالا بردن دقت ناوبری پهپادها در دسته‌ی پهپاد استفاده شده است. پهپادها به صورت خطی جابجا می‌شوند. با توجه به این‌که هر پهپاد دارای این قابلیت است که با سرعت مشخص و مستقل ثابتی حرکت کند، محل قرارگیری هر المان براساس رابطه (۳) بدست می‌آید.

$$d_{i,n} = d_{0,n} + v_n \cdot (i-1) \cdot T \quad (3)$$

$a_i(\theta)$ براساس رابطه‌ی (۴) بدست می‌آید. با توجه به این‌که هر پهپاد در آنتن آرایه‌ای پراکنده، در حال حرکت است بردار داپلر براساس رابطه‌ی (۵) بدست می‌آید. حال فرمول‌بندی سیگنال‌نهایی دریافتی در پهپاد مرکزی به صورت رابطه‌ی (۶) بدست می‌آید. در این بخش فرض می‌شود که تنها یک هدف سیگنال به سمت دسته‌پهپاد ارسال می‌کند.

$$a_i(\theta) = \left[e^{-j2\pi\sin\theta\frac{d_{i,1}}{\lambda}}, \dots, e^{-j2\pi\sin\theta\frac{d_{i,n}}{\lambda}} \right]^T \quad (4)$$

$$f(\theta, t) = \left[e^{-j2\pi\sin\theta\frac{v_1t}{\lambda}}, \dots, e^{-j2\pi\sin\theta\frac{v_Nt}{\lambda}} \right]^T \quad (5)$$

$$y_i(t) = s_i(t) \cdot a_i(\theta) \cdot f(\theta, t) + n_i(t) \quad (6)$$

حال در این مرحله فرض می‌شود، فاصله‌ی بین زمان‌های نمونه‌برداری به قدری کوتاه است که براساس رابطه‌ی (۷)، بردار داپلر دارای مقادیر

A، براساس رابطه‌ی (۲۴) تعریف می‌شود و بردار FIM در رابطه‌ی (۲۵) قابل مشاهده است.

$$A = \sum_{j=1}^K s_j(t) \cdot a_i(\theta_j) \quad (24)$$

$$FIM = \frac{2}{\sigma^2} \cdot \text{Re} \begin{bmatrix} \left| \frac{\partial A}{\partial \theta_1} \right|^2 & \cdots & \frac{\partial A^*}{\partial \theta_1} \frac{\partial A}{\partial \theta_K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial A^*}{\partial \theta_K} \frac{\partial A}{\partial \theta_1} & \cdots & \left| \frac{\partial A}{\partial \theta_K} \right|^2 \end{bmatrix} \quad (25)$$

حال کمینه مقدار واریانس تخمین‌گرها به صورت ساده‌شده برای هر زاویه‌ی ورود سیگنال در رابطه‌ی (۲۶) قابل ملاحظه است.

$$\text{Var}(\theta_j) \geq [FIM^{-1}]_{j,j}, \quad j = 1, 2, \dots, K \quad (26)$$

معیار بهبود دقت تخمین، معیار A-Optimally است که در رابطه‌ی (۲۷) قابل مشاهده است.

$$CRLB(\bar{\theta}) = \sqrt{\frac{1}{K} * \sum_{j=1}^K FIM^{-1}(j, j) * \frac{180}{\pi}} \quad (27)$$

۲-۴- مسئله‌ی نهایی

با توجه به رابطه‌ی (۸) و (۱۷)، با طراحی بهینه‌ی مسیر پرواز پهپادها و محل قرارگیری آن‌ها در هر لحظه ($d_{i,t}$)، کمینه مقدار واریانس تخمین‌گرها را کاهش داد. مسئله‌ای که قصد داریم به آن بپردازیم، بهبود دقت تخمین با استفاده از طراحی مسیر پرواز دسته‌پهپادها با رعایت قیدهای فاصله است. معیار بهبود دقت تخمین، کاهش مقدار کران پایین کرامر- راثو است. فرمول‌بندی مسئله‌ی مدنظر در رابطه‌ی (۲۸) قابل مشاهده است.

$$\min \left(\frac{\sigma^2}{2 \cdot \left(\frac{\partial s_n(nT) \cdot A_n(\theta)}{\partial \theta} \right)^2} \right) \quad (28)$$

مسئله‌ای که قصد داریم به آن بپردازیم، انتخاب سرعت بهینه‌ی حرکت پهپادها برای بالابردن دقت تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال است. در این مسئله برای بهینه‌سازی از الگوریتم ژنتیک بهره می‌گیریم.

در حالت وجود چند هدف، فرمول‌بندی مسئله‌ی مدنظر در رابطه‌ی (۲۹) قابل مشاهده است. قیدهای مسئله در رابطه‌ی (۹) قابل مشاهده است.

$$\min(CRLB(\bar{\theta})) \quad (29)$$

۳- عوامل عدم قطعیت

۳-۱- بررسی عوامل

براساس منابع [۱۱] تا [۱۴]، خطای فاز از عدم قطعیت در موقعیت قرارگیری پرنده‌ها، همگام‌سازی زمانی و کانال رخ می‌دهد. خطای فاز برای هر آنتن، خطای فاز ناشی از عدم قطعیت در موقعیت قرارگیری

$$E \left[\frac{\partial^2 \ln p(\bar{x}; \theta)}{\partial \theta^2} \right] = -\frac{2}{\sigma^2} \cdot \left(\frac{\partial s_n(nT) \cdot A_n(\theta)}{\partial \theta} \right)^2 \quad (16)$$

حال کمینه مقدار واریانس تخمین‌گرها به صورت ساده‌شده در رابطه‌ی (۱۷) قابل مشاهده است.

$$\text{Var}(\theta) \geq \frac{\sigma^2}{2 \cdot \left(\frac{\partial s_n(nT) \cdot A_n(\theta)}{\partial \theta} \right)^2} = CRLB(\theta) \cdot \left(\frac{\pi}{180} \right)^2 \quad (17)$$

۲-۳- تئوری کران پایین کرامر- راثو و محاسبات برای

چند هدف

براساس رابطه‌ی (۸)، سیگنال دریافتی از چند هدف به صورت رابطه‌ی (۱۸) بدست می‌آید. تعداد اهداف برابر با K در نظر گرفته شده است. نویز مدل‌شده در سیگنال دریافتی، نویز سفید گوسی در نظر گرفته شده است که امید ریاضی آن برابر با صفر و واریانس آن σ^2 است.

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^K s_j(t) \cdot a_i(\theta_j) + n_i(t) \quad (18)$$

$$Y = [y_1(T)]^T \quad (19)$$

در رابطه‌ی (۱۹) Y، بردار مشاهدات است که تنها شامل یک نمونه است.

