

بهبود دقت جداسازی با نظارت تصاویر ابرطیفی با استفاده از اطلاعات مکانی در مدل ترکیب غیر خطی

فهیمة امیری^۱ محمدحسین کهایی^۲

۱- دانشجوی دکتری- دانشکده مهندسی برق- دانشگاه علم و صنعت ایران- تهران- ایران

amiri.fahime@ymail.com

۲- دانشیار- دانشکده مهندسی برق- دانشگاه علم و صنعت ایران- تهران- ایران

kahaei@iust.ac.ir

چکیده: در این مقاله، راه حلی برای جداسازی تصویر ابرطیفی به روش بیزین با بهره‌گیری از اطلاعات مکانی ارائه می‌شود. روش پیشنهادی بر اساس مدل ترکیب چندجمله‌ای پساغیرخطی می‌باشد که در این مدل مقدار بازتاب هر پیکسل تصویر، ترکیبی از توابع غیرخطی مشخصه‌های طیفی مواد خالص است که با نویز گاوسی ترکیب شده است. برای بهبود کیفیت جداسازی، به طور متناوب تصویر به کلاس‌های مختلف تقسیم می‌شود که دارای بازتاب طیفی مشابه هستند و بدین ترتیب فراوانی مواد در پیکسل‌های یک کلاس مشابه یکدیگر است. سپس بردار فراوانی هر کلاس تخمین زده می‌شود. بدین ترتیب با بکارگیری توام تمام پیکسل‌های هر کلاس، دقت جداسازی افزایش خواهد یافت. برای طبقه‌بندی تصویر، همبستگی مکانی پیکسل‌های هر کلاس با استفاده از میدان تصادفی مارکف مدل می‌شود. ساختار بیزین پیشنهادی بردار فراوانی و کلاس پیکسل تصویر را به طور همزمان تخمین می‌زند. به دلیل پیچیدگی تابع درست‌نمایی، برای تخمین پارامترها، از نمونه بردار مونت-کارلو زنجیره مارکف استفاده شده است. نتایج نشان دهنده این موضوع است که روش پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم‌های رایج مدل‌های غیرخطی دارای دقت بهتری بوده و همچنین نسبت به الگوریتم خطی حتی با استفاده از اطلاعات مکانی دارای حداقل ۲۰٪ بهبود دقت تخمین و بازسازی تصویر می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: جداسازی ابرطیفی، مدل بیزین، مدل ترکیب چندجمله‌ای پساغیرخطی، میدان تصادفی مارکف، همبستگی مکانی، نمونه بردار مونت-کارلو زنجیره مارکف.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۷/۰۶/۱۸

تاریخ پذیرش مشروط مقاله: ۱۳۹۷/۱۱/۰۱

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۴/۰۲

نام نویسنده‌ی مسئول: دکتر محمدحسین کهایی

نشانی نویسنده‌ی مسئول: ایران - تهران - رسالت - خیابان هنگام - خیابان دانشگاه - دانشگاه علم و صنعت ایران - دانشکده‌ی مهندسی

برق

پارامترهای مجهول استخراج شده‌اند. از آنجاییکه تابع پسین بدست آمده برای برخی متغیرهای مساله، دارای پیچیدگی بالایی بوده و امکان استفاده از تخمین‌گرهای ML و MAP به صورت تحلیلی وجود ندارد، از نمونه بردار مونت-کارلو زنجیره مارکف^۲ برای تولید نمونه‌های توزیع شده با تابع توزیع پسین استفاده شده است. به دلیل بهره‌مندی از مزایای هر دو دسته الگوریتم مبتنی بر ترکیب غیرخطی و استفاده از اطلاعات مکانی، دقت الگوریتم جداسازی نسبت به روش‌های شرح داده شده بهبود داشته است.

