طراحی رؤیتگر تطبیقی پیش‌بین برای سیستم‌های دارای تأخیر هم‌زمان در ورودی و حالت همراه با نامعینی

سید حمید هاشمی پور[1]

۱- استادیار- دانشکده مهندسی برق- دانشگاه آزاد اسلامی واحد رودسر و املش- گیلان- ایران

h.hashemipour@srbiau.ac.ir

چکیده: در این مقاله، جبران سازی تأخیر برای یک سیستم دارای تأخیر هم‌زمان در حالت و ورودی همراه با نامعینی با رؤیتگر تطبیقی بررسی می‌شود. برای پیش‌بینی دقیق باوجود عبارت نامعلوم، ابتدا یک رؤیتگر تطبیقی برای سیستم طراحی می‌شود. نامعینی سیستم همراه با تأخیر متغیر بازمان با یک تابع محدودشده که نیاز نیست مقدار تأخیر و حد بالای نامعینی برای طراحی معلوم باشد. سپس رؤیتگر دوم به‌منظور جبران سازی تأخیر هم‌زمان در حالت و ورودی معرفی می‌شود که تأخیر در ورودی به‌صورت اختیاری می‌تواند بزرگ‌تر از تأخیر در حالت باشد. مزیت این روش این است که برای جبران تأخیر در ورودی در سیستم نامعین، از حل عددی استفاده نمی‌کند. با استفاده از تئوری لیاپانوف اثبات می‌گردد که با رؤیتگرهای طراحی‌شده، تأخیر در ورودی سیستم دارای نامعینی غیرخطی به‌خوبی جبران سازی شده و خطای تخمین محدود و کوچک خواهد بود. مزیت و کارایی روش پیشنهادی با یک مثال عددی نشان داده می‌شود.

واژه‌های کلیدی: تأخیر در ورودی، رؤیتگر تطبیقی، ماتریس نابرابری خطی

نوع مقاله: پژوهشی

DOI :10.52547/jiaeee.19.2.231

تاریخ ارسال مقاله : ۱۳۹۸/۱۱/۲۸

تاریخ پذیرش مشروط مقاله:۱۳۹۹/۱۱/۲۷

تاریخ پذیرش مقاله : ۱۴۰۰/۰۳/۱۰

نام نویسنده‌ی مسئول: سید حمید هاشمی پور

نشانی نویسنده‌ی مسئول: ایران – گیلان – رودسر – خیابان شهدا - دانشگاه آزاد اسلامی واحد رودسر و املش – دانشکده‌ی برق

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-16]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1401.19.2.9.7]

[DOI: 10.52547/jiaeee.19.2.231]

۱- مقدمه

سیستم‌های با تأخیر زمانی به‌عنوان دسته‌ی مهمی از سیستم‌ها، در فرآیند شیمیایی، آئرودینامیک، سیستم‌های هیدرولیک، رآکتورهای هسته‌ای و شبکه‌های ارتباطی حضورداشته و معادلات دینامیکی توصیف‌کننده اغلب سیستم‌های کاربردی، تأخیری می‌باشند. بسیاری از فرآیندهای صنعتی، سیستم‌های مکانیکی و الکتریکی و اقتصادی در دینامیک داخلی‌شان شامل پدیده‌ی زمان مرده هستند. علاوه بر این حس‌گرها، محرک‌ها و شبکه‌های ارتباطی تأخیرهای اضافی را ایجاد می‌کنند. تأخیر زمانی به‌عنوان زمان موردنیاز بین اعمال تغییر در ورودی و مشاهده‌ی تأثیر آن در خروجی نیز تعریف می‌شود. زمان تأخیر می‌تواند ثابت یا متغیر بوده و این بستگی به پیچیدگی سیستم دارد. مسئله دیگر در سیستم‌های تأخیری بعد بی‌نهایت این سیستم‌ها هست که کنترل آن‌ها را پیچیده می‌کند. ازاین‌رو مطالعات سیستم‌های تأخیری همچنان موردتوجه بسیاری از محققان است [۱-۳].

فیدبک پیش‌بین یک روش مؤثر و کارا برای جبران تأخیر در ورودی در سیستم‌ها می‌باشد. پیش‌بین اسمیت در اواخر دهه پنجاه برای جبران تأخیر در ورودی برای سیستم‌های پایدار ارائه‌شده [۴]، اما این روش برای سیستم‌هایی با حلقه باز ناپایدار مناسب نبود. البته در چند دهه بعد پیش‌بین اسمیت بهبودیافته برای سیستم‌های با حلقه باز ناپایدار معرفی شد [۵]. در ادامه پژوهش‌های تحقیقی برای جبران تأخیر در ورودی، این محدودیت با روشی که فیدبک پیش‌بین نامیده می‌شود، برداشته شد [۶]. ایده این روش استفاده از حالت‌های جاری و سیگنال‌های کنترل گذشته برای جبران تأخیر در ورودی است. یک ویژگی جالب این روش این است که سیستم حلقه بسته دارای صفرهای محدود بوده و به همین دلیل این روش جایابی طیف محدود نامیده می‌شود [۶]. در [۷] روش جایابی طیف جزئی برای سیستم‌هایی با مقادیر ویژه ناپایدار ارائه‌شده که این روش نیز سیستم را دارای بعد بی‌نهایت خواهد کرد. بیشتر مقالاتی که از ایده پیش‌بین برای حل مسئله تأخیر در ورودی استفاده کردند، از تکنیک کاهش مدل و جایابی طیف محدود استفاده کرده‌اند [۸]. اگر در سیستمی علاوه بر تأخیر در ورودی، تأخیر در حالت نیز باشد، آنگاه روش کاهش مدل دیگر کاربرد ندارد. همچنین حل انتگرال عددی، استفاده از حالت‌ها و سیگنال‌های کنترلی گذشته برای پیش‌بینی آینده آسان نبوده و خود حل عددی یکی از عوامل تأخیر در ورودی در سیستم‌ها می‌باشد. در [۹] روش پیش‌بین کوتاه شده[1] برای پایدارسازی سیستم‌هایی با تأخیر هم‌زمان در ورودی و حالت و دارای حلقه باز ناپایدار ارائه‌شده است. البته این روش هم در ادامه به حل عددی منجر می‌شود. در تحقیق دیگری از همین نویسنده روش پیش‌بین آشیانه‌ای برای پایدارسازی سیستم‌هایی با حلقه باز ناپایدار و با فرض اینکه تأخیر در ورودی به‌صورت اختیاری بزرگ‌تر از تأخیر در حالت باشد، معرفی‌شده است [۱۰]. این ایده درواقع بسط روش فیدبک پیش‌بین بوده، اما با اعمال تغییراتی در آن، برای زمانی که تأخیر در ورودی بزرگ‌تر از تأخیر در حالت باشد، نیز قابل‌استفاده بود. البته در این روش هم باز جبران تأخیر در ورودی به‌وسیله حل عددی انجام‌شده است. در [۱۱] روش اضافه کردن انتگرال گیر برای جبران تأخیر هم‌زمان در حالت و ورودی ارائه‌شده است، اما این روش به دلیل اضافه کردن قطب جدید به سیستم سرعت پایداری را کاهش داده و پاسخ‌های سیستم با یک نوسان قابل‌توجه همراه است. به دلیل ماهیت نامعین سیستم‌ها، محققان بسیاری از ایده کنترل تطبیقی برای جبران سازی و پایدارسازی سیستم‌های تأخیری استفاده کرده‌اند [۱۲]. در [۱۳] یک رؤیتگر فازی- تطبیقی برای سیستم‌های غیرخطی تأخیری با محدودیت‌هایی در ورودی و خروجی طراحی‌شده است. همچنین استفاده از شبکه‌های عصبی برای کنترل سیستم‌های نامعین با تأخیر ثابت در ورودی نیز در [۱۴] بررسی‌شده است. استفاده از رؤیتگر در سیستم‌های تأخیری برای جبران سازی اخیراً موردتوجه محققان قرارگرفته است [۱۵, ۱۶]. در این راستا، یک رؤیتگر با رویکرد مد لغزشی برای سیستم غیرخطی نامعین با تأخیر متغیر بازمان در حالت در [۱۷] معرفی‌شده است. در [۱۸] یک سیستم نامعین با تأخیر متغیر بازمان در حالت بررسی‌شده و نامعینی با یک تابع خطی محدودشده است. در [۱۹] پایدارسازی سیستم دارای تأخیر ثابت در حالت و ورودی برای سیستم پیوسته و گسسته بررسی‌شده و از رؤیتگر برای جبران سازی استفاده‌شده است، اما در این کار تحقیقی، نامعینی که پیش‌بینی در سیستم‌های دارای تأخیر در ورودی را مشکل می‌کند، در نظر گرفته نشده است. استفاده از چندین روش برای جبران تأخیر در ورودی در سیستم‌های مقیاس بزرگ اخیراً توسط نویسنده مقاله ارائه‌شده است [۲۰-۲۲]. در [۲۲] یک رؤیتگر تطبیقی به‌منظور معلوم بودن عبارت به‌هم‌پیوستگی طراحی‌شده تا پیش‌بینی دقیق‌تری صورت گیرد. وجود نامعینی جبران تأخیر در ورودی را سخت خواهد کرد. همچنین در [۲۳] ایده استفاده از رؤیتگر برای جبران تأخیر در ورودی برای یک سیستم خطی ارائه‌شده که در آن با استفاده از LMI[2] ابتدا یک فیدبک حالت بدون در نظر گرفتن تأثیر تأخیر در ورودی برای سیستم به‌منظور پایدارسازی طراحی می‌شود، سپس در گام بعدی با استفاده از رؤیتگر، تأخیر در ورودی جبران خواهد شد. البته محدودیت این روش‌ها آن است که فقط برای سیستم‌های خطی قابل‌استفاده است.