براساس رابطه‌ی منبع [۱۰]، ماتریس اطلاع فیشر* در رابطه‌ی (۲۰) آمده است.

$$FIM \square -E \left[\frac{\partial^2 \ln p(\bar{x}; \alpha)}{\partial \alpha \partial \alpha^T} \right] \quad (20)$$

بردار α ، در رابطه‌ی (۲۱) قابل مشاهده است.

$$\alpha = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K] \quad (21)$$

براساس رابطه‌ی (۸) منبع [۱۰]، ماتریس F در رابطه‌ی (۲۲) قابل مشاهده است.

$$FIM_{i,j} = \text{tr} \left(\Gamma^{-1} \frac{\partial \Gamma}{\partial \alpha_i} \Gamma^{-1} \frac{\partial \Gamma}{\partial \alpha_j} \right) + 2 \text{Re} \left(\frac{\partial \mu^H}{\partial \alpha_i} \Gamma^{-1} \frac{\partial \mu}{\partial \alpha_j} \right) \quad (22)$$

حال با توجه به این که کواریانس دارای وابستگی به مقادیر بردار α ندارد، ماتریس FIM در رابطه‌ی (۲۳) به صورت خلاصه‌تر قابل مشاهده است.

$$\Gamma^{-1} = \frac{1}{\sigma^2} \mathbf{I} \Rightarrow FIM_{i,j} = \frac{2}{\sigma^2} \cdot \text{Re} \left\{ \frac{\partial \mu^H}{\partial \alpha_i} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial \alpha_j} \right\} \quad (23)$$

مقدار $CRLB(\theta)$ مثبت است. براساس منبع [۱۶]، عبارت $(W - VU^{-1}V^H)$ دارای مقداری مثبت و در نتیجه عبارت رابطه‌ی (۴۱) نیز مثبت خواهد بود.

$$B = U^{-1}V^H(W - VU^{-1}V^H)^{-1}VU^{-1} \quad (41)$$

در نتیجه مقدار $CRLB(\theta)$ از $U^{-1} * \frac{2 * \sigma^2}{|s|^2}$ بزرگتر خواهد بود، بر همین اساس می‌توان نتیجه‌گیری نمود که دقت تخمین با وجود عدم قطعیت در فاز و بهره کاهش پیدا می‌کند.

در صورتی که تعداد اهداف تغییر کند، ماتریس U تغییر می‌کند و همین شرایط حکم فرما است. ماتریس U با فرض K هدف در رابطه‌ی (۴۲) قابل مشاهده است.

$$U = \frac{2 * |s|^2}{\sigma^2} * \text{Re} \begin{bmatrix} \left| \frac{\partial A}{\partial \theta_1} \right|^2 & \dots & \left(\frac{\partial A}{\partial \theta_1} \right)^* \left(\frac{\partial A}{\partial \theta_K} \right) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\frac{\partial A}{\partial \theta_K} \right)^* \left(\frac{\partial A}{\partial \theta_1} \right) & \dots & \left| \frac{\partial A}{\partial \theta_K} \right|^2 \end{bmatrix} \quad (42)$$

۴- معرفی الگوریتم ژنتیک

۴-۱- عملگرهای ژنتیکی

عملگرهای ژنتیکی در الگوریتم ژنتیک به شرح ذیل است.

۱- ایجاد جمعیت اولیه

با استفاده از این عملکرد، یک جمعیت از کروموزوم‌ها که به آن‌ها کروموزوم‌های بذر گفته می‌شود، تولید می‌گردد. تکنیک‌های متعددی برای تولید جمعیت اولیه وجود دارد و به‌طور عمده، تولید تصادفی کروموزوم‌ها مناسب است. این جمعیت اولیه به‌عنوان ورودی برای سایر عملگرهای ژنتیکی استفاده می‌شود.

۲- تولید مثل

در این عملکرد، دو مورد از اعضای جمعیت انتخاب می‌شود و عملگر ترکیب بر روی بخش‌هایی از ژن‌ها از کروموزوم‌های والد عمل می‌کند که منجر به ایجاد یک نسل جدید می‌شود.

۳- جهش

کاربرد عملگر جهش این است که در حل مسئله‌ی بهینه‌سازی، پاسخ‌ها از افتادن در نقاط بهینه محلی جلوگیری کند. در جهش کروموزوم‌هایی به تصادف انتخاب می‌شوند و پس از آن تغییراتی در کروموزوم‌ها اعمال می‌شود.

۴-۲- عملکرد الگوریتم ژنتیک در مسائل بهینه‌سازی

تابع تناسب، تابعی است که قصد داریم با بهینه‌سازی آن مقادیر بهینه را پیدا کنیم.

در الگوریتم بهینه‌سازی در گام اول، جمعیت اولیه تولید می‌شوند و پس از آن تابع تناسب برای هر کدام از کروموزوم‌های بذر محاسبه

پرنده‌ها، عدم قطعیت در همگام‌سازی زمانی و عدم قطعیت در کانال را به ترتیب با $\Delta \alpha_m^u$ ، $\Delta \alpha_m^s$ ، $\Delta \alpha_m^p$ ، $\Delta \alpha_m$ نمایش می‌دهیم. خطای فاز نهایی براساس رابطه‌ی (۳۰) بدست می‌آید.

$$\Delta \alpha_m = \Delta \alpha_m^p + \Delta \alpha_m^s + \Delta \alpha_m^u \quad (30)$$

$$\Delta \alpha_m = \Delta \alpha_m^p + \Delta \alpha_m^s + \Delta \alpha_m^u \quad (30)$$

خطای بهره از عدم قطعیت در بهره‌ی آنتن و کانال ایجاد می‌شود. خطای بهره برای هر آنتن، خطای بهره ناشی از عدم قطعیت در بهره‌ی آنتن و کانال به ترتیب با ρ_m^u و ρ_m^g ، ρ_m نمایش می‌دهیم. خطای بهره‌ی نهایی براساس رابطه‌ی (۳۱) بدست می‌آید.

$$\rho_m = \rho_m^g * \rho_m^u \quad (31)$$

۳-۲- آنالیز ریاضی

سیگنال دریافتی با فرض وجود خطای فاز و بهره از یک هدف براساس رابطه‌ی (۳۲) بدست می‌آید.

$$y_i(t) = s(t) * G * \Phi * a_i(\theta) + n_i(t) \quad (32)$$

Φ ، ماتریس خطای فاز که در رابطه‌ی (۳۳) و G ، ماتریس خطای بهره که در رابطه‌ی (۳۴) آمده است.

$$\Phi = \text{diag}(1, e^{j\Delta \alpha_1}, \dots, e^{j\Delta \alpha_{M-1}}) \quad (33)$$

$$G = \text{diag}(1, 1 - \rho_1, \dots, 1 - \rho_{M-1}) \quad (34)$$

بردار α به صورت رابطه‌ی (۳۵) تعریف می‌شود و با توجه به رابطه‌ی ماتریس اطلاعات فیشر، F ، به صورت رابطه‌ی (۳۷) بدست می‌آید. در رابطه‌ی (۳۶) تعریف شده است.

$$\alpha = [\theta, \rho_1, \dots, \rho_{M-1}, \alpha_1, \dots, \alpha_{M-1}] \quad (35)$$

$$A = G * \phi * a_i(\theta) \quad (36)$$

$$F = \frac{2 * |s|^2}{\sigma^2} * \text{Re} \begin{bmatrix} \left| \frac{\partial A}{\partial \theta} \right|^2 & \dots & \left(\frac{\partial A}{\partial \theta} \right)^* \left(\frac{\partial A}{\partial \alpha_{M-1}} \right) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\frac{\partial A}{\partial \alpha_{M-1}} \right)^* \left(\frac{\partial A}{\partial \theta} \right) & \dots & \left| \frac{\partial A}{\partial \alpha_{M-1}} \right|^2 \end{bmatrix} \quad (37)$$

براساس روابط ماتریس بلوکی برگرفته از منابع [۱۵] و [۱۶]، وارون مولفه‌ی سطر اول و ستون اول، ماتریس F براساس رابطه‌ی (۴۰) بدست می‌آید.

