# مدل‌سازی دو بعدی کانال‌های چند ورودی– چند خروجی با آرایه‌های قطبی‌شده

**جواد زراعتکارمقدم[۱]  ناصر ندا[۲]  رضا قاضی‌زاده[۳]**

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر- دانشگاه بیرجند- بیرجند- ایران
javad.zeraatkar.m@birjand.ac.ir
۲- استادیار- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر- دانشگاه بیرجند- بیرجند- ایران
nneda@birjand.ac.ir
۳- استادیار- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر- دانشگاه بیرجند- بیرجند- ایران
rghazizade@birjand.ac.ir

**چکیده: در این مقاله، ابتدا پارامترهای مورد نیاز در مدل‌سازی فضایی کانال‌های چند ورودی - چند خروجی (بدون در نظر گرفتن آنتن‌های قطبی‌شده) مطالعه و مراحل مدل‌سازی کانال معرفی شده‌اند. سپس، همبستگی‌های زمانی و فضایی ضرایب کانال بررسی شده و در ادامه، با در نظر گرفتن آنتن‌های قطبی‌شده (با قطبی‌شدگی عمودی و افقی) و معرفی پارامترهای جدید، مدل کانال اولیه ارتقا یافته است. در مرحله‌ی بعد، ظرفیت سیستم را بررسی و سپس مدل کانال برای هر دو مدل مورد مطالعه، به صورت نرم افزاری پیاده‌سازی شده است. همبستگی بین پارامترهای کانال (از قبیل: گسترش تاخیر، محوشدگی سایه و زاویه‌ی گسترش)، از نکات مهمی است که در این مدل‌سازی علاوه بر قطبی‌شدگی آنتن‌ها در نظر گرفته شده‌اند. نتایج پژوهش، حاکی از آن است که مدل کانال فضایی، علاوه بر این‌که پیچیدگی‌های ناشی از طراحی در آن به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش یافته، هماهنگی بسیار نزدیکی نیز با مباحث تئوری دارد.**

**کلمات کلیدی:** سیستم‌های چندورودی-چندخروجی، مدل کانال فضایی، آنتن‌های قطبی‌شده، ماتریس کانال، پراکنده‌ساز

**تاریخ ارسال مقاله:** ۱۳۹۰/۰۸/۲۵
**تاریخ پذیرش مشروط:** ۱۳۹۱/۱۲/۲۱
**تاریخ پذیرش مقاله:** ۱۳۹۲/۱۲/۰۷
**نام نویسنده‌ی مسئول:** جواد زراعتکارمقدم
**نشانی نویسنده‌ی مسئول:** ایران – بیرجند – انتهای بلوار دانشگاه – دانشگاه بیرجند – دانشکده‌ی برق و کامپیوتر – گروه مهندسی مخابرات

## ۱- مقدمه

سیستم‌های مبتنی بر چند ورودی - چند خروجی[۱](MIMO)، اولین بار در سال ۱۹۹۵ توسط Telatar مطرح شد. Telatar نشان داد که استفاده از سیستم MIMO، مسیرهای متفاوتی را بین فرستنده و گیرنده بوجود خواهد آورد و در سمت گیرنده، سیگنال از کانال‌های مختلف دریافت خواهد شد. بنابراین، احتمال اینکه سیگنال دریافتی از مسیرهای متفاوت به طور همزمان محو شود کم است و می‌توان سیگنال مطلوب را استخراج کرد. در نتیجه، از این ویژگی می‌توان برای افزایش ظرفیت سیستم استفاده کرد. در ابتدا، از آنتن‌های چندگانه در گیرنده و به منظور کاهش نویز و افزایش ظرفیت کانال استفاده می‌شد؛ تا اینکه Alamouti طرح قرار دادن چند آنتن در فرستنده و استفاده از کدهای عمود بر هم و یا با همبستگی کم به منظور ایجاد مسیرهای مستقل را مطرح کرد. این سیستم‌ها که با استاندارد ۸۰۲/۱۱n شناخته می‌شوند، کاندیدای مهمی برای استفاده در مخابرات نسل آتی به شمار می‌روند. کانال انتشار رادیویی، ویژگی‌های مهمی را از قبیل: «بهره‌ی چندگانگی، افزایش انعطاف‌پذیری شبکه، افزایش بهره‌ی توان بوسیله‌ی شکل دادن به پرتو ارسالی[۲](BF)، افزایش درجه‌ی آزادی و افزایش ظرفیت» برای این سیستم‌ها فراهم آورده است [3].

سه روش عمومی برای مدل‌سازی کانال MIMO مورد استفاده قرار می‌گیرد؛ که این روش‌ها مدل ردیابی اشعه[۳]، مدل همبستگی[۴] و مدل پراکندگی[۵] است. مدل اول، برای اکثر محیط‌های فضای باز[۶] خیلی پیچیده و برای شبیه‌سازی سیستم‌ها، غیر عملی است. در مدل دوم، تغییرات زمانی کانال در نظر گرفته نمی‌شود و به طور مجزا از همبستگی زمانی مدل می‌شود؛ در نتیجه، ممکن است هیچ‌گونه پیوستگی بین حوزه‌های زمانی و فضایی از لحاظ مشخصات آماری وجود نداشته باشد. در مدل سوم که به مدل کانال فضایی[۷](SCM) نیز معروف است و در این مقاله بررسی شده است، توزیعی از پراکنده‌سازها فرض می‌شود و کانال براساس اثر متقابل پراکنده‌سازها و جبهه‌های موج سطحی در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، ویژگی‌های آماری کانال، وابسته به نحوه‌ی توزیع پراکنده‌سازها بوده که این توزیع‌ها می‌توانند به شکلی انتخاب شوند که محیط‌های متنوعی از کانال MIMO را نشان دهند. در این مدل، چون محیط انتشار به طور واضح مدل نشده است، پیچیدگی آن به طور قابل توجهی کمتر از دو مدل دیگر است؛ البته پیچیدگی در پارامتربندی، تولید توزیع‌های پراکندگی برای محیط‌های متنوع و تعیین تعداد زیادی از پارامترها، از معایب این روش می‌باشد [6].