در این مقاله از ایده رؤیتگر به دو منظور استفاده می‌شود. ابتدا یک رؤیتگر تطبیقی به‌منظور معلوم بودن عبارت‌های سیستم و تخمین نامعینی استفاده می‌شود. در مرحله بعد رؤیتگر به‌منظور جبران سازی، در سیستم دارای تأخیر هم‌زمان در ورودی و حالت به همراه یک عبارت نامعین دارای تأخیر متغیر بازمان طراحی می‌شود. همچنین فرض می‌شود که تأخیر در ورودی به‌صورت اختیاری بزرگ‌تر از تأخیر در حالت باشد که خود این مسئله بسیاری از روش‌های ارائه‌شده قبلی به‌منظور جبران سازی را غیر علی و غیرقابل پیاده‌سازی در عمل

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-16]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1401.19.2.9.7]
[DOI: 10.52547/jiaeee.19.2.231]

می‌کند. همچنین نامعلوم بودن حد بالای نامعینی نیز اعمال این روش را برای بسیاری از سیستم‌های عملی امکان‌پذیر می‌کند، چون در عمل معمولاً حد بالای نامعینی‌ها در دسترس نیست. همچنین نیازی به معلوم بودن مقدار تأخیر متغیر بازمان نیست و فرض اینکه مشتق آن کمتر از یک باشد، نیز در این مقاله برداشته‌شده است. درواقع این مقاله بسط روش ارائه‌شده در [۲۳] می‌باشد که یک حل غیر عددی برای سیستم‌های تأخیری خطی ارائه کرده که در این مقاله این ایده برای سیستم‌هایی دارای تأخیر هم‌زمان در ورودی و حالت ولی همراه با عبارت نامعین غیرخطی و تأخیر متغیر بازمان بسط داده می‌شود.

نوآوری کار حاضر، معرفی یک روش غیر عددی برای سیستم‌های دارای تأخیر هم‌زمان در حالت و ورودی به همراه عبارت غیرخطی نامعین دارای تأخیر متغیر بازمان می‌باشد. در [۱۹, ۲۳] نامعینی غیرخطی در نظر گرفته نشده که در نظر گرفتن آن، پیش‌بینی دقیق برای جبران سازی را با مشکل مواجه می‌کند. همچنین در [۱۷, ۱۸] تأخیر در ورودی در نظر گرفته نشده و فقط اثر تأخیر در حالت در سیستم نامعین بررسی‌شده است. در این مقاله اثر تأخیر در ورودی و حالت، تأخیر متغیر بازمان و نامعینی هم‌زمان باهم بررسی‌شده و برای جبران سازی و پایدارسازی سیستم باوجود همه این عوامل، راهکارهایی پیشنهادشده است. این مقاله شامل بخش‌های زیر می‌باشد. در بخش دوم، فرضیات و فرمول‌بندی مسئله معرفی می‌شود. طراحی رؤیتگر و اثبات پایداری آن به روش لیاپانوف در بخش سوم آورده شده است. در بخش چهارم، یک مثال عددی در نظر گرفته‌شده که تئوری‌های معرفی‌شده بر روی آن اعمال می‌شوند. در بخش پنجم نیز نتیجه‌گیری مقاله قرار داده‌شده است.

۲- فرضیات و فرمول‌بندی مسئله

یک کلاس از سیستم‌های تأخیر زمانی با تأخیر در حالت و ورودی همراه با یک عبارت نامعین با معادلات زیر بیان می‌شود:

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+A_d\,x(t-d)+Bu(t-R)+B\xi\big(\theta,x(t),x(t-h(t),t\big) \quad (۱)$$

که $x\in R^n$ و $u\in R^m$ به ترتیب حالت‌های سیستم و ورودی کنترلی است. هم‌چنین $A,A_d\in R^{n\times n}$ ماتریس‌های معلوم، d و R تأخیر در حالت و ورودی و $\xi\big(\theta,x(t),x(t-h(t),t\big)$ یک عبارت نامعلوم و دارای تأخیر متغیر بازمان است که درواقع نامعینی‌های سیستم را نمایندگی می‌کند. همچنین تأخیر $h(t)$ محدود و متغیر بازمان بوده و شرایط زیر را برآورده می‌کند:

$$0\le \bar{f}\le h(t)\le \bar{h}<\infty \quad (۲)$$

که $\bar{h}$ و $\bar{f}$ ثابت‌های مثبت هستند. در بررسی منابع مشخص می‌شود که در بسیاری از آن‌ها فرض مثبت و کمتر از یک بودن مشتق این تأخیر جزو فرض‌های مسئله است [۲۴-۲۶]. اما در کار حاضر فقط فرض مثبت و محدود بودن این تأخیر در نظر گرفته‌شده است. شرایط اولیه مرتبط با تأخیر به‌صورت زیر است:

$$x(t)=\Xi(t),\ \ t\in[t_0-\tau,t_0]$$

که $\tau=\max\{\bar{h},d\}$ و تابع $\Xi(t)$ پیوسته است. در ادامه برای طراحی رؤیتگر تطبیقی فرض‌های زیر در نظر گرفته می‌شود:

فرض ۱. ماتریس مثبت معین P از معادله زیر به‌دست‌آمده که Q نیز یک ماتریس مثبت معین است:

$$A_m{}^TP+PA_m=-Q \quad (۳)$$

در این رابطه A_m یک ماتریس پایدار و درواقع به‌نوعی مدل مرجع می‌باشد. اگر جفت $\{A_m,B\}$ پایدار و کنترل‌پذیر باشد، فرض ۱ برآورده می‌شود.

فرض ۲. حد بالای عبارت $\xi(.)$ با تابع $\rho(.)$ که یک تابع مثبت، محدود و یکنواخت نسبت به زمان بوده و با مقدار ثابت نامعلوم θ^* به‌صورت زیر مقید می‌شود:

$$\xi\big(\theta,x(t),x(t-h(t),t\big)\le\theta^*\rho\big(x(t),x(t-h(t))\big) \quad (۴)$$

و طراحی کنترل‌کننده وابسته به مقدار $\rho(.)$ نیست. بدون کاستن از کلیت مسئله، تعریف زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\psi^*=\eta^{-1}\varepsilon\|\theta^*\|^2 \quad (۵)$$

در این رابطه η و ε ثابت‌های مثبت بوده و ε لازم نیست که مقدار آن معلوم باشد. همچنین فرض می‌شود که ψ^* یک ثابت مثبت نامعلوم است. در نظر گرفتن این فرض، کمک می‌کند که سیستم در برابر اغتشاش‌های دارای حدهای بالای محدود نیز مقاوم باشد. چون می‌توان این اغتشاش‌ها و نامعینی‌ها را در داخل این عبارت مدل کرد. درواقع با این فرض، کافی است که نامعینی سیستم کران‌دار بوده ولی برای طراحی کنترل‌کننده نیازی نیست که این کران معلوم باشد.

فرض ۳. جفت (A,C) کاملاً رؤیت پذیر می‌باشند.