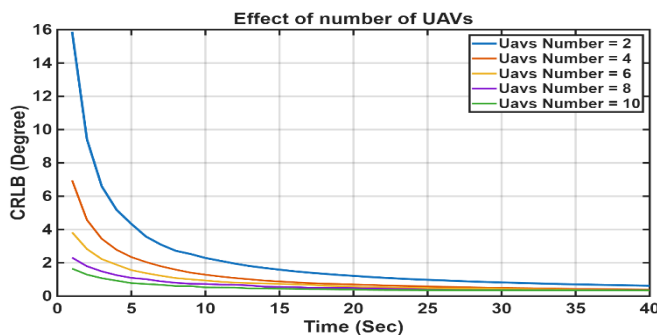
$$\text{FIM} = \frac{2|s|^2}{\sigma^2} \begin{bmatrix} U & V^H \\ V & W \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$U = \left| \frac{\partial A}{\partial \theta} \right|^2 \quad (39)$$

$$\text{CRLB}(\theta) = [\text{FIM}^{-1}]_{1,1} = \frac{\sigma^2}{2s^2} (U - V^H W^{-1} V)^{-1} \quad (40)$$

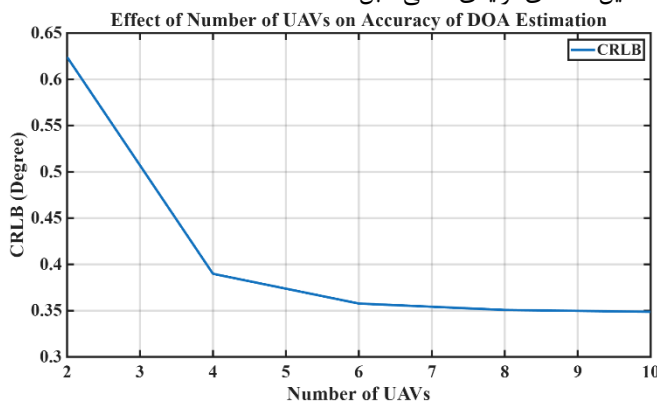
۱-۶- بررسی اثر تعداد پهپادها

در این بخش از شبیه‌سازی، قصد داریم به بررسی اثر افزایش تعداد پهپاد بر دقت تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال از یک هدف مشخص بپردازیم. هدف در زاویه‌ی ۳۰ درجه قرار گرفته است و نسبت سیگنال به نویز برابر با ۵ dB در نظر گرفته شده است. فاصله‌ی بین لحظات نمونه‌برداری برابر با یک ثانیه است و طراحی مسیر برای مدت ۴۰ ثانیه از پرواز دسته‌ی پهپاد صورت گرفته است. تابع هدف در هر لحظه براساس رابطه‌ی است. برای طراحی بهینه‌ی مسیر پهپادها از الگوریتم ژنتیک و تعداد چرخش ۱۵ مرتبه استفاده شده است. عامل متغیر در شبیه‌سازی تنها تعداد پهپادها است. شروع پرواز پهپادها به صورت تصادفی انتخاب شده است. قیدهای مسئله نیز براساس روابط است. در شکل ۱، مقدار $CRLB(\theta)$ بر حسب گذر زمان براساس تعداد ۱۰، ۸، ۶، ۴، ۲ فروند پهپاد تشکیل‌دهنده‌ی آرایه‌ی خطی قابل مشاهده است.



شکل (۱): مقدار $CRLB(\theta)$ بر حسب گذر زمان در طول مسیر حرکت

در شکل ۲، مقدار $CRLB(\theta)$ در ثانیه‌ی ۴۰ بر حسب تعداد پهپاد تشکیل‌دهنده‌ی آرایه‌ی خطی قابل مشاهده است.



شکل (۲): مقدار $CRLB(\theta)$ بر حسب تعداد پهپادها.

همان‌طور که در نتایج شبیه‌سازی این بخش مشهود است، با افزایش تعداد پرندهای دسته‌ی پهپاد مقدار $CRLB(\theta)$ کاهش پیدا می‌کند و در نتیجه دقت تخمین بهبود پیدا می‌کند.

می‌گردد. پس از آن که تابع تناسب محاسبه شد، کروموزوم‌های بذر رتبه‌بندی می‌شوند.

در گام دوم، والدین از میان جمعیت به تصادف انتخاب می‌شوند و عمل تولید مثل صورت می‌گیرد و فرزندان از جنس جمعیت اولیه تولید می‌شوند.

در گام سوم، نمونه‌ای از میان جمعیت به تصادف انتخاب می‌شود و عمل جهش بر روی آن صورت می‌پذیرد و نمونه‌ی جهش‌یافته از جنس جمعیت اولیه تولید می‌شود.

در گام چهارم، تمامی اعضا شامل جمعیت اولیه، فرزندان و نمونه‌های جهش‌یافته، تابع تناسب آن‌ها محاسبه می‌شود و کروموزوم‌ها رتبه‌بندی می‌شوند.

در گام پنجم، شرایط توقف مورد بررسی قرار می‌گیرد و در صورتی که شرطی برآورده شود الگوریتم متوقف می‌شود و کروموزومی که دارای عملکرد مناسبی با توجه به تابع تناسب باشد انتخاب می‌شود. در غیر اینصورت، براساس رتبه‌بندی که در گام چهارم صورت گرفته است، تعداد اضافی کروموزوم‌ها حذف می‌شود و به گام دوم مراجعه می‌شود و گام‌ها را دوباره طی می‌کند.

الگوریتم ژنتیک با استفاده از تابعی که وظیفه‌ی ارضاء شدن قیدهای مسئله را دارد، بومی گردیده و در ایجاد جمعیت اولیه، تولید مثل و جهش تابعی جهت بررسی قیدهای مسئله آمده است.

۵- معرفی الگوریتم ازدحام ذرات

براساس منبع [۱۷]، الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات یکی از الگوریتم‌های رایج فراابتکاری مبتنی بر جمعیت است که از حرکت گروهی موجودات الهام گرفته است. در این الگوریتم هر موجود، یک عامل جستجو یا ذره در مسئله‌ی بهینه‌سازی به حساب می‌آید. هر ذره در این الگوریتم مبتنی بر دو مفهوم تجربه‌ی فردی و اجتماعی برازندگی متناطری را اخذ و موقعیت آن به عنوان راه‌حل منتسب به مقدار برازندگی حاصل‌شده برای تابع هدف مسئله‌ی بهینه‌سازی استخراج می‌شود.

جهت بهینه‌سازی مسئله‌ی مدنظر، الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات، بومی‌سازی گردیده است و برای تولید عوامل جستجو از یک تابع که قیدهای مسئله را بررسی نماید هنگام تولید ذرات استفاده گردیده است.