استفاده از آنتن‌های با قطبی‌شدگی متقابل[۸]، در سیستم‌های سلولار پیشرفته با آنتن‌های متعدد در گیرنده و فرستنده به دلایل عملی، مورد توجه است؛ لذا لازم است که این ویژگی نیز در کنار سایر پارامترهای کانال MIMO در مدل‌سازی لحاظ گردد. در مدل‌سازی کانال، عموماً تنها با در نظر گرفتن طیف سمت $\varphi$[۹] می‌توان تعداد زیادی از اثرات انتشار را برای محیط‌های فضای باز نشان داد؛ لذا با صرف نظر از طیف جداشده از سطح افق[۱۰]، مدل کانال به صورت دو بعدی در نظر گرفته می‌شود.

در بعضی از محیط‌های انتشار که طیف زاویه‌ای اهمیت دارد، فرض انتشار دو بعدی امواج کارایی ندارد. در این موارد، اگر فقط پرتو دریافتی در سمت $\varphi$ در نظر گرفته شود، نتایج غلطی بدست می‌آید. بنابراین برای رسیدن به نتایج مورد نظر، مدل دو بعدی اصلاح و به مدل سه بعدی ارتقا داده می‌شود. در این مقاله، فقط مدل‌سازی دو بعدی کانال ارائه شده است.

همبستگی بین پارامترهای کانال، از دیگر نکاتی است که در این پیاده‌سازی علاوه بر آنتن‌های قطبی‌شده در نظر گرفته شده‌اند. گسترش تاخیر[۱۱](DS)، محوشدگی سایه[۱۲](SF) و زاویه‌ی گسترش[۱۳](AS)، توزیع log-normal دارند. آزمایشات تجربی و مباحث تئوری نشان داده‌اند که همبستگی بین این پارامترها نسبتاً بالاست. بنابراین، مدل کانال فضایی همبستگی بین پارامترهای مذکور را نیز در نظرگرفته است [5,10].

## ۲- مدل کانال فضایی اولیه بدون در نظر گرفتن آرایه‌های قطبی‌شده

هدف از این بخش، شناسایی پارامترهای لازم برای مدل‌سازی کانال زمانی و فضایی بین یک ایستگاه پایه[۱۴](BS) و یک دستگاه موبایل[۱۵](MS) است. در این بخش، آرایه‌های قطبی‌شده، در مدل‌سازی استفاده نشده‌اند.

### ۲-۱- فرآیند محاسبه‌ی ماتریس کانال

فرآیند محاسبه‌ی ماتریس کانال، شامل سه مرحله است. مرحله‌ی نخست، تعیین نوع محیط استفاده شده در مدل‌سازی است (چون هر محیط ویژگی‌های مخصوص به خود دارد که با محیط‌های دیگر متفاوت است). در مرحله‌ی دوم، پارامترهای استفاده شده در شبیه‌سازی (که خود وابسته به محیط نیز هستند) محاسبه می‌شوند. در مرحله‌ی آخر، ضرایب کانال بر اساس پارامترهای مورد نیاز بدست می‌آیند.

سیگنال دریافتی در هر آنتن از دستگاه موبایل، شامل N کپی از سیگنال ارسالی با تأخیرها و توان‌های مختلف است که به صورت تصادفی بر اساس فرآیند تولید ماتریس کانال انتخاب شده‌اند. هر مسیر اصلی، شامل M زیرمسیر است [4,5,9].

پارامترهای زاویه‌ای استفاده شده در مدل‌سازی کانال، در شکل (۱) نشان داده شده است. این پارامترها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$\Omega_{BS}$: زاویه‌ی بین محور آرایه‌ی آنتنی BS و جهت مرجع N

$\theta_{BS}$: زاویه‌ی بین مسیر مستقیم BS به MS و محور آرایه‌ی آنتنی BS

$\delta_{n,AoD}$: زاویه‌ی انحراف[۱۶](AoD) n امین مسیر، نسبت به مسیر مستقیم بین BS و MS



Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.11- No.2- Fall & Winter 2014

$\Delta_{n,m,\mathrm{AoD}}$: زاویه‌ی انحراف m امین زیرمسیر از n امین مسیر، نسبت به $\delta_{n,\mathrm{AoD}}$

$\theta_{n,m,\mathrm{AoD}}$: زاویه‌ی انحراف m امین زیرمسیر از n امین مسیر در BS، نسبت به محور BS

$\Omega_{\mathrm{MS}}$: زاویه‌ی بین محور آرایه‌ی آنتنی MS و جهت مرجع N

$\theta_{\mathrm{MS}}$: زاویه‌ی بین مسیر مستقیم BS به MS و محور آرایه‌ی آنتنی MS

$\delta_{n,\mathrm{AoA}}$: زاویه‌ی ورود[۱۷] (AoA) n امین مسیر، نسبت به مسیر مستقیم بین BS و MS

$\Delta_{n,m,\mathrm{AoA}}$: زاویه‌ی ورود m امین زیرمسیر از n امین مسیر، نسبت به $\delta_{n,\mathrm{AoA}}$

$\theta_{n,m,\mathrm{AoA}}$: زاویه‌ی ورود m امین زیرمسیر از n امین مسیر در MS، نسبت به محور MS

$\theta_v$: زاویه‌ی حرکت موبایل، نسبت به محور MS

زاویه‌های نشان داده شده در شکل (۱)، در جهت ساعت‌گرد، منفی هستند.

## ۲-۲- محاسبه‌ی ضرایب کانال

ضرایب کانال، با استفاده از پارامترهای بیان شده در بخش ۲-۱ محاسبه می‌شوند.

تعداد آنتن‌های آرایه‌ی BS و MS، به ترتیب برابر S و U می‌باشند. بنابراین، ماتریس کانال برای هر کدام از N مسیر اصلی، سطر و ستون‌های به ترتیب برابر U و S دارد و برای n امین مسیر اصلی $(n=1,\ldots,N)$، با $\mathbf{H}_n(t)$ نشان داده می‌شود؛ که عنصر (u,s) از این ماتریس در فرمول (۱) بیان شده است [4,5,9].

$$h_{u,s,n}(t)=\sqrt{\frac{P_n\sigma_{\mathrm{SF}}}{M}}\times\sum_{m=1}^{M}\left(\begin{array}{l}\sqrt{G_{\mathrm{BS}}\left(\theta_{n,m,\mathrm{AoD}}\right)}\\ \times\exp\left(j\left(\frac{2\pi d_s\sin\left(\theta_{n,m,\mathrm{AoD}}\right)}{\lambda}+\Phi_{n,m}\right)\right)\\ \times\sqrt{G_{\mathrm{MS}}\left(\theta_{n,m,\mathrm{AoA}}\right)}\\ \times\exp\left(\frac{j2\pi d_u\sin\left(\theta_{n,m,\mathrm{AoA}}\right)}{\lambda}\right)\\ \times\exp\left(\frac{j2\pi|v|\cos\left(\theta_{n,m,\mathrm{AoA}}-\theta_v\right)t}{\lambda}\right)\end{array}\right) \quad (۱)$$