فرض ۴. شرایط سازگاری برای طراحی رؤیتگر به شرح زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$A-A_m=K'C,\ \ A_d-K''C=0$$

که K'' و K' بهره رؤیتگر هست. ازآنجایی‌که انتخاب مدل مرجع معمولاً دست طراح سیستم بوده، برآورده کردن شروط بالا نمی‌تواند خیلی سخت باشد. البته این شرایط که بنام شرایط سازگاری شناخته می‌شود، در مقالات زیادی استفاده‌شده و مختص به کار ما نیست [۲۶, ۲۷]

فرض ۵. با انتخاب مناسب K و K_r سیستم زیر می‌تواند پایدار مجانبی باشد:

$$\dot{x}(t)=(A+BK)x(t)+(A_d+BK_r)\,x(t-d) \quad (۶)$$

که این ضرایب می‌تواند به‌وسیله ماتریس LMI تعیین شود. یعنی برای پایداری کافی است که ماتریس زیر پایدار باشد.

$$\begin{bmatrix} P(A+BK)+(A+BK)^TP+Q & P(A_d+BK_r)\\ (A_d+BK_r)^TP & -Q\end{bmatrix}<0$$

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-16]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1401.19.2.9.7]
[DOI: 10.52547/jiaeee.19.2.231]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers Vol.19 No.2 Summer2022

۳- طراحی رؤیتگر تطبیقی

۳-۱- طراحی رؤیتگر تطبیقی به‌منظور تخمین نامعینی سیستم

در این بخش یک رؤیتگر تطبیقی به‌منظور معلوم بودن سیستم با یک روش جدید و ساده طراحی می‌شود. بدین منظور بردار خروجی $y(t)$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$y(t)=Cx(t) \tag{۷}$$

قضیه ۱. اگر برای سیستم (۱) رؤیتگر تطبیقی به‌صورت زیر در نظر گرفته شود:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t)&=A\hat{x}(t)+A_d\hat{x}(t-d)+Bu(t-R)\\&+BF(\hat{\psi}(t),e(t),t)\\&+K'\left(y(t)-C\hat{x}(t)\right)+K''\left(y(t-d)-C\hat{x}(t-d)\right)\end{aligned} \tag{۸}$$

که

$$F\left(\hat{\psi}(t),e(t),t\right)=\frac{1}{2}\eta\hat{\psi}(t)B^TPe(t) \tag{۹}$$

و

$$\frac{d\hat{\psi}(t)}{dt}=-\gamma\sigma\hat{\psi}(t)+\gamma\eta\left\|B^TPe(t)\right\|^2 \tag{۱۰}$$

آنگاه با استفاده از فرض‌های در نظر گرفته‌شده، خطای رؤیتگر به‌طور نمایی و یکنواخت به یک کره کوچک همگرا می‌شود.

اثبات. در این روابط $\hat{\psi}(t)$ درواقع تخمین مقدار نامعین ψ^* در (۵) بوده و به‌وسیله قانون تطبیقی (۱۰) به‌روزرسانی می‌شود. همچنین در (۱۰) γ,σ ثابت‌های مثبت و $\hat{\psi}(t_0)$ محدود و $e(t)$ خطای رؤیتگر است. با در نظر گرفتن $\tilde{\psi}(t)=\hat{\psi}(t)-\psi^*$ قانون تطبیقی (۱۰) را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$\frac{d\tilde{\psi}(t)}{dt}=-\gamma\sigma\tilde{\psi}(t)+\gamma\eta\left\|B^TPe(t)\right\|^2-\gamma\sigma\psi^* \tag{۱۱}$$

با تعریف خطای رؤیتگر به‌صورت $e(t)=x(t)-\hat{x}(t)$ آنگاه مشتق این خطا برابر است با

$$\begin{aligned}\dot{e}(t)&=\left(A-K'C\right)e(t)+\left(A_d-K''C\right)e(t-d)\\&+B\left(\xi\left(\theta,x(t),x(t-h(t),t\right)-F\left(\hat{\psi}(t),e(t),t\right)\right)\end{aligned} \tag{۱۲}$$

با استفاده از فرض ۴، رابطه بالا را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned}\dot{e}(t)&=A_m\,e(t)\\&+B\left(\xi\left(\theta,x(t),x(t-h(t),t\right)-F\left(\hat{\psi}(t),e(t),t\right)\right)\end{aligned} \tag{۱۳}$$

حال برای اثبات همگرایی خطا در رؤیتگر پیشنهادی، یک تابع لیاپانوف به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V(e(t),\tilde{\psi}(t))=e(t)^T\,Pe(t)+\frac{1}{2}\gamma^{-1}\tilde{\psi}(t)^2 \tag{۱۴}$$

مشتق تابع لیاپانوف برابر است با

$$\begin{aligned}&\frac{dV(e(t),\tilde{\psi}(t))}{dt}=\\&e(t)^T\left(A_m^TP+PA_m\right)e(t)+\gamma^{-1}\tilde{\psi}(t)\frac{d\tilde{\psi}(t)}{dt}\\&+2e(t)^TPB\left(\xi\left(\theta,x(t),x(t-h(t),t\right)-\frac{1}{2}\eta\hat{\psi}(t)B^TPe(t)\right)\end{aligned} \tag{۱۵}$$

با در نظر گرفتن فرض ۱، رابطه بالا را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned}\frac{dV\left(e(t),\tilde{\psi}(t)\right)}{dt}&\le-\lambda_{\min}(Q)\left\|e(t)\right\|^2+\gamma^{-1}\tilde{\psi}(t)\frac{d\tilde{\psi}(t)}{dt}\\&+2e(t)^TPB\theta^*\rho\left(x(t),x(t-h(t))\right)\\&-e(t)^TPB\left(\eta\hat{\psi}(t)B^TPe(t)\right)\end{aligned} \tag{۱۶}$$

بر طبق مرجع [۲۸] برای اثبات پایداری لیاپانوف از رابطه زیر که به ازای هر ثابت مثبت $\varepsilon>0$ برقرار بوده، استفاده می‌شود:

$$2ab\le\varepsilon a^2+\varepsilon^{-1}b^2,\quad\forall a,b\in R^+ \tag{۱۷}$$

با استفاده از این نابرابری، رابطه (۱۶) را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned}\frac{dV(e(t),\tilde{\psi}(t))}{dt}&\le-\lambda_{\min}(Q)\left\|e(t)\right\|^2+\gamma^{-1}\tilde{\psi}(t)\frac{d\tilde{\psi}(t)}{dt}\\&\varepsilon\left(\theta^*\right)^2\left\|B^TPe(t)\right\|^2+\varepsilon^{-1}\left\|\rho\left(x(t),x(t-h(t))\right)\right\|^2\\&-\eta\hat{\psi}(t)\left\|B^TPe(t)\right\|^2\end{aligned} \tag{۱۸}$$

با در نظر گرفتن (۵)، رابطه بالا به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\begin{aligned}\frac{dV(e(t),\tilde{\psi}(t))}{dt}&\le-\lambda_{\min}(Q)\left\|e(t)\right\|^2+\gamma^{-1}\tilde{\psi}(t)\frac{d\tilde{\psi}(t)}{dt}\\&-\eta\tilde{\psi}(t)\left\|B^TPe(t)\right\|^2+\varepsilon^{-1}\left\|\rho\left(x(t),x(t-h(t))\right)\right\|^2\end{aligned} \tag{۱۹}$$

حال با توجه به اینکه $\hat{\psi}(t)=\tilde{\psi}(t)+\psi^*$ و (۱۰) و (۱۱) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\frac{dV(e(t),\tilde{\psi}(t))}{dt}&\le-\lambda_{\min}(Q)\left\|e(t)\right\|^2\\&+\varepsilon^{-1}\left\|\rho\left(x(t),x(t-h(t))\right)\right\|^2-\sigma\left(\tilde{\psi}(t)\right)^2-\sigma\tilde{\psi}(t)\psi^*\end{aligned} \tag{۲۰}$$

با اندکی دست‌کاری این معادلات خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\frac{dV(e(t),\tilde{\psi}(t))}{dt}&\le-\lambda_{\min}(Q)\left\|e(t)\right\|^2-\frac{1}{2}\sigma\tilde{\psi}^2(t)\\&+\frac{1}{2}\sigma\left|\psi^*\right|^2+\varepsilon^{-1}\left\|\rho\left(x(t),x(t-h(t))\right)\right\|^2\end{aligned} \tag{۲۱}$$