۶- شبیه‌سازی

در این بخش به شبیه‌سازی سناریوهای مختلف می‌پردازیم. در تمامی بخش‌ها تنها یک نمونه از سیگنال دریافت گردیده است و فرکانس سیگنال ارسالی ۱ گیگاهرتز و آنتن تمام جهته منصوب بر هر پهپاد در نظر گرفته شده است و طراحی مسیر برای هر بهبود دقت تخمین جهت ورود سیگنال در هر لحظه، گردیده است.

شکل (۴): مدت زمان اجرای الگوریتم‌های بهینه‌سازی ژنتیک توسعه‌یافته و ازدحام ذرات توسعه‌یافته جهت طراحی مسیر بین دو لحظه‌ی نمونه‌برداری.

با توجه به نتایج شبیه‌سازی میانگین زمان اجرای هر بهینه‌سازی جهت طراحی مسیر با در نظر گرفتن تعداد جمعیت یکسان برابر با ۱۰ نمونه، با استفاده از الگوریتم ژنتیک توسعه‌یافته برابر با 5.019 ثانیه و با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات توسعه‌یافته برابر با 7.561 ثانیه است.

براساس شبیه‌سازی، همچنین در صورتی که تعداد جمعیت برابر ۵۰ در نظر گرفته شود، میانگین زمان اجرای هر بهینه‌سازی جهت طراحی مسیر برابر با ۲۲.۵۶۴ ثانیه می‌شود.

الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات توسعه‌یافته دارای پیچیدگی کمتر در پیاده‌سازی است اما براساس نتایج حاصل از شبیه‌سازی که در تصویر قابل ملاحظه است، الگوریتم ژنتیک توسعه‌یافته دارای سرعت همگرایی بالاتر و پاسخ بهینه‌ی بهتری و سرعت اجرای بالاتری است. از آنجایی که فاصله‌ی میان زمان‌های مدنظر جهت نمونه‌برداری برابر با ۶ ثانیه است، الگوریتم ژنتیک توسعه‌یافته گزینه‌ی مناسب‌تری برای انتخاب است.

۳-۶- طراحی مسیر بهینه

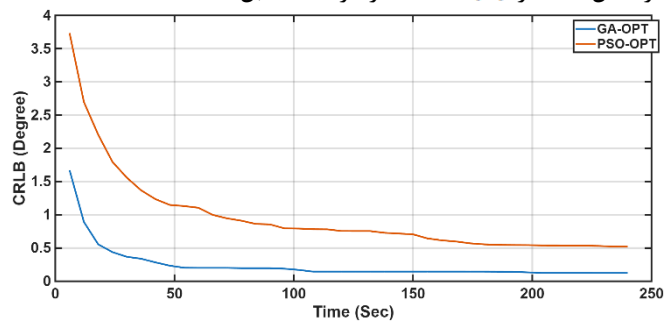
در این بخش از شبیه‌سازی، قصد داریم به طراحی مسیر بهینه برای بالابردن دقت تخمین دو هدف پردازیم. اهداف در زوایای ۳۰ و ۵۰ درجه قرار گرفته‌اند و نسبت سیگنال به نویز برابر با 10 dB در نظر گرفته شده است. فاصله‌ی بین لحظات نمونه‌برداری برابر با یک ثانیه است و طراحی مسیر برای مدت ۴۷ ثانیه از پرواز دسته‌ی پهباد صورت گرفته است. تابع هدف در هر لحظه براساس رابطه‌ی است. برای طراحی بهینه‌ی مسیر پهبادها از الگوریتم ژنتیک توسعه‌یافته و تعداد چرخش ۱۵ مرتبه استفاده شده است. شروع پرواز پهبادها به صورت تصادفی انتخاب شده است. تعداد پهبادها برابر با ۶ فروند در نظر گرفته شده است. قیدهای مسئله نیز براساس رابطه‌ی (۸) است.

در گام اول به مقایسه‌ی دقت تخمین دو هدف و یک هدف پرداختیم. در سناریوی تک هدف، هدف در زاویه‌ی ۳۰ درجه قرار دارد و تعداد پهبادها برابر است. در شکل ۵، مقدار $CRLB(\theta)$ بر حسب گذر زمان در طول مسیر حرکت برای تک هدف و دو هدف قابل ملاحظه است.

۲-۶- مقایسه‌ی الگوریتم‌های بهینه‌سازی ژنتیک و ازدحام ذرات

در این بخش از شبیه‌سازی، قصد داریم به مقایسه‌ی طراحی بهینه‌ی مسیر با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی ژنتیک توسعه‌یافته و ازدحام ذرات توسعه‌یافته جهت تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال از هدف مشخص پردازیم. هدف در زاویه‌ی ۳۰ درجه قرار گرفته است و نسبت سیگنال به نویز برابر با 10 dB و تعداد پهبادها برابر با ۶ فروند در نظر گرفته شده است. فاصله‌ی بین لحظات نمونه‌برداری برابر با شش ثانیه است و طراحی مسیر برای مدت 4 دقیقه از پرواز دسته‌ی پهباد صورت گرفته است. تابع هدف در هر لحظه براساس رابطه‌ی است. برای طراحی بهینه‌ی مسیر پهبادها از الگوریتم ژنتیک و تعداد چرخش ۱۰ مرتبه استفاده شده است. شروع پرواز پهبادها به صورت تصادفی انتخاب شده است. قیدهای مسئله نیز براساس روابط است. تعداد جمعیت ذرات برای هر دو الگوریتم یکسان و برابر با ۱۰ در نظر گرفته شده است.

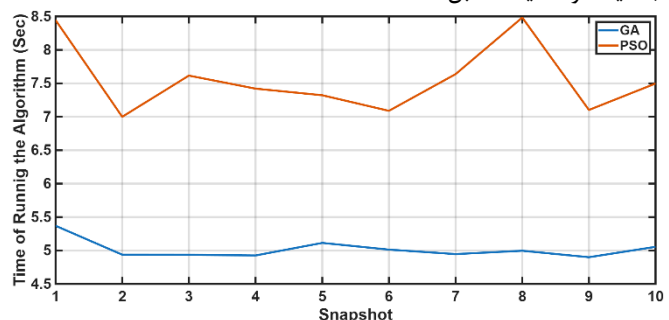
در شکل ۳، مقدار $CRLB(\theta)$ در هر لحظه قابل مشاهده است.



شکل (۳): مقدار $CRLB(\theta)$ بر حسب گذر زمان در طول مسیر حرکت

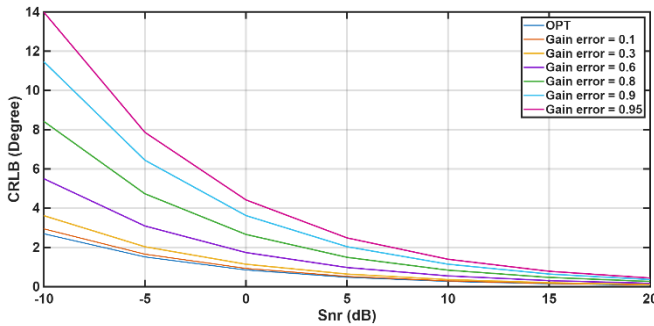
در شکل ۳، برای نمونه مدت زمان اجرای الگوریتم‌های بهینه‌سازی ژنتیک توسعه‌یافته و ازدحام ذرات توسعه‌یافته جهت طراحی مسیر بین دو لحظه‌ی نمونه‌برداری قابل مشاهده است.