پارامترهای موجود در فرمول (۱)، عبارتند از:

$P_n$: توان n امین مسیر

$\sigma_{\mathrm{SF}}$: محوشدگی سایه با توزیع log-normal

M: تعداد زیرمسیرهای هر مسیر اصلی

$G_{\mathrm{BS}}(\theta_{n,m,\mathrm{AoD}})$: بهره‌ی آنتن BS برای هر المان آرایه

$G_{\mathrm{MS}}(\theta_{n,m,\mathrm{AoA}})$: بهره‌ی آنتن MS برای هر المان آرایه

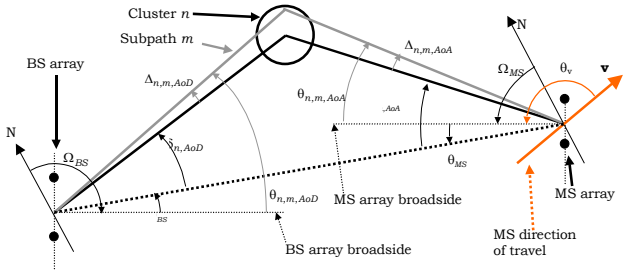
$\lambda$: طول موج حامل بر حسب متر

$d_s$: فاصله‌ی s امین آنتن آرایه‌ی BS از آنتن مرجع بر حسب متر است؛ آنتن شماره‌ی $s=1$ آنتن مرجع در نظر گرفته شده و برای آن $d_1=0$ است.

$d_u$: فاصله‌ی u امین آنتن آرایه‌ی MS از آنتن مرجع بر حسب متر است؛ آنتن شماره‌ی $u=1$ آنتن مرجع در نظر گرفته شده و برای آن $d_1=0$ است.

$\Phi_{n,m}$: زاویه‌ی m امین زیرمسیر از n امین مسیر

$|v|$: اندازه‌ی سرعت MS




**شکل (۱): پارامترهای زاویه‌ای برای MS و BS [4,5,8]**

عنصر (u,s) از ماتریس کانال، بهره‌ی مسیر را بین آنتن شماره‌ی s در فرستنده و آنتن شماره‌ی u در گیرنده نشان می‌دهد و مطابق فرمول (۲) محاسبه می‌شود.

$$h_{u,s}(t)=\sum_{n=1}^{N}h_{u,s,n}(t) \quad (۲)$$

بنابراین، ماتریس کانال بین فرستنده و گیرنده، مطابق فرمول (۳) بیان می‌شود.

$$\mathbf{H}(t)=\begin{bmatrix}h_{1,1}(t) & \cdots & h_{1,S}(t)\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ h_{U,1}(t) & \cdots & h_{U,S}(t)\end{bmatrix}_{U\times S} \quad (۳)$$

## ۲-۳- بررسی رفتار زمانی ضرایب کانال

همبستگی زمانی[۱۸] ضرایب کانال، از فرمول (۴) بدست می‌آید.

$$r_T(\tau)=\frac{1}{L}\sum_{t=1}^{L}h_{u,s}(t)h^*_{u',s'}(t+\tau)=\frac{1}{L}\sum_{t=1}^{L}\sum_{n=1}^{N}\sum_{n'=1}^{N}h_{u,s,n}(t)h^*_{u',s',n'}(t+\tau) \quad (۴)$$

به راحتی قابل بررسی است که به ازای مقادیر بزرگ $L$ و برای آنتن‌های مشابه $(s=s',u=u')$، فرمول (۴) به فرمول (۵) همگرا می‌شود [11].

$$r_{TT}(\tau)=\sum_{n=1}^{N}\frac{P_n}{M}\sum_{m=1}^{M}\left(\begin{array}{l}G_{\mathrm{BS}}\left(\theta_{n,m,\mathrm{AoD}}\right)\times\\ G_{\mathrm{MS}}\left(\theta_{n,m,\mathrm{AoA}}\right)\times\\ \exp\left(\frac{-j2\pi|v|\tau\cos\left(\beta_{n,m}\right)}{\lambda}\right)\end{array}\right) \quad (۵)$$

در فرمول (۵)، $\beta_{n,m} = \theta_{n,m,\mathrm{AoA}} - \theta_v$ است.

## ۲-۴- بررسی رفتار فضایی ضرایب کانال

در این قسمت، همبستگی فضایی[۱۹] مدل ذکر شده معرفی می‌شود. چون همبستگی ضرایب کانال، به مشخصات فضایی نیز وابسته می‌باشد، بنابراین، لازم است با تغییر پارامترهای فضایی بر روی همبستگی زمانی، میانگین گرفته شود. بدین ترتیب، میانگین همبستگی فضا - زمان با فرمول (۶) تعریف می‌شود.

$$r_s(\tau) = \frac{1}{Q}\sum_{q=1}^{Q} r_T^{(q)}(\tau) \qquad (۶)$$

همبستگی زمانی محاسبه شده برای $q$ امین دفعه‌ی اجرای برنامه با $r_T^{(q)}(\tau)$، نشان داده شده است (با هر دفعه اجرای برنامه، پارامترهای فضایی تغییر می‌کنند). در حقیقت، فرمول (۶) میانگین همبستگی‌های زمانی، برای تعداد $Q$ بار اجرای برنامه است( $E\left(r_T(\tau)\right)$). قابل بررسی است که فرمول (۶)، برای آنتن‌های مشابه ( $s = s', u = u'$)، به فرمول (۷) همگرا می‌شود [11].

$$E\left(r_{TT}(\tau)\right) = E\left(\sum_{n=1}^{N}\frac{P_n}{M}\sum_{m=1}^{M} G_{n,m} J_0\left(\frac{2\pi|v|\tau}{\lambda}\right)\right) \qquad (۷)$$

در فرمول (۷)، $G_{n,m} = G_{\mathrm{BS}}\left(\theta_{n,m,\mathrm{AOD}}\right) G_{\mathrm{MS}}\left(\theta_{n,m,\mathrm{AOA}}\right)$ می‌باشد.