که

$$\bar{\varepsilon}=\frac{1}{2}\sigma\left|\psi^*\right|^2 \tag{۲۲}$$

با صرف‌نظر از عبارت‌های منفی و در نظر گرفتن تابع لیاپانوف تعریف‌شده در (۱۴) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}\frac{dV(e(t),\tilde{\psi}(t))}{dt}&\le-\lambda_{\min}(Q)\lambda_{\max}^{-1}(P)e^T(t)Pe(t)\\&-\frac{1}{2}\sigma\tilde{\psi}^2(t)+\varepsilon^{-1}\left\|\rho\left(x(t),x(t-h(t))\right)\right\|^2+\bar{\varepsilon}\\&\le-\mu V(e(t),\tilde{\psi}(t))+\varepsilon^{-1}\left\|\rho\left(x(t),x(t-h(t))\right)\right\|^2+\bar{\varepsilon}\end{aligned} \tag{۲۳}$$

که

$$\mu=\min\left\{\lambda_{\min}(Q)\lambda_{\max}^{-1}(P),\sigma\gamma\right\} \tag{۲۴}$$

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-16]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1401.19.2.9.7]
[DOI: 10.52547/jiaeee.19.2.231]

با فرض اینکه $V(t)=V(e(t),\tilde{\psi}(t))$ و با توجه به تعریف تابع لیاپانوف در (۱۴) و بعد از مقداری دست‌کاری معادلات و با استفاده از (۲۴) برای هر $t\geq t_0$ خواهیم داشت:

$$\|e(t)\|^2 \leq (\lambda_{\min}(P))^{-1} e^{-\mu(t-t_0)} V(t_0) + (\lambda_{\min}(P))^{-1}\mu^{-1}\left(\frac{1}{2}\sigma|\psi^*|^2\right) + (\lambda_{\min}(P))^{-1}\varepsilon^{-1}\int_{t_0}^{t}\left(e^{-\mu(t-\tau)}\|\rho(x(\tau),x(\tau-h(\tau)))\|^2\right)d\tau \quad (۲۵)$$

که ε ثابت مثبت هست. همچنین می‌توان گفت این پارامتر نابرابری زیر را نیز برآورده می‌کند:

$$\frac{(\lambda_{\min}(P))^{-1}\varepsilon^{-1}}{\mu}<1 \quad (۲۶)$$

پس به ازای هر $0\leq\delta\leq\mu$ تابع پیوسته زیر تعریف می‌شود:

$$k(\delta)=\frac{(\lambda_{\min}(P))^{-1}\varepsilon^{-1}}{\mu-\delta}e^{\delta\bar{h}} \quad (۲۷)$$

از رابطه (۲۶) و (۲۷) می‌توان استنباط کرد که $k(0)<1$ و هم‌چنین یک ثابت مثبت مثل δ_0 وجود دارد به‌طوری‌که $k(\delta_0)<1$ و $\delta_0<\mu$ باشد و

$$\bar{k}_0=k(\delta_0)<1 \quad (۲۸)$$

حال با ضرب دو طرف رابطه (۲۵) در عبارت $e^{\delta_0(t-t_0)}$ و این حقیقت که $\delta_0<\mu$ و بعد از کمی دست‌کاری معادله (۲۵)، نابرابری زیر برای هر $t\geq t_0$ می‌تواند به دست آید:

$$\|e(t)\|^2 e^{\delta_0(t-t_0)} \leq (\lambda_{\min}(P))^{-1} V(t_0) + (\lambda_{\min}(P))^{-1}\mu^{-1}\left(\frac{1}{2}\sigma|\psi^*|^2\right)e^{\delta_0(t-t_0)} + (\lambda_{\min}(P))^{-1}\varepsilon^{-1}\int_{t_0}^{t}\begin{pmatrix}\left(e^{-(\mu-\delta_0)(t-\tau)}\right)\left(e^{\delta_0 h(\tau)}\right)\\ \|\rho(x(\tau),x(\tau-h(\tau)))\|^2\\ \left(e^{\delta_0(\tau-h(\tau)-t_0)}\right)\end{pmatrix}d\tau \quad (۲۹)$$

همچنین برای هر $t\geq t_0$ خواهیم داشت:

$$Y_0(t)=\max_{\zeta\in[t_0-\bar{h},t]}\left(\|e(\zeta)\|^2 e^{\delta_0(\zeta-t_0)}\right) \quad (۳۰)$$

و

$$S(t)=\max_{\zeta\in[t_0-\bar{h},t]}\left(\|\rho(x(\zeta),\zeta)\|^2 e^{\delta_0(\zeta-t_0)}\right) \quad (۳۱)$$

همچنین، رابطه (۲۹) را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\|e(t)\|^2 e^{\delta_0(t-t_0)} \leq (\lambda_{\min}(P))^{-1} V(t_0) + \frac{(\lambda_{\min}(P))^{-1}\varepsilon^{-1}}{\mu-\delta_0}e^{\delta_0\bar{h}}S(t) + (\lambda_{\min}(P))^{-1}\mu^{-1}\left(\frac{1}{2}\sigma|\psi^*|^2\right)e^{\delta_0(t-t_0)} \quad (۳۲)$$

از (۳۰) و (۳۱) برداشت می‌شود که $S(t)$ توابع غیر کاهشی هستند. هم‌چنین می‌توان گفت که طرف راست نابرابری (۳۲) نیز غیر کاهشی هست. بنابراین با تعریف $Y_0(t)$ و با استفاده از (۳۲) خواهیم داشت:

$$Y_0(t)\leq(\lambda_{\min}(P))^{-1}V(t_0) + (\lambda_{\min}(P))^{-1}\mu^{-1}\left(\frac{1}{2}\sigma|\psi^*|^2\right)e^{\delta_0(t-t_0)} + \frac{(\lambda_{\min}(P))^{-1}\varepsilon^{-1}}{\mu-\delta_0}e^{\delta_0\bar{h}}S(t) \quad (۳۳)$$

که اگر فرض شود:

$$S(t)=\max\{Y_0(t),S(t)\},\ t\geq 0 \quad (۳۴)$$

پس با استفاده از (۲۷) و (۲۸) و معادله (۳۳)رابطه زیر را می‌توان نوشت:

$$Y_0(t)\leq(\lambda_{\min}(P))^{-1}V(t_0)+\bar{d}_0S(t) + (\lambda_{\min}(P))^{-1}\mu^{-1}\left(\frac{1}{2}\sigma|\psi^*|^2\right)e^{\delta_0(t-t_0)} \quad (۳۵)$$

ازآنجایی‌که $Y_0(t)$ و $S(t)$ غیر کاهشی هستند و ε مثبت بوده، بنابراین خواهیم داشت:

$$\bar{d}_0S(t)\leq\upsilon^*Y_0(t) \quad (۳۶)$$

که $\upsilon^*<1$ می‌تواند هر ثابت مثبتی باشد. ذکر این نکته ضروری است که لازم نیست برای طراحی کنترل‌کننده ε کاملاً معلوم بوده و یا انتخاب شوند. چون این ثابت مثبت باید شرایط تشریح شده در (۲۶) را برآورده کرده و همچنین طرح کنترلی تطبیقی در (۱۰) کاملاً مستقل از این ثابت‌هاست. بنابراین با قرار دادن (۳۶) در (۳۵) خواهیم داشت:

$$Y_0(t)\leq(\lambda_{\min}(P))^{-1}V(t_0)+\upsilon^*Y_0(t) + (\lambda_{\min}(P))^{-1}\mu^{-1}\left(\frac{1}{2}\sigma|\psi^*|^2\right)e^{\delta_0(t-t_0)} \quad (۳۷)$$

پس

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-16]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1401.19.2.9.7]
[DOI: 10.52547/jiaeee.19.2.231]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers Vol.19 No.2 Summer2022

$$Y_0(t) \le \frac{(\lambda_{\min}(P))^{-1}}{1-\upsilon^*} V(t_0) + \frac{(\lambda_{\min}(P))^{-1}\mu^{-1}}{1-\upsilon^*}\left(\frac{1}{2}\sigma\left|\psi^*\right|^2\right)e^{\delta_0(t-t_0)} \quad (۳۸)$$

از طرفی با تعریف $Y_0(t)$ می‌توان نوشت:

$$\|e(t)\|^2 \le Y_0(t)e^{-\delta_0(t-t_0)} \quad (۳۹)$$

بنابراین

$$\|e(t)\|^2 \le \frac{(\lambda_{\min}(P))^{-1}}{1-\upsilon^*} V(t_0)e^{-\delta_0(t-t_0)} + \frac{(\lambda_{\min}(P))^{-1}\mu^{-1}}{1-\upsilon^*}\left(\frac{1}{2}\sigma\left|\psi^*\right|^2\right) \quad (۴۰)$$