۲- فرمول‌سازی مساله

در ترکیب غیرخطی هر پیکسل تصویر ابرطیفی با استفاده از رابطه (۱) مدل می‌شود:

$$Y = g \left(\sum_{r=1}^R a_r M_r \right) + N = g(\mathbf{MA}) + N \quad (1)$$

که در این رابطه Y پیکسل L بعدی ابرطیفی، M_r مشخصه طیفی عضو r ام کتابخانه طیفی \mathbf{M} ، بردار فراوانی شامل درایه‌های a_r که مقدار فراوانی متناظر عضو r ام اند، R تعداد اعضای کتابخانه، $g(\cdot)$ تابع تبدیل غیرخطی و N نویز سفید گاوسی جمعی با میانگین صفر و واریانس σ^2 می‌باشد:

$$N \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 I_L) \quad (2)$$

که I_L ماتریس یک $L \times L$ است.

در [۱۲] نشان داده شده که چندجمله‌ای مرتبه دو تخمین مناسبی از مدل ترکیب ابرطیفی است. زیرا؛ عبارات متناظر با مراتب بالاتر قابل صرفنظر بوده و می‌توان آن‌ها را به طور ضمنی در عبارت نویز فرض نمود. به همین دلیل در این مقاله از چندجمله‌ای مرتبه دو برای تابع غیرخطی $g(\cdot)$ استفاده شده است. مدل ترکیب چندجمله‌ای پساغیرخطی (PPNMM)^۳ با رابطه (۳) تعریف می‌شود:

$$g_p : \mathbb{R}^R \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^L \quad (3)$$

$$(A, b) \rightarrow \mathbf{MA} + b(\mathbf{MA}) \odot (\mathbf{MA})$$

که \odot بیانگر ضرب هادامارد است. این مدل تعمیمی از دو مدل خطی و bilinear است. اگر $b=0$ باشد، مدل به مدل ترکیب خطی ساده می‌شود. بنابراین این مدل حداقل دقت مدل ترکیب خطی را در پی دارد. مزیت استفاده از این مدل نسبت به مدل bilinear در این است که دارای تنها یک پارامتر غیرخطی b است، این مساله منجر به کاهش هزینه محاسباتی خواهد شد [۱۲].

باید توجه نمود که در عمل محدودیت‌هایی برای انتخاب مقدار فراوانی اعضا در هر پیکسل ابرطیفی وجود دارد. این محدودیت‌ها شامل دو قید مجموع برابر با یک و مقادیر نامنفی می‌باشند:

$$a_r \geq 0, \quad r=1, \dots, R \quad (4)$$

تصویر ابرطیفی به تصویری گفته می‌شود که در چند صد باند فرکانسی تصویربرداری شده و دارای کاربردهای گسترده‌ای در سنجش راه دور می‌باشد [۱]. به دلیل محدودیت‌های تجهیزات تصویربرداری، هر پیکسل تصویر ابرطیفی ترکیبی از بازتاب مشخصه‌های طیفی مواد موجود در میدان دید که اعضا^۱ نامیده می‌شود می‌باشد [۲]. جداسازی طیفی به فرایند تجزیه پیکسل مرکب به مجموعه‌ای از امضاهای طیفی خالص و نسبت‌های ترکیب متناظر آن‌ها اتلاق می‌شود [۱]. بیشتر الگوریتم‌های جداسازی از مدل ترکیب خطی استفاده می‌کنند که در این مدل هر پیکسل ترکیبی محدب از اعضا است [۳-۵].

اگرچه مدل ترکیب خطی دارای کاربرد گسترده‌ای در جداسازی ابرطیفی می‌باشد، اما نشان داده شده که این مدل در برخی تصاویر که مواد خاصی در میدان دید قرار دارند چندان مناسب نیست [۱]. در این موارد از مدل‌های ترکیب غیرخطی استفاده می‌شود تا بتوان بر مشکلات ترکیب خطی غلبه نمود. بیشتر تحقیقات انجام شده در حوزه مدل ترکیب غیرخطی، حول مدل ترکیب bilinear می‌باشد [۶-۸]. در مدل ترکیب bilinear فرض می‌شود که پرتو نور دریافتی پس از دو بار بازتاب از مواد مختلف به سنسور رسیده است. مدل ترکیب bilinear از رایج‌ترین مدل‌های ترکیب bilinear می‌باشد [۷]. علاوه بر مدل GBM ترکیبات غیرخطی دیگری مانند intimate [۹]، مدل‌های مبتنی بر کرنل [۱۰] و روش‌های مبتنی بر شبکه عصبی نیز مطرح شده‌اند [۱۱]. یکی دیگر از مدل‌های جالب توجه مدل ترکیب چندجمله‌ای پساغیرخطی است [۱۲] که ابتدا در مساله جداسازی منابع مطرح شد [۱۳] و سپس در جداسازی بانظارت تصویر ابرطیفی مورد استفاده قرار گرفت. در [۱۴] روش بدون نظارت این مدل نیز ارائه شد که به یک الگوریتم استخراج اعضا [۱۵] نیاز دارد تا در ابتدا نمونه‌ای از اعضا را از تصویر استخراج نماید.