# ۳- مدل کانال فضایی با در نظر گرفتن آنتن‌های قطبی‌شده

آنتن‌های با قطبی‌شدگی متقابل، در سیستم‌های سلولار پیشرفته به تدریج متداول می‌گردد. از این رو، این ویژگی در سیستم‌های MIMO مورد استفاده قرار گرفته است.

در این بخش، به معرفی پارامترهای مورد نیاز در مدل‌سازی کانال MIMO، با استفاده از آنتن‌های قطبی‌شده می‌پردازیم.

## ۳-۱- مدل دو بعدی SCM

در مدل SCM معرفی شده در این بخش، طیف جدا شده از سطح افق در نظر گرفته نشده است. ویژگی دو بعدی انتشار امواج الکترومغناطیس در محیط‌های فضای باز با زاویه‌ی گسترش حدود ۱ تا ۲ درجه در BS، نقش مهمی در مدل‌سازی و استفاده از قطبی‌شدگی امواج الکترومغناطیس دارد.

در این مدل، دو قطب در جهت‌های عمودی[۲۰](v) و افقی[۲۱](h) ایجاد می‌شود. امواج با قطبی‌شدگی مشابه با همدیگر ترکیب می‌شوند و بر روی همدیگر تاثیر زیادی می‌گذارند، ولی امواج با قطبی‌شدگی افقی و امواج با قطبی‌شدگی عمودی با همدیگر وابستگی کمی دارند و به نسبت کمتری با همدیگر ترکیب می‌شوند. بنابراین، ۴ کانال، بین آنتن‌های MS و BS در نظر گرفته شده است. این کانال‌ها، ارتباط بین امواج با قطبی‌شدگی عمودی و افقی در سمت BS و امواج با قطبی‌شدگی عمودی و افقی در سمت MS را بیان می‌کنند. الگوی آنتن در هر دو سمت BS و MS به صورت افقی و عمودی در نظر گرفته شده است [۱،۲].

مدل معرفی شده در این بخش، مراحل اولیه‌ای مشابه با بخش ۲ دارد؛ فقط عناصر مربوط به قطبی‌شدگی، به مدل قبلی اضافه شده است.

## ۳-۲- فرآیند محاسبه‌ی ماتریس کانال

توان $P2$ اختصاص داده شده به هر مسیر در جهت افقی وابسته به توان $P1$ اختصاص یافته به آن مسیر در جهت عمودی است، که با نسبت $XPD$ [۲۲] به صورت $XPD = P2/P1$ تعریف می‌شود. به همه‌ی زیرمسیرهای یک مسیر اصلی، $XPD$ واحدی اعمال شده است. هر یک از N مسیر اصلی، $XPD$ مستقلی دارند [7,8].

آنتن‌های استفاده شده در این بخش، آنتن‌های دوقطبی ایده‌آل هستند. ترکیب امواج با قطبی‌شدگی متقابل، ناشی از اثرات مسیر است و از اثرات نشت قطبی‌شدگی آنتن‌ها چشم‌پوشی می‌شود.

آنتن دوقطبی ایده‌آل با بردار پلاریزاسیون $\mathbf{p}$ و زاویه‌ی $\alpha$ نسبت به محور z، عناصر عمودی و افقی مطابق با فرمول (۸) دارد [7].

$$\chi(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} \chi^{\mathrm{v}}(\mathbf{k}) \\ \chi^{\mathrm{h}}(\mathbf{k}) \end{bmatrix} \exp(j\mathbf{kr}) = \begin{bmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha\cos\varphi \end{bmatrix} \exp(j\mathbf{kr}) \qquad (۸)$$

بردار $\mathbf{r}$، فاصله‌ی آنتن از مرکز آرایه‌ی آنتنی است و بردار $\mathbf{k}$، بردار موج دو بعدی با طول موج حامل $\lambda$ و زاویه‌ی $\varphi$ با محور افقی است و به صورت فرمول (۹) تعریف می‌شود.

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\left[\cos\varphi \quad \sin\varphi\right] \qquad (۹)$$

با توجه به فرمول (۸)، پاسخ مختلط آنتن BS برای عنصر با قطبی‌شدگی عمودی و افقی، مطابق فرمول (۱۰) بدست می‌آید [7].

$$\chi_{\mathrm{BS}}(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} \chi_{\mathrm{BS}}^{(\mathrm{v})}(\varphi) \\ \chi_{\mathrm{BS}}^{(\mathrm{h})}(\varphi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha\cos(\varphi) \end{bmatrix} \exp(j\mathbf{kr}) \qquad (۱۰)$$

$$\varphi = \theta_{n,m,\mathrm{AoD}} \qquad (۱۱)$$

در فرمول (۱۰)، مؤلفه‌ی اول، پاسخ مختلط آنتن BS برای عنصر با قطبی‌شدگی عمودی و مؤلفه‌ی دوم پاسخ مختلط آنتن BS برای عنصر با قطبی‌شدگی افقی است.

همچنین، با استفاده از فرمول (۸)، پاسخ مختلط آنتن MS برای عنصر با قطبی‌شدگی عمودی و افقی، با فرمول (۱۲) محاسبه می‌شود[7].

$$\chi_{\mathrm{MS}}(\mathbf{k})=\begin{bmatrix}\chi_{\mathrm{MS}}^{(\mathrm{v})}(\varphi)\\ \chi_{\mathrm{MS}}^{(\mathrm{h})}(\varphi)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\alpha\\ \sin\alpha\cos(\varphi)\end{bmatrix}\exp(j\mathbf{kr}) \tag{۱۲}$$

$$\varphi=\theta_{n,m,\mathrm{AoA}} \tag{۱۳}$$

در معادله‌ی (۱۲)، مؤلفه‌ی اول، پاسخ مختلط آنتن MS برای عنصر با قطبی‌شدگی عمودی و مؤلفه‌ی دوم، پاسخ مختلط آنتن MS برای عنصر با قطبی‌شدگی افقی است.