و

$$\sup_{t\in[t_0,\infty)}\left(\frac{(\lambda_{\min}(P))^{-1}}{1-\upsilon^*} V(t_0)e^{-\delta_0(t-t_0)}\right) \le \frac{(\lambda_{\min}(P))^{-1}}{1-\upsilon^*} V(t_0) \quad (۴۱)$$

از رابطه (۴۰) می‌توان نتیجه گرفت که $\|e(t)\|$ محدود و یکنواخت بوده و خطا به‌طور نمایی و یکنواخت به کره $B(c_0)$ زیر همگرا می‌شود.

$$B(c_0) = \left\{e(t)\mid \|e(t)\| \le c_0 = \sqrt{\frac{(\lambda_{\min}(P))^{-1}\mu^{-1}}{1-\upsilon^*}\left(\frac{1}{2}\sigma\left|\psi^*\right|^2\right)}\right\} \quad (۴۲)$$

از طرف دیگر، بر طبق قانون تطبیقی ارائه‌شده در (۱۰) تخمین مقدار $\hat{\psi}(t)$ محدود و یکنواخت بوده و بنابراین خطای ردیابی $\|e(t)\|$ محدود و اثبات پایداری کامل می‌شود. حال با اثبات انجام‌شده و نشان دادن اینکه حالت‌های رؤیت شده به حالت‌های اصلی همگرا است، به‌جای سیستم (۱) از سیستم (۸) برای طراحی کنترل‌کننده استفاده می‌شود. نکته مهم دیگری که در طراحی رؤیتگر وجود داشت، وابسته نبودن رؤیتگر به مقدار مشتق تأخیر متغیر بازمان هست. در اینجا نیاز نیست که مشتق تأخیر متغیر بازمان $h(t)$ کمتر از یک باشد و این محدودیت برداشته‌شده و فقط قید محدود بودن روی مشتق، وجود دارد.

۳-۲- طراحی رؤیتگر به‌منظور جبران تأخیر در ورودی

در این بخش یک رؤیتگر دیگر برای جبران تأخیر در ورودی بدون توسل به حل عددی، طراحی می‌شود. سیستم رؤیت شده (۸) را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + A_d\hat{x}(t-d) + Bu(t-R) + BF(\hat{\psi}(t),e(t),t) + K'Ce(t) + K''Ce(t-d) \quad (۴۳)$$

در بخش قبلی اثبات گردید که خطای رؤیتگر محدود و در باند کوچکی قرار می‌گیرد. بنابراین بدون کاستن از کلیت مسئله، مجموع خطای $e(t)$ و $e(t-d)$ با ضرایب ثابت متفاوتشان، در این بخش به‌صورت یک تابع محدود در نظر گرفته می‌شود. ازآنجایی‌که پارامترهایی در طراحی رؤیتگر دست طراح سیستم می‌باشد، می‌توان اثر این عبارت را در عملکرد سیستم، بسیار کاهش داد. یعنی

$$K'Ce(t) + K''Ce(t-d) = \vartheta g(e(t),e(t-d)) = \vartheta g(t) \quad (۴۴)$$

و طبق (۴۲)، $g(t)$ محدود و کوچک است.

بنابراین سیستم (۴۳) را می‌توان به‌صورت زیر در نظر گرفت:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + A_d\hat{x}(t-d) + Bu(t-R) + BF(\hat{\psi}(t),e(t),t) + \vartheta g(t) \quad (۴۵)$$

قبل از اینکه مسئله طراحی رؤیتگر برای جبران تأخیر در ورودی بیان شود، لازم است توضیحی برای استفاده از رؤیتگر طراحی‌شده در بخش قبل، بیان شود. همان‌طور که ذکر شد هدف اصلی از طراحی رؤیتگر معلوم بودن عبارت نامعینی برای جبران مناسب تأخیر در ورودی می‌باشد. طبق رابطه (۱۳)، اختلاف میان عبارت تخمینی توسط رؤیتگر و نامعینی اصلی سیستم برابر است با

$$B\left(\xi(\theta,x(t),x(t-h(t),t) - F(\hat{\psi}(t),e(t),t)\right) = \dot{e}(t) - A_m e(t) \quad (۴۶)$$

که طبق فرض ۲ عبارت $\xi(.)$ محدود و طبق اثبات انجام‌شده خطای $e(t)$ نیز محدود،کوچک و مشتق آن نیز محدود خواهد بود. بنابراین در سیستم اصلی به‌جای عبارت نامعین $\xi(.)$، می‌توان مقدار تخمینی آن توسط رؤیتگر را قرار داد تا در جبران مناسب تأخیر در ورودی، عبارت نامعلومی در سیستم وجود نداشته باشد. بنابراین سیستم (۱) را می‌توان به‌صورت زیر در نظر گرفت:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t-d) + Bu(t-R) + B\left(F(\hat{\psi}(t),e(t),t)\right) + \vartheta' g'(t) \quad (۴۷)$$

که با استفاده از (۴۶) می‌توان نوشت:

$$\dot{e}(t) - A_m e(t) = \vartheta' g'(t) \quad (۴۸)$$

قضیه ۲. اگر رؤیتگر زیر برای سیستم (۴۵) طراحی شود:

$$\dot{\hat{x}}_o(t) = A\hat{x}_o(t) + A_d\hat{x}_o(t-d) + Bu(t) + \vartheta g(t+R) + BF(\hat{\psi}(t+R),e(t+R),t+R) + L(\hat{x}_o(t-R) - \hat{x}(t)) \quad (۴۹)$$

و با در نظر گرفتن فرض ۵، قانون کنترلی زیر بتواند سیستم (۴۹) را پایدار کند:

$$u(t) = K\hat{x}_o(t) + K_r\hat{x}_o(t-d) - F(\hat{\psi}(t+R),e(t+R),t+R) \quad (۵۰)$$

آنگاه سیستم (۴۵) و (۴۹) پایدار است اگر و تنها اگر رابطه زیر، پایدار باشد:

$$\dot{e}_o(t) = Ae_o(t) + A_d e_o(t-d) + Le_o(t-R) \quad (۵۱)$$

که $e_o(t)$ برابر با (۵۲) می‌باشد. رابطه (۵۱) با مشتق‌گیری از (۵۲) و با استفاده از (۴۵) و (۴۹) محاسبه‌شده است:

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-16]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1401.19.2.9.7]
[DOI: 10.52547/jiaeee.19.2.231]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers - Vol.19- No.2 Summer 2022

$$e_o(t)=\hat{x}_o(t-R)-x(t) \quad (۵۲)$$

اثبات: برای اثبات پایداری (۵۲)، یک تابع لیاپانوف به‌صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$V(e_o(t))=e_o(t)^T P' e_o(t)+\int_{-d}^{0} e_o(t+\theta)^T Q' e_o(t+\theta)d\theta \quad (۵۳)$$
$$+\int_{-R}^{0} e_o(t+\theta')^T Z' e_o(t+\theta')d\theta'$$

که P'، Q' و Z' ماتریس‌های مثبت معین می‌باشند. با مشتق‌گیری از این تابع، برای اثبات پایداری کافی است که ماتریس زیر منفی باشد:

$$\Xi=\begin{bmatrix} P'A'+A^TP'+Q'+Z' & P'A_d & P'L \\ A_d^TP' & -Q & 0 \\ L^TP' & 0 & -Z' \end{bmatrix}<0 \quad (۵۴)$$

درواقع باید L طوری انتخاب شود که (۵۴) پایدار یا منفی معین باشد. نکته دیگر محاسبه تابع زیر می‌باشد که در طراحی رؤیتگر برای جبران تأخیر در ورودی در (۴۹) نیاز است. بنابراین با استفاده از (۹) می‌توان نوشت:

$$F\left(\hat{\psi}(t+R),e(t+R),t+R\right) \quad (۵۵)$$
$$=\frac{1}{2}\eta\hat{\psi}(t+R)B^TPe(t+R)$$

که در آن با استفاده از (۱۰) نیز می‌توان نوشت:

$$\frac{d\hat{\psi}(t+R)}{dt}=-\gamma\sigma\hat{\psi}(t+R)+\gamma\eta\left\|B^TPe(t+R)\right\|^2 \quad (۵۶)$$

و

$$e(t+R)=x(t+R)-\hat{x}(t+R) \quad (۵۷)$$

برای محاسبه $\hat{x}(t+R)$ از رؤیتگر طراحی‌شده در این بخش می‌توان استفاده کرد که درواقع همان $x_o(t)$ است. اما برای محاسبه $x(t+R)$ باید از یک رؤیتگر دیگر مشابه همین رؤیتگر استفاده کرد. این بار باید رؤیتگر برای سیستم (۴۷) طراحی شود که تنها تفاوت دو سیستم (۴۵) و (۴۷) در تابع $g(t)$ و $g'(t)$ است. بنابراین با انجام اثباتی مشابه، می‌توان با طراحی یک رؤیتگر دیگر به‌منظور جبران سازی خطای موردنیاز در (۵۷) را محاسبه کرد.