در شکل ۴، مدت زمان اجرای الگوریتم‌های بهینه‌سازی ژنتیک توسعه‌یافته و ازدحام ذرات توسعه‌یافته جهت طراحی مسیر بین دو لحظه‌ی نمونه‌برداری برای دو الگوریتم ژنتیک توسعه‌یافته و ازدحام جمعیت توسعه‌یافته قابل مشاهده است.



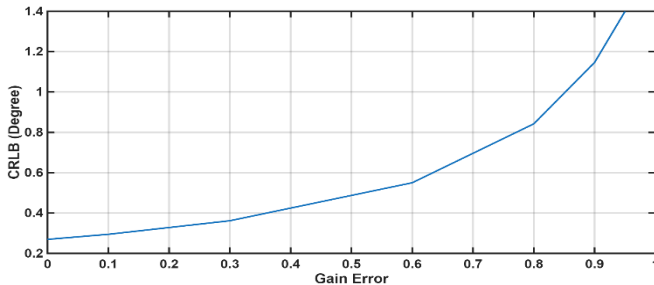
به نویز برابر با 10 dB در نظر گرفته شده است. تعداد پهپاد برابر با ۶ فروند در نظر گرفته شده است. فاصله‌ی بین لحظات نمونه‌برداری برابر با یک ثانیه است و طراحی مسیر برای مدت ۶۰ ثانیه از پرواز دسته‌ی پهپاد صورت گرفته است. با استفاده از الگوریتم ژنتیک توسعه‌یافته مسیر بهینه‌ی حرکت پهپادها طراحی گردیده است.

در گام اول فرض شده است در چیدمان بهینه تنها خطای بهره وجود دارد و برای مقادیر مختلف خطای بهره مقدار $CRLB(\theta)$ براساس رابطه‌ی (۴۰) شبیه‌سازی و مورد بررسی قرار گرفته است. در شکل ۸، مقدار $CRLB(\theta)$ برای حالت بهینه و مقادیر مختلف خطای بهره بر حسب نسبت سیگنال به نویز قابل مشاهده است.



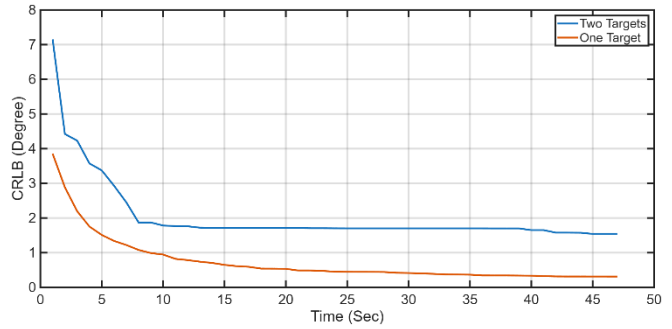
شکل (۸): مقدار $CRLB(\theta)$ برای حالت بهینه و مقادیر مختلف خطای بهره بر حسب نسبت سیگنال

در شکل ۹، مقدار $CRLB(\theta)$ بر حسب مقادیر مختلف خطای بهره قابل مشاهده است. در حالتی که خطای بهره صفر است، مقدار $CRLB(\theta)$ برای چیدمان بهینه قرار داده شده است. نسبت سیگنال به نویز برابر با 10 dB در نظر گرفته شده است.



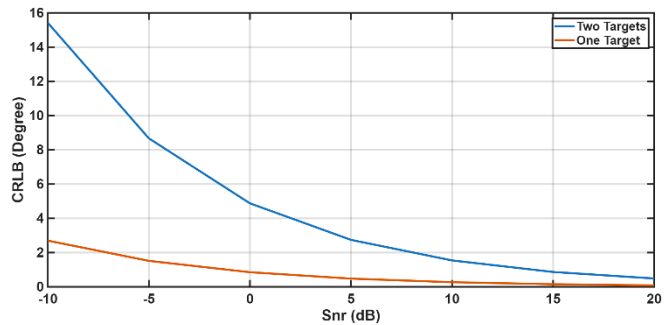
شکل (۹): مقدار $CRLB(\theta)$ بر حسب مقادیر مختلف خطای بهره

در گام بعدی، به شبیه‌سازی اثر عدم قطعیت در فاز ناشی از خطای موقعیت به دلیل لرزش‌های ناخواسته‌ی پرند و عدم دقت سنسور ناوبری، برای مقادیر یک میلی‌متر، ۵ سانتی‌متر، ۱۰ سانتی‌متر و ۱۵ سانتی‌متر پرداختیم. در شکل ۱۰، مقدار $CRLB(\theta)$ بر حسب مقادیر مختلف خطای موقعیت و حالت ایده‌ال بر حسب نسبت سیگنال به نویز قابل مشاهده است.



شکل (۵): مقدار $CRLB(\theta)$ بر حسب گذر زمان در طول مسیر حرکت

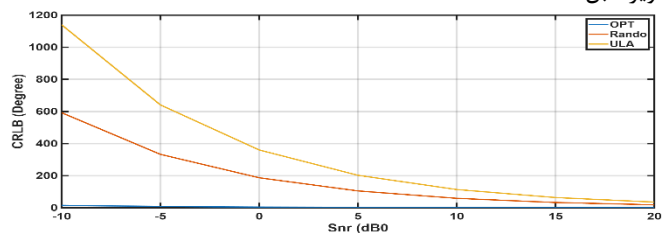
در شکل ۶، مقدار $CRLB(\theta)$ برای حالت بهینه با تعداد اهداف مختلف بر حسب نسبت سیگنال به نویز قابل مشاهده است.



شکل (۶): مقدار $CRLB(\theta)$ برای حالت بهینه با تعداد اهداف مختلف بر حسب نسبت سیگنال به نویز

همان‌طور که در شکل‌های ۵ و ۶ ملاحظه گردید، با بالا رفتن تعداد اهداف و ثابت ماندن تعداد پهپاد، دقت تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال با فرض بهینه بودن چیدمان کاهش پیدا می‌کند.

در شکل ۷، مقدار $CRLB(\theta)$ با وجود دو هدف، برای حالت بهینه و چیدمان رندوم و آرایه‌ی یکنواخت خطی بر حسب نسبت سیگنال به نویز قابل مشاهده است.



شکل (۷): مقدار $CRLB(\theta)$ با وجود دو هدف بر حسب نسبت سیگنال به نویز

همان‌طور که در شکل ۷ ملاحظه گردید، طراحی چیدمان بهینه با استفاده از الگوریتم ژنتیک توسعه‌یافته برای تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال دو هدف، دارای دقت بهتری است.