علاوه بر این، ماتریس $\mathbf{G}_i^{2\mathrm{D}}$ شامل ضرایب تصادفی عناصر موج است که با فرمول (۱۴) نمایش داده می‌شود [7,8].

$$\mathbf{G}_i^{2\mathrm{D}}=\begin{bmatrix}z_i^{\mathrm{vv}} & \sqrt{r_{n1}}z_i^{\mathrm{vh}}\\ \sqrt{r_{n2}}z_i^{\mathrm{hv}} & z_i^{\mathrm{hh}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\exp\left(j\Phi_{n,m}^{(\mathrm{v,v})}\right) & \sqrt{r_{n1}}\exp\left(j\Phi_{n,m}^{(\mathrm{h,v})}\right)\\ \sqrt{r_{n2}}\exp\left(j\Phi_{n,m}^{(\mathrm{v,h})}\right) & \exp\left(j\Phi_{n,m}^{(\mathrm{h,h})}\right)\end{bmatrix} \tag{۱۴}$$

در فرمول (۱۴)، متغیرهای z، نمایی مختلط با مشخصات تصادفی i.i.d هستند و $z_i$، $i$ امین ($i=1,\ldots,M$) عنصر موج برای هر کدام از کانال‌های با قطبی‌شدگی hh، hv، vh و vv است. همچنین، $\Phi_{n,m}^{(x,y)}$ زاویه‌ی انحراف بین عنصر $x$ (برای هر کدام از قطبی‌شدگی‌های افقی و عمودی) از المان BS و عنصر $y$ (برای هر کدام از قطبی‌شدگی‌های افقی و عمودی) از المان MS، برای m امین زیرمسیر از n امین مسیر اصلی است. متغیرهای $r_{n1}$ و $r_{n2}$ (برای n امین مسیر) نیز مشخصات تصادفی i.i.d دارند و در فرمول (۱۵) تعریف شده‌اند.

$$r_{n1}=\frac{P_{\mathrm{vh}}}{P_{\mathrm{vv}}},\qquad r_{n2}=\frac{P_{\mathrm{hv}}}{P_{\mathrm{hh}}} \tag{۱۵}$$

$P_{\mathrm{vh}}$: توان موجی است که با قطبی‌شدگی عمودی از BS ارسال و با قطبی‌شدگی افقی در MS دریافت می‌شود.

$P_{\mathrm{hv}}$: توان موجی است که با قطبی‌شدگی افقی از BS ارسال و با قطبی‌شدگی عمودی در MS دریافت می‌شود.

$P_{\mathrm{vv}}$: توان موجی است که با قطبی‌شدگی عمودی از BS ارسال و با قطبی‌شدگی عمودی در MS دریافت می‌شود.

$P_{\mathrm{hh}}$: توان موجی است که با قطبی‌شدگی افقی از BS ارسال و با قطبی‌شدگی افقی در MS دریافت می‌شود.

## ۳-۳- محاسبه‌ی ضرایب کانال

ضرایب کانال، با استفاده از پارامترهای معرفی شده در بخش ۳-۲ محاسبه می‌شود. ضرایب کانال، برای تعداد S آنتن آرایه‌ی BS و U آنتن آرایه‌ی MS (برای یکی از N مسیر اصلی)، ماتریس U در S با دامنه‌های مختلط هستند.

ماتریس کانال مدل دو بعدی، برای n امین مسیر (n = 1,…,N)، با $\mathbf{H}_n^{2\mathrm{D}}(t)$ نشان داده می‌شود. عنصر (u,s) از این ماتریس، در فرمول (۱۶) بیان شده است [7,8].

$$h_{u,s,n}^{2\mathrm{D}}(t)=\sqrt{\frac{P_n\sigma_{\mathrm{SF}}}{M}}\times\sum_{m=1}^{M}\left(\begin{array}{l}\begin{bmatrix}\cos\alpha & \sin\alpha\cos\left(\theta_{n,m,\mathrm{AoD}}\right)\end{bmatrix}\\ \times\begin{bmatrix}\exp\left(j\Phi_{n,m}^{(\mathrm{v,v})}\right) & \sqrt{r_{n1}}\exp\left(j\Phi_{n,m}^{(\mathrm{h,v})}\right)\\ \sqrt{r_{n2}}\exp\left(j\Phi_{n,m}^{(\mathrm{v,h})}\right) & \exp\left(j\Phi_{n,m}^{(\mathrm{h,h})}\right)\end{bmatrix}\\ \times\begin{bmatrix}\cos\alpha\\ \sin\alpha\cos\left(\theta_{n,m,\mathrm{AoA}}\right)\end{bmatrix}\\ \times\exp\left(j2\pi d_s\sin\left(\theta_{n,m,\mathrm{AoD}}\right)/\lambda\right)\\ \times\exp\left(j2\pi d_u\sin\left(\theta_{n,m,\mathrm{AoA}}\right)/\lambda\right)\\ \times\exp\left(j2\pi|v|\cos\left(\theta_{n,m,\mathrm{AoA}}-\theta_v\right)t/\lambda\right)\end{array}\right) \tag{۱۶}$$

بالانویس 2D[۲۳]، انتشار موج را در دو بعد نشان می‌دهد.

بهره‌ی مسیر بین آنتن شماره‌ی s در فرستنده و آنتن شماره‌ی u در گیرنده، با عنصر (u,s) از ماتریس کانال نشان داده و با فرمول (۱۷) محاسبه می‌شود.

$$h^{2\mathrm{D}}{}_{u,s}(t)=\sum_{n=1}^{N}h^{2\mathrm{D}}{}_{u,s,n}(t) \tag{۱۷}$$

بنابراین، ماتریس کانال، مطابق فرمول (۱۸) تعریف می‌شود.

$$\mathbf{H}^{2\mathrm{D}}(t)=\begin{bmatrix}h^{2\mathrm{D}}{}_{1,1}(t) & \cdots & h^{2\mathrm{D}}{}_{1,S}(t)\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ h^{2\mathrm{D}}{}_{U,1}(t) & \cdots & h^{2\mathrm{D}}{}_{U,S}(t)\end{bmatrix}_{U\times S} \tag{۱۸}$$

## ۴- بررسی ظرفیت کانال MIMO

رابطه‌ی برداری بین ورودی و خروجی کانال، با فرمول (۱۹) توصیف می‌شود.

$$\mathbf{y}=\mathbf{Hx}+\mathbf{w} \tag{۱۹}$$

در فرمول (۱۹)، $\mathbf{x}$ و $\mathbf{y}$ بردارهای ارسالی و دریافتی به ترتیب $n_t$ و $n_r$ بعدی و $\mathbf{w}$ نویز گوسی با میانگین صفر و واریانس $N_0$ هستند. برای سادگی، از تغییرات زمانی کانال صرف نظر شده است.