۳-۳- محاسبه بهره کنترل‌کننده و رؤیتگر

الف) بهره کنترل‌کننده فیدبک حالت

طبق اثبات انجام‌شده در بخش قبل نیاز است که بهره‌های فیدبک حالت در (۵۰) محاسبه شوند. بدین منظور لم زیر که در [۲۳] اثبات‌شده، در نظر گرفته می‌شود.

لم ۱. دو ماتریس K و K_r بهره‌های فیدبک حالت در (۶) می‌توانند طوری انتخاب شوند که سیستم حلقه بسته در (۶) پایدار مجانبی باشد، درصورتی‌که ماتریس‌های مثبت معینی مانند $P>0,Q>0,Z>0$ و همچنین دو ماتریس G و G_r وجود داشته و نابرابری زیر برقرار باشد:

$$\begin{bmatrix} \Omega_0 & A_rP+BG_r+Z & r(PA^T+G^TB^T) \\ * & -Q-Z & r(PA_d^T+G_r^TB^T) \\ * & * & -PZ^{-1}P \end{bmatrix}<0 \quad (۵۸)$$

که $\Omega_0=AP+PA^T+BG+G^TB^T+Q-Z$ و $K=GP^{-1},K_r=G_rP^{-1}$ [۲۳].

نابرابری (۵۸) به دلیل وجود عبارت غیرخطی $PZ^{-1}P$ ماتریس LMI به‌حساب نمی‌آید. برای حل این مشکل از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$0\le(P-\alpha Z)Z^{-1}(P-\alpha Z)=PZ^{-1}P-2\alpha P+\alpha^2Z \quad (۵۹)$$

که این نابرابری به ازای $\alpha>0$ برقرار می‌باشد. بنابراین به‌جای عبارت غیرخطی $-PZ^{-1}P$ می‌توان $-2\alpha P+\alpha^2Z$ قرار داد و (۵۸) تبدیل به یک LMI می‌شود.

ب) محاسبه بهره رؤیتگر

همان‌طور که در بخش قبل بیان شد برای اثبات پایداری کنترل‌کننده پیشنهادی باید ماتریس L در (۵۴) به‌درستی انتخاب شود. انتخاب این ماتریس برای اینکه (۵۱) به ازای هر تأخیر در ورودی پایدار باشد، تقریباً غیرممکن و یا فقط دسته محدودی از سیستم‌ها این امکان را خواهند داشت. بنابراین L را برای مقدار محدودی از R می‌توان طوری انتخاب کرد که سیستم پایدار باشد. به همین منظور لم دیگری در [۲۳] آورده شده است.

لم ۲. سیستم رؤیت شده (۵۱) به ازای تأخیر d و تأخیر R، پایدار مجانبی است اگر ماتریس‌های مثبت معین $P>0,Q>0,Z>0,S>0,H>0$ و ماتریس U وجود داشته و ماتریس زیر منفی باشد.

$$\begin{bmatrix} \Omega_1 & \Omega_2 & 0 & R^*PA_d^T & dPA_d^T \\ * & \Omega_3 & U+H & -R^*PA^T & -dPA^T \\ * & * & -Q-H & -R^*U^T & -dU^T \\ * & * & * & -PH^{-1}P & 0 \\ * & * & * & * & -PS^{-1}P \end{bmatrix}<0 \quad (۶۰)$$

که

$$\Omega_1=-Z-S,\ \Omega_2=-PA_r^T-S,\Omega_3=AP+PA^T+Q+Z-S-R$$

و ماتریس L برابر است با $L=UP^{-1}$ و برای پایداری باید $R<R^*$ [۲۳].

درزمانی که مقدار تأخیر در ورودی بزرگ است، می‌توان از روش‌های عددی که در [۱۰, ۲۰] نیز آورده شده برای پیش‌بینی $x(t+d)$ استفاده کرد. یعنی

$$x_p(t+d)=e^{Ad}x(t)+\int_t^{t+d}e^{A(t+d-s)}A_dx(s-d)ds \quad (۶۱)$$
$$+\int_t^{t+d}e^{A(t+d-s)}Bu(s-R)ds$$

و در ادامه با استفاده از رؤیتگر، به‌جای جبران تأخیر در ورودی R، تأخیر در ورودی $R-d$ جبران گردد، برای اینکه سیگنال $x(t+d)$ در دسترس است. البته نیاز به چنین روشی زمانی احساس خواهد شد که نتوان مقدار مناسبی برای بهره رؤیتگر به‌اندازه تأخیر در ورودی سیستم پیدا کرد.

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-16]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1401.19.2.9.7]
[DOI: 10.52547/jiaeee.19.2.231]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers Vol.19 No.2 Summer2022

۴- مثال عددی

برای نشان دادن مزیت و عملکرد کنترل‌کننده طراحی‌شده، یک مثال عددی که در [۲۲] نیز استفاده‌شده، در نظر گرفته‌شده است با این تفاوت که در اینجا سیستم به‌صورت مقیاس بزرگ دیده نشده و عبارت به‌هم‌پیوستگی فقط وابسته به حالت‌های خود سیستم فرض شد. درواقع می‌توان گفت که فقط یک زیرسیستم از سیستم مقیاس بزرگ در نظر گرفته شد که این پژوهش می‌تواند آغاز راهی برای بسط این روش برای سیستم‌های مقیاس بزرگ باشد. این سیستم دارای تأخیر ثابت هم‌زمان در حالت و ورودی و تأخیر در ورودی بزرگ‌تر از تأخیر در حالت است. همچنین یک نامعینی نمایی همراه با تأخیر متغیر بازمان نیز در نظر گرفته‌شده که برای طراحی نیاز نیست که حد بالای نامعینی و مقدار تأخیر متغیر بازمان، معلوم باشد.

$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix}-1 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}0 & 0\\ -2 & -3\end{bmatrix}x(t-d) \quad (۶۲)$$
$$+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u(t-R)+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}\xi\left(\theta,x(t),x(t-h(t),t\right)$$

که

$$\xi\left(\theta,x(t),x(t-h(t),t\right)=0.7\sin(x_1(t))\,e^{0.5x_1(t-h_1(t))+0.6x_2(t-h_2(t))} \quad (۶۳)$$

این تابع محدود و نامعلوم و بر طبق فرض دوم هستند.

با استفاده از قضیه یک، ابتدا یک رؤیتگر به‌منظور معلوم بودن عبارت نامعینی برای سیستم طراحی می‌شود:

$$\dot{\hat{x}}(t)=A\hat{x}(t)+A_d\ \hat{x}(t-d)+B(u(t-R)+F\left(\hat{\psi}(t),e(t),t\right) \quad (۶۴)$$
$$+\begin{bmatrix}0 & 0\\ 4 & 2\end{bmatrix}\left(x(t)-\hat{x}(t)\right)+\begin{bmatrix}0 & 0\\ -2 & -3\end{bmatrix}\left(x(t-d)-\hat{x}(t-d)\right)$$

که $F(.)$ از (۹) و $\hat{\psi}(t)$ از (۱۰) به دست می‌آیند و $e(t)$ خطای رؤیتگر است. با استفاده از (۴۴)، مقدار $\vartheta g(t)$ برابر است با

$$\vartheta g(t)=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 4 & 2\end{bmatrix}\left(e(t)\right)+\begin{bmatrix}0 & 0\\ -2 & -3\end{bmatrix}\left(e(t-d)\right) \quad (۶۵)$$

همچنین با توجه به فرض ۴، از مدل مرجع زیر برای طراحی بهره رؤیتگر اول استفاده می‌شود:

$$A_m=\begin{bmatrix}-1 & 1\\ -2 & -4\end{bmatrix} \quad (۶۶)$$

مقادیر پارامترهای کنترل‌کننده برابر هستند با

$$d=0.8,\ R=1.8,\eta=1,\gamma=0.1,\ \sigma=0.1,Q=50I$$
$$,h_1(t)=1+0.5\sin(\pi t),h_2(t)=1+0.4\sin(\pi t)$$