۴-۶- بررسی اثر عوامل عدم قطعیت

در این بخش از شبیه‌سازی، قصد داریم به بررسی اثر عوامل عدم قطعیت بر دقت تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال از یک هدف مشخص بپردازیم. هدف در زاویه‌ی ۳۰ درجه قرار گرفته است و نسبت سیگنال

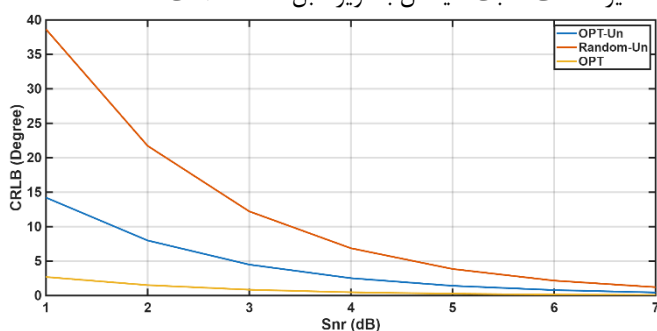
خطاهای فاز و بهره ملاحظه گردید و براساس آنالیز ریاضی صورت گرفته در بخش (۳-۲) انتظار می‌رفت، وجود عدم قطعیت در بهره و فاز عناصر تشکیل دهنده آرایه‌ی آنتن مبتنی بر دسته‌ی پهنای باند کاهش دقت تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال می‌گردد. حساسیت دقت تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال نسبت به خطای فاز بیشتر است و با رشد خطای فاز دقت تخمین بالایی افت پیدا می‌کند.

۵-۶- طراحی بهینه‌ی مسیر با فرض عوامل عدم قطعیت

در این بخش از شبیه‌سازی، قصد داریم به طراحی بهینه‌ی مسیر با فرض عوامل عدم قطعیت تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال از یک هدف مشخص بپردازیم. هدف در زاویه‌ی ۳۰ درجه قرار گرفته است و نسبت سیگنال به نویز برابر با ۱۰ dB در نظر گرفته شده است. تعداد پهنای برابر با ۶ فروند در نظر گرفته شده است. فاصله‌ی بین لحظات نمونه‌برداری برابر با یک ثانیه است و طراحی مسیر برای مدت ۲۵ ثانیه از پرواز دسته‌ی پهنای صورت گرفته است. با استفاده از الگوریتم ژتیک توسعه‌یافته مسیر بهینه‌ی حرکت پهنای طراحی گردیده است. خطای بهره برابر با ۰.۲ و خطای فاز برابر با تابعی که قصد داریم به کمینه‌سازی آن براساس قیدهای مسئله بپردازیم، از رابطه‌ی (۴۰) بدست آمده است و مسئله‌ی نهایی با فرض قیدهای مسئله در رابطه‌ی (۴۳) قابل مشاهده است.

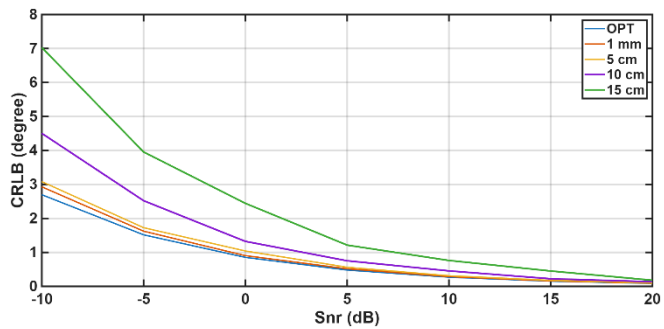
$$\min[\text{FIM}^{-1}]_{1,1} = \min \left[\frac{\sigma^2}{2s^2} \cdot (U - V^H W^{-1} V)^{-1} \right] \quad (43)$$

در شکل ۱۳، مقدار $\text{CRLB}(\theta)$ با فرض عوامل عدم قطعیت برای ساختار بهینه و ساختار تصادفی تولیدشده با رعایت قیدهای مسئله و مقدار $\text{CRLB}(\theta)$ در حالت ایده‌آل برای چینه‌ی بهینه بر حسب مقادیر مختلف نسبت سیگنال به نویز قابل مشاهده است.



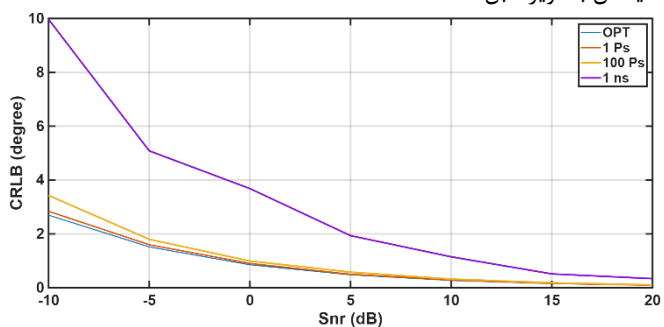
شکل (۱۳): مقدار $\text{CRLB}(\theta)$ با فرض عوامل عدم قطعیت و مقدار $\text{CRLB}(\theta)$ در حالت ایده‌آل بر حسب مقادیر مختلف نسبت سیگنال به نویز

همان‌طور که در این بخش از شبیه‌سازی ملاحظه گردید، طراحی بهینه‌ی مسیر با فرض عوامل عدم قطعیت می‌تواند دقت تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال را بهبود دهد و اساساً عدم قطعیت باعث کاهش دقت تخمین می‌شود.



شکل (۱۰): مقدار $\text{CRLB}(\theta)$ بر حسب مقادیر مختلف خطای موقعیت و حالت ایده‌آل بر حسب نسبت سیگنال به نویز

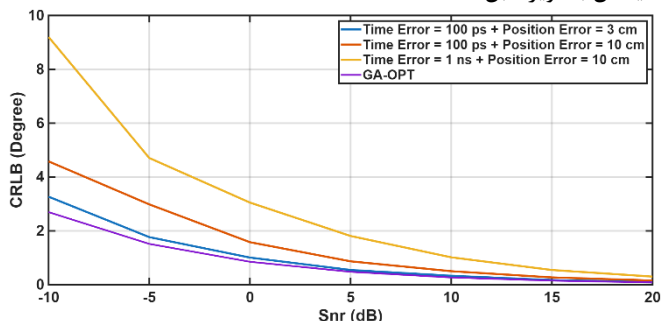
در گام بعدی، به شبیه‌سازی اثر عدم قطعیت در فاز ناشی از خطای همگام‌سازی زمانی برای مقادیر یک پیکوثانیه، ۱۰۰ پیکوثانیه و یک نانو ثانیه پرداختیم. در شکل ۱۱، مقدار $\text{CRLB}(\theta)$ بر حسب مقادیر مختلف خطای همگام‌سازی زمانی و حالت ایده‌آل بر حسب نسبت سیگنال به نویز قابل مشاهده است.



شکل (۱۱): مقدار $\text{CRLB}(\theta)$ بر حسب مقادیر مختلف خطای

همگام‌سازی زمانی و حالت ایده‌آل بر حسب نسبت سیگنال به نویز

در گام بعدی، به شبیه‌سازی اثر عدم قطعیت در فاز و بهره ناشی از خطای همگام‌سازی زمانی، خطای موقعیت و اثر کانال پرداختیم. در این شبیه‌سازی اثر کانال در بهره را توزیعی نرمال با واریانس 1 dB و خطای فاز را توزیعی نرمال با واریانس ۵ در نظر گرفتیم. در شکل ۱۲، مقدار $\text{CRLB}(\theta)$ بر حسب مقادیر مختلف خطای همگام‌سازی زمانی، خطای موقعیت و اثر کانال و حالت ایده‌آل بر حسب نسبت سیگنال به نویز قابل مشاهده است.