در این بخش، ظرفیت بوسیله‌ی تجزیه‌ی ماتریس کانال به گروهی از زیرکانال‌های موازی و مستقل محاسبه می‌شود. با استفاده از مقادیر ویژه[۲۴](SVD)، کانال را تجزیه می‌کنیم. در نتیجه، ماتریس کانال به صورت فرمول (۲۰) بازنویسی می‌شود.

$$\mathbf{H}=\mathbf{U\Lambda V}^* \tag{۲۰}$$

$\mathbf{U}$ و $\mathbf{V}$ به ترتیب ماتریس‌های $n_r\times n_r$ و $n_t\times n_t$ بعدی و همانی[۲۵] هستند. $\mathbf{\Lambda}$ ماتریس مستطیلی $n_r\times n_t$ بعدی که عناصر غیر قطر آن

صفر و عناصر قطر آن، مقادیر غیر منفی، حقیقی و تکین از ماتریس $\mathbf{H}$ است که در فرمول (۲۱) مرتب شده‌اند.

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_{n_{\min}} \quad , n_{\min} := \min\left(n_t, n_r\right) \tag{۲۱}$$

$$\mathbf{HH}^* = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{\Lambda}^t\mathbf{U}^* \tag{۲۲}$$

طبق فرمول (۲۲)، مربع مقادیر تکین ($\lambda_i^2$ ها)، مقادیر ویژه‌ی ماتریس‌های $\mathbf{HH}^*$ و $\mathbf{H}^*\mathbf{H}$ هستند. تعداد $n_{\min}$ مقدار ویژه وجود دارد. ماتریس کانال، در فرمول (۲۳) مجدداً بازنویسی شده است.

$$\mathbf{H} = \sum_{i=1}^{n_{\min}} \lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^* \tag{۲۳}$$

در فرمول (۲۳)، $\lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^*$ ماتریس‌هایی با مرتبه‌ی واحد هستند. پس، مرتبه‌ی ماتریس $\mathbf{H}$ برابر تعداد مقادیر ویژه‌ی مخالف صفر است.

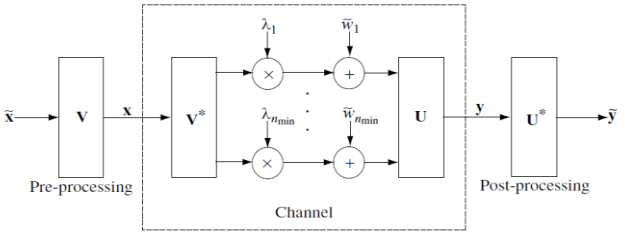
با تعریف پارامترهای جدید، مطابق فرمول (۲۴)، معادله‌ی کانال به صورت فرمول (۲۵) نمایش داده می‌شود.

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}} &:= \mathbf{V}^*\mathbf{x} \\ \tilde{\mathbf{y}} &:= \mathbf{U}^*\mathbf{y} \\ \tilde{\mathbf{w}} &:= \mathbf{U}^*\mathbf{w} \end{aligned} \tag{۲۴}$$

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{\Lambda}\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{w}} \tag{۲۵}$$

در فرمول (۲۵)، $\tilde{\mathbf{w}}$ نویز گوسی با میانگین صفر و واریانس $N_0$ است. بنابراین، نمایش معادل کانال به صورت کانال‌های موازی، مطابق فرمول (۲۶) تعریف می‌شود؛ که در شکل (۲) نشان داده شده است.

$$\tilde{y}_i = \lambda_i \tilde{x}_i + \tilde{w}_i \quad , i = 1, 2, \ldots, n_{\min} \tag{۲۶}$$




**شکل (۲): تجزیه‌ی کانال MIMO به کانال‌های موازی و مستقل با استفاده از تبدیل SVD [3].**

بنابراین، با تبدیل SVD، کانال MIMO به $n_{\min}$ کانال موازی و مستقل تجزیه می‌شود. ظرفیت کانال، از جمع ظرفیت کانال‌های مستقل، مطابق فرمول (۲۷) بدست می‌آید.

$$C = \sum_{i=1}^{n_{\min}} \log\left(1 + \frac{P_i^* \lambda_i^2}{N_0}\right) \quad \text{bits/s/Hz} \tag{۲۷}$$

توان‌های $P_1^*, \ldots, P_{n_{\min}}^*$ با استفاده از قاعده‌ی واترفیلینگ[۲۶]، توسط فرمول (۲۸) محاسبه می‌شوند.

$$\begin{aligned} P_i^* &= \left(\mu - \frac{N_0}{\lambda_i^2}\right)^+ \\ \sum_i P_i^* &= P \end{aligned} \tag{۲۸}$$

بوسیله‌ی قاعده‌ی واترفیلینگ، توان‌ها طوری انتخاب می‌شوند که ظرفیت حداکثر شود. از $\mu$ برای مشخص کردن مجموع توان استفاده می‌شود. هر $\lambda_i$ متناظر با یک حالت ویژه‌ی کانال است. هر حالت ویژه‌ی مخالف صفر، یک رشته از اطلاعات را پشتیبانی می‌نماید.

## ۵- پیاده‌سازی نرم‌افزاری کانال MIMO

در این بخش، به پیاده‌سازی نرم‌افزاری هر دو مدل معرفی شده می‌پردازیم و در نهایت خروجی‌های برنامه را با مباحث تئوری و فرمول‌های بیان شده مقایسه خواهیم کرد.

در این پیاده‌سازی، محیط suburban macro-cell در نظر گرفته شده است. پارامترهای وابسته به این محیط عبارتند از: PAS، AS در سمت BS، AS در سمت MS، بهره‌ی آنتن BS، بهره‌ی آنتن MS، مدل تلفات مسیر، $\Omega_{\text{MS}}$، $\Omega_{\text{BS}}$ و $\Phi_{n,m}$؛ که مقادیر آنها در جدول (۱) مشخص شده است.

چون با هر دفعه اجرای برنامه، محل پراکنده‌سازها و همچنین بعضی از پارامترهای کانال تغییر می‌کند، بنابراین برای محاسبه‌ی عملکرد سیستم، بایستی بر روی تعداد دفعات زیاد اجرای برنامه، میانگین گرفته شود. نتایج این بخش، به ازای ۱۰۰ بار اجرای برنامه‌ی شبیه‌سازی شده و میانگین‌گیری بر روی نتایج حاصل ، محاسبه شده است.