الگوریتم‌های نامبرده بر هر پیکسل به طور جداگانه اعمال می‌شود و از مزایای همبستگی مکانی پیکسل‌های مجاور بهره نمی‌برد. اطلاعات مکانی دارای اطلاعات فراوانی است که می‌تواند برای بهبود دقت جداسازی بکار گرفته شود [۱۶، ۱۷]. این اطلاعات می‌تواند برای طبق‌بندی تصاویر ابرطیفی نیز مورد استفاده قرار گیرد [۱۸، ۱۹]. در ساختارهای تخمین بیزین، عموماً از میدان‌های تصادفی مارکف برای مدل‌سازی اطلاعات مکانی استفاده می‌شود [۲۰، ۲۱]. در مساله جداسازی ابرطیفی نیز از میدان تصادفی مارکف استفاده شده است [۲۲، ۲۳]. اما این مقالات نیز بر پایه مدل ترکیب خطی ارائه شدند.

در این مقاله الگوریتم جداسازی ابرطیفی بر اساس روش تخمین بیزین ارائه شده که در آن فرض می‌شود هر پیکسل ابرطیفی حاصل ترکیب چندجمله‌ای پساغیرخطی است. برای بهبود دقت جداسازی از اطلاعات مکانی تحت مدل میدان تصادفی مارکف استفاده شده است. توابع توزیع پیشین مناسب ارائه و توابع توزیع احتمال پسین

$$\sum_{r=1}^R a_r = 1;$$

می‌آید. برای این کار از ساختار بیزین سلسله مراتبی استفاده می‌شود. نوآوری این مقاله استفاده از میدان تصادفی مارکف در مدل ترکیب غیرخطی است که منجر به بهبود دقت جداسازی می‌شود.

با فرض نویز گاوسی، تابع درست‌نمایی پیکسل مرکب به ترتیب رابطه (۷) بدست می‌آید:

$$f(Y_p | c_p = k, A_k, b, \sigma^2) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{\frac{L}{2}} \exp\left(-\frac{\|Y_p - g_b(MA_k)\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (7)$$

که Y_p پیکسل p ام تصویر ابرطیفی مشاهده شده و c_p کلاس متناظر با آن است. پارامترهای مجهول A_k ، b و σ^2 باید تخمین زده شوند. با فرض مستقل بودن نویز N_p برای پیکسل‌های $p=1, \dots, P$ داریم:

$$f(\mathbf{Y} | C, \mathbf{A}, b, \sigma^2) = \prod_{p=1}^P f(Y_p | c_p, A_{c_p}, b, \sigma^2) \quad (8)$$

۴-۱-۱- انتخاب توابع پیشین

در این بخش با توجه به قیدهای مساله، برای پارامترهای مجهول $\Psi = \{C, \mathbf{A}, b, \sigma^2\}$ توابع پیشین انتخاب می‌شود تا با کمک آن‌ها، توابع پسین تخمین زده شوند.

۴-۱-۱-۱- تابع پیشین کلاس پیکسل

همانطور که توضیح داده شد، تابع توزیع احتمال بردار کلاس پیکسل-های تصویر مشابه [۲۲] یک میدان تصادفی پاتس-مارکف با همسایگی مرتبه اول می‌باشد. با توجه به توضیحات بخش ۳، پارامتر β در این مساله برابر با 1.1 فرض شده است.