که $h(t)$ تابع پیوسته محدود بوده که مشتق آن‌ها نیاز نیست که کمتر از یک باشد. همچنین شرایط اولیه برابر است با

$$x(0)=\begin{bmatrix}1\\ -2\end{bmatrix}$$

حال با استفاده از قضیه دوم، رؤیتگر دوم به‌منظور جبران تأخیر در ورودی طراحی می‌شود. بنابراین با استفاده از (۴۹) خواهیم داشت:

$$\dot{\hat{x}}_o(t)=\begin{bmatrix}-1 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix}\hat{x}_o(t)+\begin{bmatrix}0 & 0\\ -2 & -3\end{bmatrix}\hat{x}_o(t-d) \quad (۶۷)$$
$$+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u(t)+\vartheta g(t+R)$$
$$+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}F(\hat{\psi}(t+R),e(t+R),t+R)+L(\hat{x}_o(t-R)-x(t))$$

که با استفاده از (۵۰) قانون کنترلی برابر است با:

$$u(t)=K\hat{x}_o(t)+K_r\hat{x}_o(t-d) \quad (۶۸)$$
$$-F(\hat{\psi}(t+R),e(t+R),t+R)$$

و بهره فیدبک حالت و رؤیتگر با استفاده از ماتریس‌های LMI در (۵۸) و (۶۰) برابر است با

$$K=[1.8289\quad 2.3027],\ K_r=[2.0056\quad 2.4815], \quad (۶۹)$$
$$L=\begin{bmatrix}-0.9719 & 2.0288\\ 0.6916 & 1.0085\end{bmatrix}.$$

همچنین عبارت $F(.)$ و $g(.)$ در (۴۹) وابسته به $e(t+R)$ بوده که با در دست داشتن سیگنال $x(t+R)$ و $\hat{x}(t+R)$ توسط رؤیتگرهای جبران ساز پیشنهادی، محاسبه آن به‌راحتی امکان‌پذیر است.

با اعمال این کنترل‌کننده به سیستم (۶۲) و انجام شبیه‌سازی در نرم‌افزار MATLAB نتایج زیر حاصل می‌شود. در شکل ۱ حالت‌های سیستم و حالت‌های رؤیت شده نشان داده‌شده است. رؤیتگر اول به‌منظور تخمین عبارت نامعین استفاده‌شده که نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد عمل تخمین به‌خوبی انجام‌گرفته و خطای ردیابی که در شکل ۲ نشان داده‌شده که دامنه نوسان آن مقدار محدود و کوچکی است. در شکل ۳ حالت‌های سیستم بعد از اعمال کنترل‌کننده فیدبک حالت که به کمک سیگنال پیش‌بینی‌شده توسط رؤیتگر دوم به‌دست‌آمده که نتایج نشان می‌دهد که کنترل‌کننده پیشنهادی موفق عمل کرده و سیستم با سرعت مناسبی و با حداقل نوسانات به سمت صفر همگرا می‌شود. در شکل ۴ خطای رؤیتگر جبران ساز آورده شده که نشان می‌دهد برای سیستم در نظر گرفته‌شده در (۶۲) به ازای تأخیر در ورودی R و تأخیر در حالت d می‌توان بهره فیدبک حالت و بهره رؤیتگر مناسب L به دست آورد و نیازی به حل عددی در (۶۱) نیست. همچنین برای نشان دادن این موضوع که تئوری بیان‌شده در این مقاله، می‌تواند برای دسته وسیعی از سیستم‌ها در عمل استفاده شود، فرض می‌شود که نامعینی سیستم در (۶۳) به‌صورت زیر باشد:

$$\xi\left(\theta,x(t),x(t-h(t),t\right)=2\sin(x^2{}_1(t-h_1(t)))+3\cos(t-2) \quad (۷۰)$$

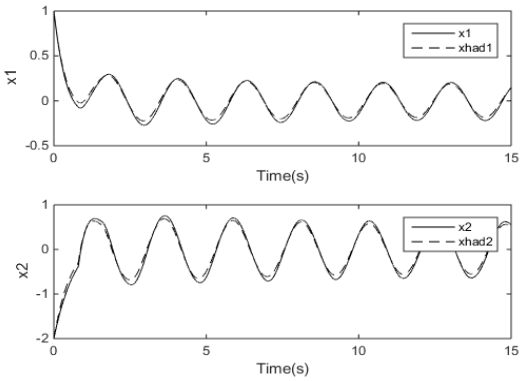
برای کاهش تأثیر نامعینی درواقع باید رؤیتگر اول به‌درستی این عبارت را تخمین زده و خطای تخمین محدود و کوچک باشد که اگر این کار به‌درستی انجام شود، رؤیتگر دوم به‌راحتی از پس جبران تأخیر در ورودی برمی‌آید. خطای تخمین این نامعینی در شکل ۵ نشان داده‌شده است. درمجموع نتایج شبیه‌سازی عملکرد مناسب رؤیتگرهای طراحی‌شده را نشان می‌دهد. در سیستم در نظر گرفته‌شده در بخش اول نامعینی غیرخطی و نمایی بوده و با یک تابع محدودشده که در طراحی کنترل‌کننده نیاز نبود که این تابع معلوم باشد. همچنین تأخیر

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-16]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1401.19.2.9.7]
[DOI: 10.52547/jiaeee.19.2.231]

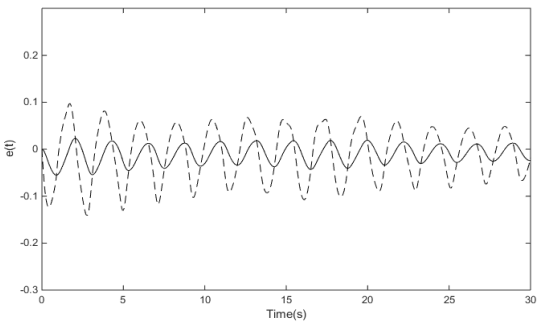
متغیر بازمان در این عبارت هم فقط کافی است که محدود، پیوسته و غیر منفی باشد و نیاز به اطلاعات بیشتری از آن نیست. البته به دلیل ماهیت نامعینی در بخش دوم، خطای رؤیتگر اول در یک باند محدود قرار می‌گیرد ولی وقتی در (۷۰) دامنه این نامعینی بزرگ‌تر در نظر گرفته شده و در عوض عبارت نمایی حذف می‌شود، ملاحظه می‌گردد که خطای تخمین بسیار کوچک و به سمت صفر همگرا می‌شود.

۵- نتیجه‌گیری

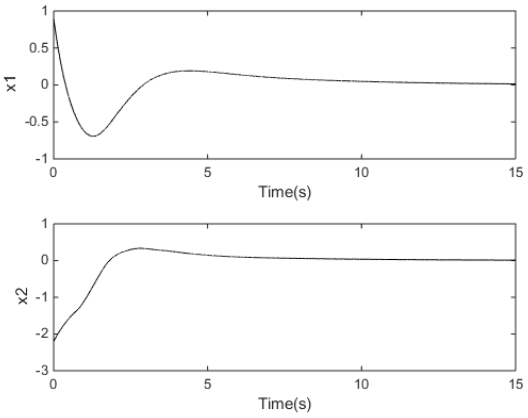
در این مقاله، دو رؤیتگر برای سیستم دارای تأخیر هم‌زمان در حالت و ورودی و همراه با یک عبارت نامعلوم دارای تأخیر متغیر بازمان طراحی شد. رؤیتگر تطبیقی که در بخش اول پیشنهاد شد هدف آن تخمین عبارت نامعلوم بوده، چون برای جبران سازی نیاز است که پارامترهای سیستم معلوم باشد. در نظر گرفتن فرض نامعینی به‌منظور کاربردی کردن این تحقیق برای مقاصد عملی است. ویژگی این رؤیتگر در این است که احتیاجی به معلوم بودن حد بالای نامعینی نبوده و همچنین نیاز نیست که مشتق تأخیر متغیر بازمان در این عبارت کمتر از یک باشد. در بخش دوم یک رؤیتگر دیگر این بار به‌منظور جبران سازی ارائه شد که برای جبران تأخیر در ورودی از حل عددی استفاده نمی‌کند. ویژگی دیگر این رؤیتگر این است که تأخیر در ورودی می‌تواند به‌صورت اختیاری بزرگ‌تر از تأخیر در حالت باشد. اعتبار تئوری‌های بیان‌شده به‌وسیله مثال عددی سنجیده شده و نتایج مناسبی به‌دست‌آمده که کارا بودن روش‌های ارائه‌شده را نشان می‌دهد.