شکل (۱۲): مقدار $\text{CRLB}(\theta)$ بر حسب مقادیر مختلف خطای

همگام‌سازی زمانی، خطای موقعیت و اثر کانال و حالت ایده‌آل بر حسب نسبت سیگنال به نویز

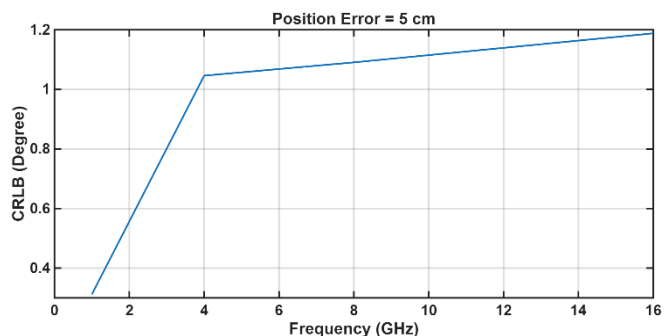
همان‌طور که در شکل‌های ۸ تا ۱۲ که شامل نتایج شبیه‌سازی

۶-۶- بررسی اثر فرکانس سیگنال

همان‌گونه در بخش بررسی عوامل عدم قطعیت ملاحظه گردید، خطای فاز برای هر آنتن، ناشی از عدم قطعیت در موقعیت قرارگیری پرنده‌ها و عدم قطعیت در همگام‌سازی زمانی است.

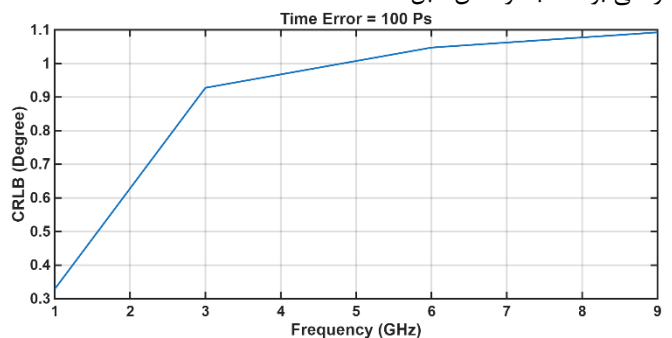
در این بخش قصد داریم به بررسی خطای دقت تخمین ساختار بهینه به دلیل عدم قطعیت در موقعیت قرارگیری پرنده‌ها و عدم قطعیت در همگام‌سازی زمانی در فرکانس‌های مختلف بپردازیم.

در گام اول، مقدار خطای موقعیت را برابر با ۵ سانتی‌متر در نظر گرفته و در شکل ۱۴، نتیجه‌ی شبیه‌سازی مقدار $CRLB(\theta)$ براساس رابطه‌ی (۴۰) در اثر خطای موقعیت بر حسب فرکانس قابل مشاهده است.



شکل (۱۴): مقدار $CRLB(\theta)$ براساس رابطه‌ی (۴۰) با فرض وجود عدم قطعیت در موقعیت بر حسب فرکانس

با افزایش فرکانس، طول موج کاهش پیدا می‌کند و خطای فاز ناشی از عدم قطعیت در موقعیت قرارگیری پرنده‌ها افزایش پیدا می‌کند و همان‌طور که براساس شبیه‌سازی‌های قسمت قبل (۴-۶) انتظار می‌رفت، در شکل ۱۴، با افزایش فرکانس دقت تخمین کاهش پیدا کرد. در گام بعدی، مقدار خطای همگام‌سازی زمانی را برابر با ۱۰۰ پیکوثانیه در نظر گرفته و در شکل ۱۵، نتیجه‌ی شبیه‌سازی مقدار $CRLB(\theta)$ براساس رابطه‌ی (۴۰) در اثر خطای همگام‌سازی زمانی بر حسب فرکانس قابل مشاهده است.



شکل (۱۵): مقدار $CRLB(\theta)$ براساس رابطه‌ی (۴۰) با فرض وجود عدم قطعیت در همگام‌سازی زمانی بر حسب فرکانس

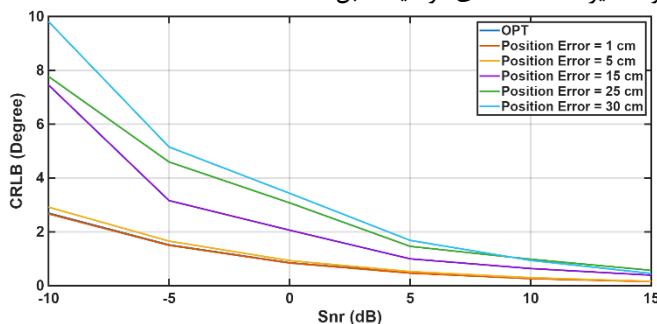
با افزایش فرکانس و ثابت در نظر گرفتن عدم قطعیت در همگام‌سازی زمانی، خطای فاز ناشی از عدم قطعیت در همگام‌سازی زمانی افزایش پیدا می‌کند، همان‌طور که براساس شبیه‌سازی‌های قسمت قبل (۴-۶) انتظار می‌رفت، با افزایش فرکانس دقت تخمین کاهش پیدا کرد.

۶-۷- اثر اغتشاشات پرواز پهپادها

در این بخش قصد داریم به شبیه‌سازی اثر اغتشاشات پرواز پهپادها در دسته‌ی پهپاد بپردازیم.

اثر اغتشاشات ناشی از پرواز پهپادها در خطای فاز و خطای بهره نمایان می‌شود و هرچه فرکانس بالاتر برود، مدل‌سازی دینامیک پرواز اهمیت پیدا می‌کند. حال با توجه به فرکانس مدنظر قرار داده شده و آنتن تمام جهته، اثرات دینامیک پرواز پهپادها را می‌توان به خطای بهره حدود ۱ dB و براساس منابع [۲۰-۲۳]، خطای فاز به دلیل خطای موقعیت در نظر گرفت و هر چه سیستم ناوبری و کنترل پهپاد بهتر عمل کند، خطاهای مذکور کاهش پیدا می‌کند. همچنین با افزایش مدت پرواز خطاهای مذکور افزایش پیدا می‌کند.

در شکل ۱۶، نتیجه‌ی شبیه‌سازی مقدار $CRLB(\theta)$ براساس رابطه‌ی (۴۰) با در نظر گرفتن اثرات اغتشاشات پرواز با فرض خطای بهره ۱ dB و مقادیر مختلف خطای موقعیت قابل مشاهده است.



شکل (۱۶): مقدار $CRLB(\theta)$ با در نظر گرفتن اثرات اغتشاشات پرواز

همان‌طور که در تصویر ۱۶ ملاحظه می‌شود، با افزایش خطای موقعیت دقت تخمین کاهش پیدا می‌کند و از آنجایی که خطای موقعیت با گذر زمان از شروع پرواز دسته‌ی پهپاد افزایش پیدا می‌کند، می‌توان به این نتیجه رسید با گذر زمان از شروع پرواز دقت تخمین کاهش پیدا می‌کند.

۷- جمع‌بندی

در این مقاله در ابتدا به مرور چالش‌ها و فعالیت‌های صورت گرفته در حوزه‌ی آنتن‌های آرایه‌ای پراکنده مبتنی بر پهپادها پرداختیم. در گام بعدی به فرمول بندی مسئله‌ی دقت تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال بر اساس تئوری کران پایین کرامر-رائو و معرفی الگوریتم‌های بهینه‌سازی پرداختیم.