۴-۱-۲- تابع پیشین بردار فراوانی

به دلیل وجود قید مجموع برابر با یک بردار فراوانی، می‌توان بردار فراوانی کلاس k ام را به این ترتیب نوشت: $A_k^+ = [A_{k,R}^T, a_{k,R}^T]^T$ که $a_{k,R} = 1 - \sum_{r=1}^{R-1} a_{k,r}$. بعلاوه با توجه به قید نامنفی بودن المان‌های بردار فراوانی، این متغیر باید به سیمپلکس زیر تعلق داشته باشد:

$$\mathbb{S} = \left\{ A_k \mid a_{k,r} \geq 0, \forall r = 1, \dots, R-1, \sum_{r=1}^{R-1} a_{k,r} \leq 1 \right\} \quad (9)$$

به این ترتیب از یک توزیع یکنواخت بر سیمپلکس (۹) به عنوان تابع توزیع پیشین بردار فراوانی استفاده خواهد شد:

$$f(A_k) \propto I_{\mathbb{S}}(A_k) \quad (10)$$

که \propto به معنای "متناسب است" بوده و $I_{\mathbb{S}}(\cdot)$ تابع اندیکاتور^۵ روی مجموعه \mathbb{S} می‌باشد:

$$I_{\mathbb{S}}(A_k) = \begin{cases} 1, & \text{if } A_k \in \mathbb{S} \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (11)$$

۳- فرمول‌سازی اطلاعات مکانی

در این مقاله از میدان تصادفی پاتس-مارکف [۲۲] استفاده شده تا از همبستگی مکانی همسایگی مرتبه اول پیکسل مرکزی بهره ببریم. همسایگی مرتبه اول به معنی چهار پیکسل مجاور افقی و عمودی است. برای تعریف یک میدان تصادفی مارکف، تصویر ابرطیفی باید به تعداد کلاس‌های مشخصی طبقه‌بندی شود به نحویکه پسکیل‌های متعلق به یک کلاس دارای بردار فراوانی مشابه باشند.

فرض کنید بردار $C = [c_1, \dots, c_p]$ معرف کلاس پیکسل‌های $1, \dots, P$ باشد که روی مجموعه $\{1, \dots, K\}$ با K کلاس تعریف شده است. در این صورت مجموعه متغیرهای $\{c_1, \dots, c_p\}$ یک میدان تصادفی را نمایش می‌دهد. میدان تصادفی مارکف نوعی از میدان تصادفی است که توزیع احتمال شرطی یک متغیر c_i با فرض معلوم بودن سایر متغیرها (کلاس سایر پیکسل‌ها) $C_{v(i)}$ تنها به متغیرهای مجاور (پیکسل‌های همسایه) $C_{v(i)}$ وابسته باشد:

$$f(c_i | C_i) = f(c_i | C_{v(i)}) \quad (5)$$

که $v(i)$ همسایگی پیکسل i و $C_{v(i)} = \{c_j, j \neq i\}$ با استفاده از مدل پاتس-مارکف و بر اساس تئوری هامرسلی-کلیفورد که میدان‌های تصادفی مارکف را به توزیع گیبس مرتبط می‌کند، تابع توزیع احتمال میدان تصادفی C برابر است با [۲۲]:

$$f(C) = \frac{1}{G(\beta)} \exp\left(\left[\sum_{p=1}^P \sum_{p' \in v(p)} \beta \delta(c_p - c_{p'})\right]\right) \quad (6)$$

که $\beta > 0$ ضریب گرانونالاریتی^۶، $G(\beta)$ ثابت نرمالسازی و $\delta(\cdot)$ تابع کرونکر است که $\delta(x) = 1$ اگر $x = 0$ و در غیر اینصورت: $\delta(x) = 0$. برای تولید نمونه‌های توزیع شده با $f(C)$ از نمونه بردار مونت-کارلو زنجیره مارکف استفاده می‌شود. همانطور که می‌دانیم، نمونه بردار گیبس به ضریب ثابت وابسته نیست [۲۲] به همین دلیل می‌توان به راحتی از عبارت $G(\beta)$ صرف‌نظر کرد. پارامتر β نشان دهنده میزان همگنی هر کلاس می‌باشد. هر چه مقدار این پارامتر بزرگتر باشد، نقشه کلاس تصویر همگن و یکدست‌تر خواهد بود. مقادیر بسیار کوچک β نقشه کلاس را به سمت تصویری نویزی پیش می‌برد. مقدار پارامتر گرانونالاریتی به نوع همسایگی بستگی دارد. در این مقاله از همسایگی مرتبه اول استفاده شده و مطابق با [۲۲] مقدار متوسط برای β مقدار مناسبی خواهد بود.