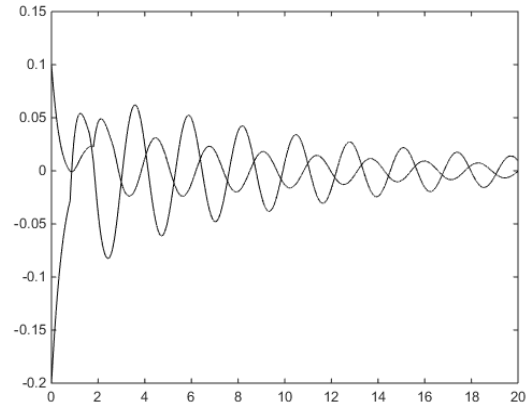
شکل (۱): حالت‌های سیستم و حالت‌های رؤیت شده با رؤیتگر اول و بدون کنترل‌کننده



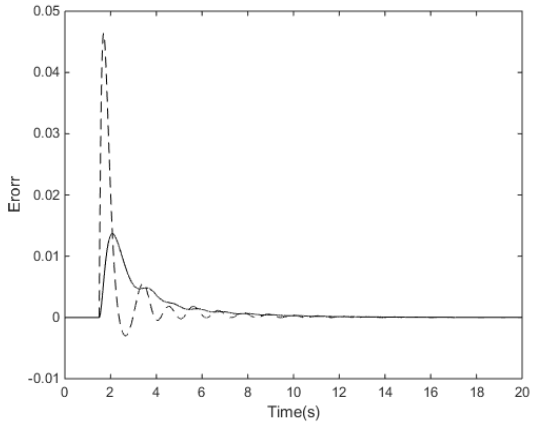
شکل (۲): خطای تخمین رؤیتگر اول



شکل(۳): حالت‌های کنترل‌شده سیستم تأخیری با استفاده از رؤیتگر دوم



شکل (۴): خطای تخمین رؤیتگر دوم



شکل (۵): خطای تخمین رؤیتگر اول برای یک نامعینی دیگر

سپاسگزاری

این مقاله نتیجه طرح پژوهشی با عنوان "جبران تأخیر در ورودی در سیستم‌های خطی دارای تأخیر هم‌زمان در حالت و ورودی" است که توسط دانشگاه آزاد اسلامی واحد رودسر و املش حمایت‌شده است.

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-16]
[DOR: 20.1001.1.26765810.1401.19.2.9.7]
[DOI: 10.52547/jiaeee.19.2.231]
Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers Vol.19 No.2 Summer2022

مراجع:

[1] H. Wang, S. Liu, and X. Yang, "Adaptive neural control for non-strict-feedback nonlinear systems with input delay," Information Sciences, vol. 514, pp. 605-616, 2020.

[2] H. Lhachemi, C. Prieur, and R. Shorten, "An LMI condition for the robustness of constant-delay linear predictor feedback with respect to uncertain time-varying input delays," Automatica, vol. 109, p. 108551, 2019.

[3] احمدزاده, آقایی و شفیعی, "کنترل بدون افست سیستم‌های گسسته خطی تأخیر دار زمانی با لحاظ محدودیت‌های ورودی و حالت: رویکرد مدیریت ورودی مرجع," مجله مهندسی برق و الکترونیک ایران, vol. 17, pp. 1-10, 2020.

[4] O. J. M. Smith, "A controller to overcome dead time," ISA Journal, pp. 28-33, 1959.

[5] K. Watanabe and M. Ito, "A process-model control for linear systems with delay," IEEE Transactions on Automatic control, vol. 26, pp. 1261-1269, 1981.

[6] A. W. O. A. Z. Manitius, "Finite spectrum assignment problem for systems with delays," IEEE Transactions on Automatic Control, pp. 541-553, 1979.

[7] Y. Fiagbedzi and A. Pearson, "Feedback stabilization of linear autonomous time lag systems," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 31, pp. 847-855, 1986.

[8] Z. Artstein, "Linear systems with delayed controls: a reduction," Automatic Control, IEEE Transactions on, vol. 27, pp. 869-879, 1982.

[9] Z. L. B. Zhou, G. Duan, "Truncated predictor feedback for linear systems with long time-varying input delays," Automatica, pp. 2387-2399, 2012.

[10] B. Zhou, "Input delay compensation of linear systems with both state and input delays by nested prediction," Automatica, vol. 50, pp. 1434-1443, 2014.

[11] B. Zhou, "Input delay compensation of linear systems with both state and input delays by adding integrators," Systems & Control Letters, vol. 82, pp. 51-63, 2015.

[12] B. Karimi and M. E. Sadeghi, "Decentralized adaptive control of large-scale non-affine nonlinear time-delay systems using neural networks," Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers, vol. 14, pp. 71-78, 2018.

[13] M. R. Askari, M. Shahrokhi, M. K. Talkhoncheh, and A. Moradvandi, "Observer-based adaptive fuzzy controller for uncertain non-strict state-delayed nonlinear systems subject to input and output constraints," Journal of the Franklin Institute, vol. 357, pp. 7483-7514, 2020.

[14] M. K. Talkhoncheh, M. Shahrokhi, and M. R. Askari, "Observer-based adaptive neural network controller for uncertain nonlinear systems with unknown control directions subject to input time delay and saturation," Information Sciences, vol. 418, pp. 717-737, 2017.

[15] J. Cui, R. Yang, C. Pang, and Q. Zhang, "Observer-based adaptive robust stabilization of dynamic positioning ship with delay via Hamiltonian method," Ocean Engineering, vol. 222, p. 108439, 2021.

[16] S. A. M. Dehghan, H. R. Koofigar, H. Sadeghian, and M. Ekramian, "Observer-based adaptive force–position control for nonlinear bilateral teleoperation with time delay," Control Engineering Practice, vol. 107, p. 104679, 2021.

[17] M. Kchaou, "Robust observer-based sliding mode control for nonlinear uncertain singular systems with time-varying delay and input non-linearity," European Journal of Control, vol. 49, pp. 15-25, 2019.

[18] S. Mondal, "Robust adaptive observer for nonlinear time-delay systems with disturbances and uncertainties," Journal of Control and Decision, vol. 4, pp. 100-113, 2017.

[19] Q. Liu and B. Zhou, "Extended observer based feedback control of linear systems with both state and input delays," Journal of the Franklin Institute, vol. 354, pp. 8232-8255, 2017.

[20] S. H. Hashemipour, N. Vasegh, and A. K. Sedigh, "Decentralized model reference adaptive control for interconnected time delay systems with delay in state and compensation of long delay in input by nested prediction," International Journal of Control, Automation and Systems, pp. 1-9, 2017.

[21] S. H. Hashemipour, N. Vasegh, and A. K. Sedigh, "Decentralized MRAC for Large-Scale Interconnected Systems With State and Input Delays by Integrators Inclusion," Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol. 139, p. 091009, 2017.

[22] S. H. Hashemipour, N. Vasegh, and A. Khaki Sedigh, "Control of large scale interconnected systems with input and state delays using decentralized adaptive state observers," Asian Journal of Control, 2019.

[23] B. Zhou, Q. Liu, and F. Mazenc, "Stabilization of linear systems with both input and state delays by observer–predictors," Automatica, vol. 83, pp. 368-377, 2017.

[24] B. Mirkin, P.-O. Gutman, and Y. Shtessel, "Decentralized continuous MRAC with local asymptotic sliding modes of nonlinear delayed interconnected systems," Journal of the Franklin Institute, vol. 351, pp. 2076-2088, 4// 2014.

[25] J. L. Chang-Chun Hua, Xin-Ping Guan, "Decentralized MRAC for large-scale interconnected systems with time-varying delays and applications to chemical reactor systems," Journal of Process Control, 2012.

[26] X. G. Changchun Hua, Peng Shib, "Decentralized robust model reference adaptive control for interconnected time-delay systems," Journal of Computational and Applied Mathematics pp. 383-396, 2006.

[27] M. S. Mahmoud and P. Shi, "Robust stability, stabilization and $\mathcal{H}\infty$ control of time- delay systems with Markovian jump parameters," International Journal of Robust and Nonlinear Control, vol. 13, pp. 755-784, 2003.

[28] H. Wu, "Decentralised adaptive robust control of uncertain large-scale non-linear dynamical systems with time-varying delays," IET control theory & applications, vol. 6, pp. 629-640, 2012.

[1] Truncated Predictor

[2] Linear Matrix Inequality

[Downloaded from jiaeee.com on 2026-11-16]

[DOR: 20.1001.1.26765810.1401.19.2.9.7]

[DOI: 10.52547/jiaeee.19.2.231]