در آنتن‌های آرایه‌ای پراکنده مبتنی بر پهپادها در دسته‌ی پهپادها از آنجایی که هر عنصر در هر لحظه می‌تواند آزادانه جابجا شود، در این مقاله به طراحی مسیر پرواز (محل قرارگیری) پهپادها با بهینه‌سازی سرعت حرکت هر پهپاد با استفاده از الگوریتم ژنتیک برای بالابردن دقت تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال پرداختیم.

همان‌طور که در نتایج شبیه‌سازی‌ها ملاحظه گردید، طراحی بهینه‌ی مسیر پهپادها با استفاده از بهینه‌سازی سرعت آن‌ها سبب کاهش مقدار

- with arbitrary geometry. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 56(1), 497-511.
- [12] Wang, W., Wu, R., Liang, J., & So, H. C. (2017). Phase retrieval approach for DOA estimation with array errors. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 53(5), 2610-2620.
- [13] Heidenreich, P., Zoubir, A. M., & Rubsamen, M. (2012). Joint 2-D DOA estimation and phase calibration for uniform rectangular arrays. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 60(9), 4683-4693.
- [14] Tian, Y., Wang, Y., Rong, X., & Lian, Q. (2020). Mixed source localization and gain-phase perturbation calibration in partly calibrated symmetric uniform linear arrays. *Signal Processing*, 166, 107267.
- [15] Lord, N. (1999). *Matrix computations*, by GH Golub and CF Van Loan. Pp. 694. 1996.£ 25 (paper),£ 54 (hard). ISBN 0 8018 5414 8, 0 8018 5413 X.(Johns Hopkins University Press). *The Mathematical Gazette*, 83(498), 556-557.
- [16] Yang, Y., Zheng, J., Liu, H., Ho, K. C., Chen, Y., & Yang, Z. (2022). Optimal sensor placement for source tracking under synchronization offsets and sensor location errors with distance-dependent noises. *Signal Processing*, 193, 108399.
- [17] Robinson, J., & Rahmat-Samii, Y. (2004). Particle swarm optimization in electromagnetics. *IEEE transactions on antennas and propagation*, 52(2), 397-407.
- [18] Mozaffari, M., Saad, W., Bennis, M., & Debbah, M. (2018, May). Drone-based antenna array for service time minimization in wireless networks. In *2018 IEEE international conference on communications (ICC)* (pp. 1-6). IEEE.
- [19] Mohanti, S., Bocanegra, C., Meyer, J., Secinti, G., Diddi, M., Singh, H., & Chowdhury, K. (2019, November). AirBeam: Experimental demonstration of distributed beamforming by a swarm of UAVs. In *2019 IEEE 16th International Conference on Mobile Ad Hoc and Sensor Systems (MASS)* (pp. 162-170). IEEE.
- [20] Sadeghzadeh-Nokhodberiz, N., Can, A., Stolkin, R., & Montazeri, A. (2021). Dynamics-based modified fast simultaneous localization and mapping for unmanned aerial vehicles with joint inertial sensor bias and drift estimation. *IEEE Access*, 9, 120247-120260.
- [21] Aghili-Ashtiani A, Barati M. Estimating the Physical Parameters of Y-shape Octarotor Using a Combination of Recursive Least Squares and Nonlinear Kalman Filter. *Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers* 2025; 22 (4).
- [22] Roshanravan S, Shamaghdari S. Integrated Fault-Tolerant Attitude Control of Quadrotor Using Reinforcement Learning. *Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers* 2025; 22 (2) :3-16.
- [23] Barshooi A H, Amirkhani A. Cooperative Control of Mobile Robots in Creating a Runway Platform for Quadrotor Landing. *Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers* 2023; 20 (1) :153-162.

کران پایین کرامر- راثو برای تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال می‌گردد، یعنی دقت تخمین زاویه ورود سیگنال با بهینه‌سازی مسیر پهپادها بهبود می‌یابد.

استفاده بیش از یک پهپاد و بهینه‌سازی سرعت و موقعیت اولیه‌ی آن‌ها در مقایسه با استفاده از یک پهپاد با آنتن آرایه‌ای خطی یکنواخت، به سبب درجه‌ی آزادی بالا دارای دقت تخمین زاویه‌ی بهتری است. وجود عدم قطعیت در بهره و فاز عناصر تشکیل دهنده‌ی آرایه‌ی آنتن مبتنی بر دسته‌ی پهپاد سبب کاهش دقت تخمین زاویه‌ی ورود سیگنال می‌گردد. همچنین با افزایش فرکانس سیگنال ارسالی هدف در ساختار بهینه، عدم قطعیت تأثیر بیشتری از خود نشان می‌داد و با یکسان درنظر گرفتن عدم قطعیت، با افزایش فرکانس دقت تخمین کاهش پیدا می‌کرد.

مراجع

- [1] C. Zhou, Y. Gu, X. Fan, Z. Shi, G. Mao and Y. D. Zhang, "Direction-of-Arrival Estimation for Coprime Array via Virtual Array Interpolation", in *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 66, No. 22, pp. 5956-5971, 2018.
- [2] Y. Wang, H. Wang, Q. Yang, L. Fan and Y. Zeng, "Enhanced DOA Estimation for Moving Platform Based Distributed Phased Array", in *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 73, No. 10, pp. 14763-14777, 2024.
- [3] G. Qin, M. G. Amin and Y. D. Zhang, "DOA Estimation Exploiting Sparse Array Motions", in *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 67, No. 11, pp. 3013-3027, 1 June1, 2019.
- [4] S. R. Mghabghab, A. Schlegel and J. A. Nanzer, "Adaptive Distributed Transceiver Synchronization Over a 90 m Microwave Wireless Link", in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 70, No. 5, pp. 3688-3699, 2022.
- [5] S. Prager, M. S. Haynes and M. Moghaddam, "Wireless Subnanosecond RF Synchronization for Distributed Ultrawideband Software-Defined Radar Networks", in *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 68, No. 11, pp. 4787-4804, 2020.
- [6] S. R. Mghabghab and J. A. Nanzer, "High Accuracy Adaptive Microwave Ranging Using SNR-Based Perception for Coherent Distributed Antenna Arrays", in *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, vol. 67, No. 12, pp. 5540-5549, 2020.
- [7] R.K. Singh, V.K. Panchal and B.K. Singh, "A review on genetic algorithm and its applications", *Proc. Int. Conf. on Green Computing and Internet of Things*. India, pp. 376-380, 2018.
- [8] A. Lambora, K. Gupta and K. Chopra, "Genetic algorithm-A literature review", *Proc. Int. Conf. on machine learning, big data, cloud and parallel computing*. India, pp. 380-384, 2019.
- [9] S.M. Kay, "Statistical signal processing: estimation theory", Prentice Hall 1, Chapter-1, 1993.
- [10] Liang, Y., Liu, W., Shen, Q., Cui, W., & Wu, S. (2020). A review of closed-form Cramér-Rao bounds for DOA estimation in the presence of Gaussian noise under a unified framework. *Ieee Access*, 8, 175101-175124
- [11] Zhang, X., He, Z., Zhang, X., & Yang, Y. (2019). DOA and phase error estimation for a partly calibrated array