۴- ساختار بیزین سلسله مراتبی

در این بخش تابع درست‌نمایی پیکسل ابرطیفی مشاهده شده بر اساس مدل ترکیب چندجمله‌ای پساغیرخطی محاسبه می‌شود. توابع پیشین پارامترهای مساله انتخاب و توابع پسین متغیرها بر آن اساس بدست

که $\mathbf{A} = [A_1, \dots, A_k]$ ماتریس فراوانی بوده و دارای توزیع $f(\mathbf{A}) = \prod_{k=1}^K f(A_k)$ می‌باشد. همچنین با فرض استقلال درایه‌های ماتریس نویز، تابع درست‌نمایی مطابق با رابطه (۱۷) محاسبه می‌شود.

$$f(\mathbf{Y} | C, \mathbf{A}, b, \sigma^2) = \prod_{p=1}^P f(Y_p | c_p, A_{c_p}, b, \sigma^2) \quad (17)$$

همانطور که در رابطه (۱۶) دیده می‌شود، تابع توزیع پسین بدست آمده بسیار پیچیده است. به این دلیل که فرم بسته برای تابع توزیع پسین بدست نیامد، امکان استفاده از تخمین گر MAP و MMSE وجود ندارد. تحت این شرایط، ما از نمونه‌بردار مونت-کارلو زنجیره مارکف استفاده می‌نماییم تا داده‌هایی تولید نماییم که متناظر با توزیع احتمال رابطه (۱۶) توزیع شده باشند و با کمک این نمونه‌ها، تخمینی از پارامتر مجهول θ داشته باشیم [۲۴].

۳-۴-۳- نمونه‌بردار Metropolis-Within-Gibbs

در این بخش نمونه‌بردار Metropolis-Within-Gibbs طراحی شده برای تولید نمونه‌های متناظر با توزیع احتمال $f(\theta | \mathbf{Y})$ شرح داده می‌شود. برای استفاده از نمونه‌بردار Metropolis-Within-Gibbs، ابتدا باید تابع توزیع احتمال تمام پارامترها و ابرپارامترهای مجهول مساله محاسبه شوند. این توزیع‌ها عبارتند از: $f(b | \theta_b, \mathbf{Y}, \mathbf{M})$ ، $f(A_{c_p} | \theta_{A_{c_p}}, \mathbf{Y}, \mathbf{M})$ ، $\mathbb{P}(c_p | \theta_{c_p}, \mathbf{Y}, \mathbf{M})$ ، $f(\sigma_b^2 | \theta_{\sigma_b^2}, \mathbf{Y}, \mathbf{M})$ و $f(\sigma^2 | \theta_{\sigma^2}, \mathbf{Y}, \mathbf{M})$. سپس، نمونه‌هایی متناظر با توزیع هر کدام از متغیرها تولید می‌شود.

۴-۳-۱- توزیع احتمال شرطی بردار فراوانی

برای هر پیکسل p ، بر اساس تئوری بیز داریم:

$$f(A_{c_p} | \theta_{A_{c_p}}, \mathbf{Y}, \mathbf{M}) \propto \prod_{p \in P_k} f(Y_p | c_p = k, A_k, b, \sigma^2, \sigma_b^2) f(A_k) \quad (18)$$

$$\prod_{p \in P_k} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \|Y_p - \mathbf{g}_b(\mathbf{M}A_k)\|^2 \right] \mathbb{I}_{\mathbb{S}}(A_k)$$

که $P_k = \{p \in \{1, \dots, P\} | z_p = k\}$ تمام پیکسل‌های کلاس k است. همانطور که دیده می‌شود، این توزیع احتمال بسیار پیچیده است. به همین دلیل برای تولید داده با این توزیع، از الگوریتم مونت-کارلو زنجیره مارکف استفاده شده است. ما نمونه‌بردار Metropolis-Within-Gibbs را انتخاب کردیم که در آن نمونه‌ها با روند گام تصادفی گاوسی^۶ تولید می‌شوند [۲۵].