**جدول (۱) :مقادیر پارامترهای استفاده شده در شبیه‌سازی**

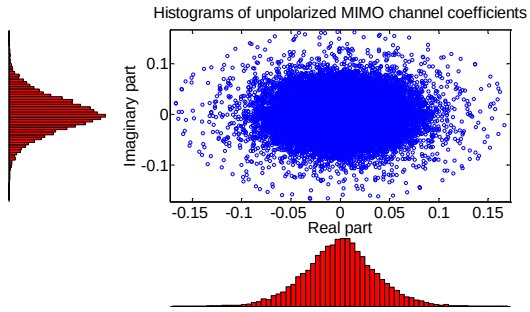
| پارامتر | مقدار | پارامتر | مقدار |
|---|---|---|---|
| $v$ | ۱ m/s | M | ۲۰ |
| $\theta_v$ | U(۰،۳۶۰) | $r_u$ | ۰/۵ λ |
| $f_c$ | ۱۹۰۰×۱۰^۶ Hz | $r_s$ | ۰/۵ λ |
| S | ۸ | الگوی آنتن BS | ۳ بخشی در هر سلول |
| U | ۸ | الگوی آنتن MS | همه جهته |
| PAS | Laplacian | AS در BS | ۲ درجه |
| $\Omega_{\text{MS}}$ | U(۰،۳۶۰) | AS در MS | ۳۵ درجه |
| $\Omega_{\text{BS}}$ | U(۰،۳۶۰) | بهره‌ی آنتن MS | ۰ dB |
| $\Phi_{n,m}$ | U(۰،۳۶۰) | بهره‌ی آنتن BS | [5] |
| N | ۶ | مدل تلفات مسیر | 31.5+35log10(d) [10] |

### ۵-۱- پیاده‌سازی SCM بدون در نظر گرفتن آنتن‌های قطبی‌شده

در این بخش، با استفاده از پارامترها و معادلات ذکر شده در بخش ۲، به پیاده‌سازی کانال می‌پردازیم. مقادیر پارامترهای استفاده شده در شبیه‌سازی، در جدول (۱) آورده شده است.

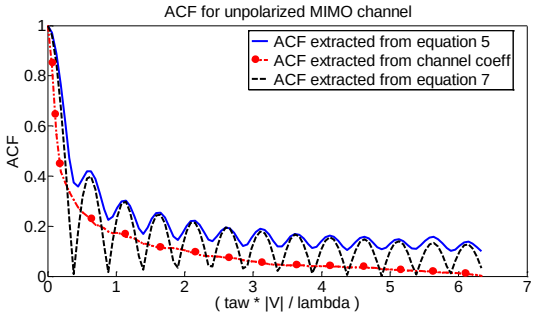
هیستوگرام[۲۷] بخش حقیقی و موهومی ضرایب کانال، در شکل (۳)، نشان داده شده است؛ که با توجه به شکل، توزیع گوسی حول مقدار صفر دارند.

خودهمبستگی زمانی و فضایی ضرایب کانال، با استفاده از فرمول‌های (۵) و (۷) و همچنین به صورت مستقیم از روی ضرایب کانال شبیه‌سازی شده، نیز در شکل (۴) آورده شده است.

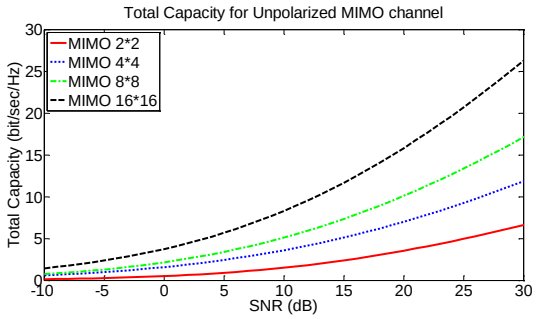



**شکل (۳): هیستوگرام بخش حقیقی و موهومی ضرایب کانال اولیه، بدون در نظر گرفتن آرایه‌های قطبی شده**

شکل (۵)، نیز ظرفیت کانال را بر حسب SNR و برای تعداد متغیری از آنتن‌های فرستنده و گیرنده نشان میدهد. همان‌طور که از شکل (۵) مشاهده می‌شود، با افزایش تعداد آنتن‌ها، ظرفیت کانال MIMO افزایش یافته است.




**شکل (۴): خود همبستگی زمانی و فضایی کانال**

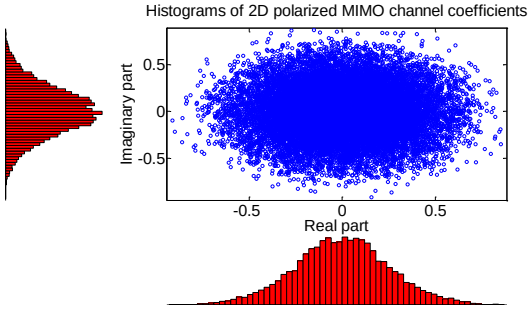



**شکل (۵): ظرفیت مدل غیر قطبی SCM**

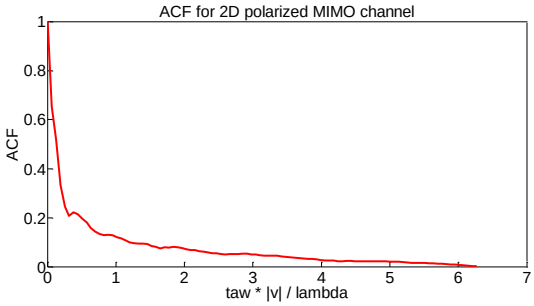
## ۵-۲- پیاده‌سازی دو بعدی SCM با در نظر گرفتن آرایه‌های قطبی شده

با استفاده از پارامترها و معادلات ذکر شده در بخش ۳، به پیاده‌سازی مدل دو بعدی SCM با در نظر گرفتن آرایه‌های قطبی‌شده می‌پردازیم. مقادیر پارامترهای استفاده شده در شبیه‌سازی، همان است که در جدول (۱) گزارش شده است.

شکل (۶)، هیستوگرام بخش حقیقی و موهومی ضرایب کانال را نشان می‌دهد که در این مورد نیز توزیع گوسی حول مقدار صفر دارند. بعد از بدست آوردن ضرایب کانال، خودهمبستگی ضرایب مورد ارزیابی قرار گرفته است که در شکل (۷) مشاهده می‌شود.