۴-۳-۲- توزیع احتمال شرطی کلاس پیکسل

با کمک تئوری بیز، توزیع احتمال شرطی کلاس پیکسل p ام یعنی؛ c_p با رابطه (۱۹) نشان داده می‌شود:

استفاده از این تابع پیشین، قیده‌های بردار فراوانی را اقناع نموده و از طرف دیگر به خوبی نشان دهنده در دسترس نبودن اطلاعات بیشتر در مورد بردار فراوانی است. در پیاده سازی، ابتدا یکی از R درایه بردار فراوانی به طور تصادفی کنار گذاشته شده و پس از به روز رسانی سایر درایه‌ها، با $a_{k,i} = 1 - \sum_{r=1, r \neq i}^R a_{k,r}$ جایگزین می‌شود.

۴-۱-۳- تابع پیشین واریانس نویز

همانند [12] برای متغیر واریانس نویز از توزیع پیشین Jeffery رابطه (۱۲) استفاده شده است:

$$f(\sigma^2) \propto \frac{1}{\sigma^2} \mathbb{I}_{\mathbb{R}^+}(\sigma^2) \quad (12)$$

که همانطور که قبلاً تعریف شد، $\mathbb{I}_{\mathbb{S}}(\cdot)$ تابع اندیکاتور روی مقادیر حقیقی مثبت می‌باشد.

۴-۱-۴- تابع پیشین ضریب غیر خطی

برای متغیر مجهول b از توزیع احتمال گوسی با میانگین صفر مطابق رابطه (۱۳) استفاده شده است:

$$b | \sigma_b^2 \sim \mathcal{N}(0, \sigma_b^2) \quad (13)$$

که σ_b^2 ابرپارامتری است که برای آن تابع پیشین معکوس-گاما در نظر گرفته شده است:

$$\sigma_b^2 \sim \text{IG}(\gamma, \rho) \quad (14)$$

که با توجه به [۱۲] مقادیر $(\gamma, \rho) = (1, 0.01)$ مقادیر مناسبی می‌باشند.

۴-۲- استخراج توابع توزیع پسین

با استفاده از تابع درست‌نمایی بدست آمده برای پیکسل مرکب، توزیع پسین توام تمام پارامترها و ابرپارامترهای مجهول مساله $\theta = \{\Psi, \sigma_b^2\}$ مطابق با ساختار سلسله مراتبی رابطه (۱۵) بدست می‌آید:

$$f(\theta | \mathbf{Y}) \propto f(\mathbf{Y} | \Psi) f(\Psi | \sigma_b^2) f(\sigma_b^2) \quad (15)$$

یعنی $f(\theta | \mathbf{Y})$ متناسب با حاصلضرب تابع درست‌نمایی در توابع توزیع احتمال پیشین پارامترها و ابرپارامترها می‌باشد. با جایگذاری توابع پیشین تعریف شده، رابطه (۱۶) بدست می‌آید:

$$f(\theta | \mathbf{Y}) \propto \frac{1}{\sigma^2} \left(\frac{1}{\sigma_b^2} \right)^{\frac{3}{2} + \gamma} \times f(\mathbf{Y} | C, \mathbf{A}, b, \sigma^2) \times \exp \left(-\frac{b^2 + 2\rho}{2\sigma_b^2} \right) \times \mathbb{P}(C) \times f(\mathbf{A}) \quad (16)$$

۴-۳-۵- توزیع احتمال شرطی واریانس ضریب غیر خطی

با مشاهده رابطه (۱۶) واریانس ضریب غیرخطی σ_b^2 دارای توزیع احتمال شرطی زیر است:

$$f(\sigma_b^2 | \theta_{\sigma_b^2}, \mathbf{Y}, \mathbf{M}) \sim IG\left(\frac{1}{2} + \gamma, \frac{b^2}{2} + \rho\right) \quad (۲۵)$$

که به سادگی قابل نمونه برداری است.

الگوریتم (۱): پیاده‌سازی میدان تصادفی مارکف

- ورودی: $Y_p, \mathbf{M}, \mathbf{A}, b, c_p \in \mathcal{V}(p), \sigma^2$
 خروجی: c_p
 برای تعداد N_{MC} بار تکرار شود:
 ۱- برای $k=1:K$
 ۲- مقدار $w_k \propto \mathbb{P}(c_p = k | \theta_{c_p}, \mathbf{Y}, \mathbf{M})$ را بر اساس رابطه (۱۹) محاسبه نمایید
 ۳- پایان
 ۴- ضریب نرمالیزاسیون را محاسبه کنید:
 $G(\beta) = \sum_{k=1}^K w_k$
 ۵- بردار احتمال را بدست بیاورید:
 $\hat{W} = \left[\frac{w_1}{G(\beta)}, \dots, \frac{w_K}{G(\beta)} \right]$
 ۶- یک نمونه c_p از بین $\{1, \dots, K\}$ با احتمال $\{\hat{w}_1, \dots, \hat{w}_K\}$ استخراج نمایید.

در نهایت با استفاده از توزیع احتمال شرطی متغیرهای مساله، فرایند جداسازی و طبقه‌بندی به طور همزمان مطابق با الگوریتم ۲ انجام می‌گیرد. بر این اساس، نمونه‌هایی برای پارامترها تولید می‌شود که با استفاده از تخمین گر MMSE روی نمونه‌ها، می‌توان به تخمینی از بردار فراوانی هر کلاس، ضریب غیرخطی، نقشه کلاس پیکسل‌ها و واریانس نویز دست یافت.

۵- نتایج شبیه‌سازی

برای ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی جداسازی ابرطیفی، از هر دو نوع داده شبیه‌سازی و واقعی استفاده شده است.

الگوریتم (۲): نمونه‌برداری گیبس پیشنهادی برای جداسازی ابرطیفی مدل چندجمله‌ای پساغیرخطی با همبستگی مکانی

- ورودی: $\mathbf{Y} = [Y_1, \dots, Y_P], \mathbf{M} = [M_1, \dots, M_R], K$
 خروجی: $\hat{\mathbf{A}}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{\sigma}^2, \hat{\sigma}_b^2$
 مقداردهی اولیه:
 بر اساس توابع پیشین، مقدار اولیه‌ای برای متغیرهای $C^{(0)}, \mathbf{A}^{(0)}, b^{(0)}, \sigma^2, \sigma_b^2$ نمونه‌برداری کنید.
 برای تعداد N_{MC} بار تکرار شود:
 ۱- برای تمام پیکسل‌های $p=1:P$
 ۲- بر اساس کلاس پیکسل، یک نمونه از بردار فراوانی $A_k^{(p)}$ را بر اساس رابطه (۱۸) با استفاده از نمونه‌برداری MCMC تولید نمایید.
 ۳- با استفاده از $A_k^{(p)}$ مرحله قبل، یک نمونه از $c_p^{(p)}$ را بر اساس الگوریتم

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(c_p = k | \theta_{c_p}, \mathbf{Y}, \mathbf{M}) &\propto \\ & f(Y_p | A_{c_p}, b, c_p, \sigma^2, \sigma_b^2) f(c_p | C_{\setminus p}) \propto \\ & \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \|Y_p - \mathbf{g}_b(\mathbf{M}\mathbf{A}_k)\|^2\right] \\ & \times \exp\left[\beta \sum_{p' \in \mathcal{V}(p)} \delta(c_p - c_{p'})\right] \end{aligned} \quad (۱۹)$$

توزیع احتمال بدست آمده برای کلاس تمام پیکسل‌ها، C که بر اساس (۱۹) بدست می‌آید، معرف یک میدان تصادفی مارکف است. بنابراین استخراج نمونه از این توزیع احتمال با استفاده از نمونه‌برداری گیبس مطابق با الگوریتم (۱) بدست می‌آید.