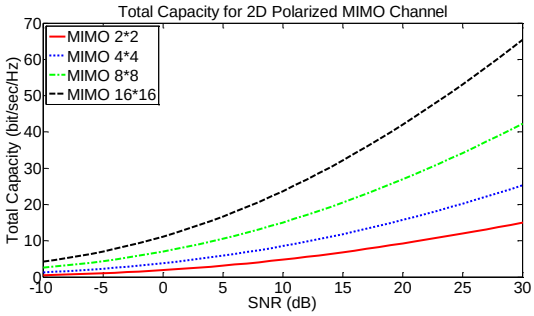



**شکل (۶): هیستوگرام بخش حقیقی و موهومی ضرایب کانال مدل دو بعدی SCM، با در نظر گرفتن آرایه‌های قطبی شده**



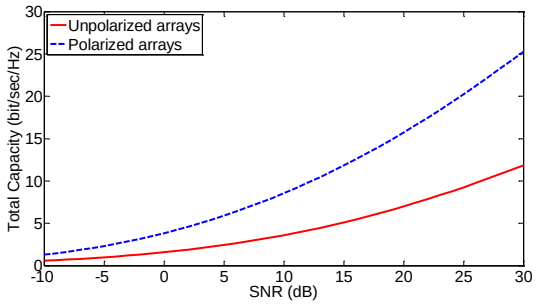

**شکل (۷): خود همبستگی زمانی ضرایب کانال مدل قطبی‌شده‌ی دو بعدی SCM**

ظرفیت کانال مدل قطبی‌شده‌ی دو بعدی، با استفاده از فرمول (۲۷) محاسبه شده و برای تعداد متغیری از آنتن‌های فرستنده و گیرنده، در شکل (۸) نمایش داده شده است؛ که در این مورد نیز با افزایش تعداد آنتن‌ها، ظرفیت کانال MIMO افزایش یافته است.




**شکل (۸): نمودار ظرفیت مدل قطبی‌شده‌ی دو بعدی SCM**

شکل (۹)، ظرفیت کانال MIMO 4×4 را برای ۲ مدل (غیر قطبی و قطبی دو بعدی) نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، استفاده از آرایه‌های آنتنی قطبی‌شده در سمت فرستنده و گیرنده، سبب افزایش ظرفیت شده است.




**شکل (۹): مقایسه ظرفیت کانال MIMO 4×4، برای ۲ حالت مدل غیر قطبی و مدل قطبی دو بعدی**

## ۶- نتیجه‌گیری

نتایج حاصل از شبیه‌سازی مدل کانال فضایی، نشان می‌دهد که این مدل با رفع پیچیدگی‌های مربوط به طراحی، تطابق خوبی با مباحث تئوری و فرمول‌های پیچیده‌ی ریاضی بیان شده در مورد کانال‌های MIMO دارد. بنابراین می‌توان از این مدل در طراحی و شبیه‌سازی سایر الگوریتم‌های مربوط به این نوع از سیستم‌ها و بررسی سایر ویژگی‌های آن استفاده نمود.

## مراجع


[۱] امیری. شروین، شریفی مقدم. الهام، **"طراحی، تحلیل و ساخت آنتن دو بانده برای یک ماهواره LEO کوچک"**، نشریه مهندسی برق و الکترونیک ایران، سال سوم، شماره دوم، پاییز و زمستان ۱۳۸۵.

[۲] راشد محصل. جلیل، محمدپور اقدم. کریم، فرجی دانا. رضا، **"طراحی، شبیه‌سازی و ساخت آنتن مسطح سینوسی با پلاریزاسیون دوگانه در محدوده فرکانسی ۱۸-۲ GHz"**، نشریه مهندسی برق و الکترونیک ایران، سال اول، شماره سوم، زمستان ۱۳۸۳.

[3] D. Tse, P. Viswanath, *Fundamentals of Wireless Communication*, Cambridge University Press, 2005.

[4] F. Khan, *LTE for 4G Mobile Broadband*, Cambridge University Press, pp. 448-466, 2009.

[5] SCM-132, *Spatial Channel Model Text Description V6.0, Spatial Channel Model AHG (Combined ad-hoc from 3GPP & 3GPP2)*, April 22 2003.

[6] Lucent. *MIMO system level channel model*. TSG_R WG1 document TSGR1(02)0326, Espoo Finland.

[7] M. Shafi, M. Zhang, A. L. Moustakas, P. J. Smith, A. F. Molisch, F. Tufvesson, S. H. Simon, *"Polarized MIMO Channels in 3D: Models, Measurements and Mutual Information"*, IEEE Journal on Communications, Vol.24, No. 3, pp. 514-527, 2006.

[8] F. Qin, Rakesh, S. Sun, S. Kang, *"Polarization Modelling for MIMO Channel"*, IEEE Fourth International Conference on Communications and Networking, pp. 1-5, 2009.

[9] C. X. Wang, X. Hong, H. Wu, W. Xu, *"Spatial-Temporal Correlation Properties of the 3GPP Spatial Channel Model and the Kronecker MIMO Channel Model"*, EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, pp. 1-9, 2007.

[10] G. Calcev, D. Chizhik, B. Goransson, S. Howard, H. Huang, A. Kogiantis, A. F. Molisch, A. L. Moustakas, D. Reed, H. Xu, *"A Wideband Spatial Channel Model for System-Wide Simulations"*, IEEE Trans. Vehicular Technology, Vol. 5, No. 2, pp. 389-403, 2007.

[11] P.J. Smith, M. Shafi, *"The Impact of Complexity in MIMO Channel Models"*, IEEE Conf. on Communications, New Zealand, Vol. 5, pp. 2924-2928, 2004.


## زیرنویس‌ها

۱ Multiple Input Multiple Output
۲ Beamforming
۳ Ray-tracing model
۴ Correlation model
۵ Scattering model
۶ Outdoor
۷ Spatial Channel Model
۸ Cross-polarized
۹ Azimuth spectrum
۱۰ Elevation spectrum
۱۱ Delay Spread
۱۲ Shadow Fading
۱۳ Angle Spread
۱۴ Base Station
۱۵ Mobile Station
۱۶ Angle of Departure
۱۷ Angle of Arrival
۱۸ Temporal correlation
۱۹ Spatial correlation
۲۰ Vertical
۲۱ Horizontal
۲۲ Cross-polarization discrimination
۲۳ Dimension
۲۴ Singular Value Decomposition
۲۵ Unitary ($\mathbf{UU^*=U^*U=I}$)
۲۶ Waterfilling
۲۷ Histogram