۴-۳-۴- توزیع احتمال شرطی ضریب غیر خطی

با استفاده از رابطه (۷) و با توجه به استفاده از تابع پیشین گاوسی برای پارامتر غیرخطی b ، توزیع احتمال شرطی این متغیر هم نرمال خواهد بود:

$$f(b | \theta_b, \mathbf{Y}, \mathbf{M}) \sim \mathcal{N}(m_b, s_b^2) \quad (۲۰)$$

که

$$m_b = \frac{1}{P} \sum_{k=1}^K \sum_{p \in \mathcal{P}_k} \frac{\sigma_b^2 (Y_p - \mathbf{M}\mathbf{A}_k)^T H(A_k)}{\sigma_b^2 H(A_k)^T H(A_k) + \sigma^2} \quad (۲۱)$$

و

$$s_b^2 = \frac{1}{P} \sum_{k=1}^K \frac{\sigma_b^2 \sigma^2 n_k}{\sigma_b^2 H(A_k)^T H(A_k) + \sigma^2} \quad (۲۲)$$

در این رابطه $H(A_k) = (\mathbf{M}\mathbf{A}_k) \odot (\mathbf{M}\mathbf{A}_k)$ و n_k تعداد پیکسل‌های کلاس k ام است. در نتیجه نمونه‌برداری از ضریب غیرخطی نیز به سادگی قابل انجام است.

۴-۳-۴- توزیع احتمال شرطی واریانس نویز

با استفاده از تئوری بیز، توزیع احتمال شرطی واریانس نویز σ^2 مطابق با رابطه (۲۳) بدست می‌آید:

$$f(\sigma^2 | \theta_{\sigma^2}, \mathbf{Y}, \mathbf{M}) \propto f(\sigma^2) \prod_{p=1}^P f(Y_p | A_{c_p}, c_p = k, \sigma^2) \quad (۲۳)$$

که با توجه به استفاده تابع توزیع پیشین Jeffery، به فرم رابطه (۲۴) خلاصه می‌شود:

$$f(\sigma^2 | \theta_{\sigma^2}, \mathbf{Y}, \mathbf{M}) \sim IG\left(\frac{LP}{2}, \sum_{p=1}^P \frac{\|Y_p - \mathbf{g}_b(\mathbf{M}\mathbf{A}_{c_p})\|^2}{2}\right) \quad (۲۴)$$

که فرمی بسته داشته و به راحتی قابل نمونه‌برداری است.

۱ تولید نمایید.

۴- پایان

۵- یک نمونه از $b^{(i)}$ بر اساس (۲۰) تولید نمایید.

۶- یک نمونه از $\sigma^{2(i)}$ بر اساس (۲۴) تولید نمایید.

۷- یک نمونه از $\sigma_0^{2(i)}$ بر اساس (۲۵) تولید نمایید.

پیکسل‌ها بکار رفته است. شبیه‌سازی با $N_{MC} = 5000$ تکرار انجام و تعداد تکرارهای burn-in برابر با $N_{BI} = 500$ فرض شده است.



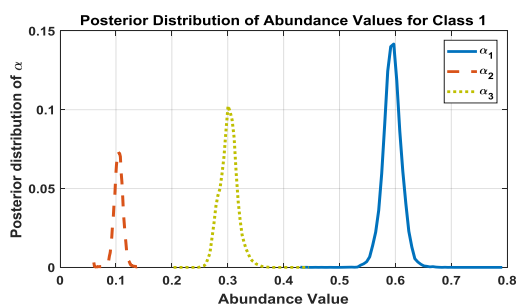
شکل (۲): نقشه کلاس واقعی پیکسل‌ها برای سه مدل تصویر مرکب

پس از اجرای الگوریتم، نقشه کلاس برای سه تصویر مطابق با شکل (۳) تخمین زده شد. همانطور که دیده می‌شود، الگوریتم توانسته نقشه کلاس را به درستی تخمین بزند. از آنجاییکه شماره کلاس‌ها دارای ترتیب خاصی نیست، ممکن است شماره کلاس‌های تخمین زده شده دقیقاً مشابه شماره کلاس واقعی نباشد که این موضوع دارای اهمیت نیست. وظیفه اصلی طبقه‌بندی، تشخیص دقیق پیکسل‌های متعلق به یک کلاس و تخمین صحیح بردار فراوانی متناظر با هر کلاس می‌باشد.



شکل (۳): نقشه کلاس تخمین زده شده توسط الگوریتم پیشنهادی برای سه مدل تصویر مرکب

توزیع احتمال پسین بردارهای فراوانی تخمین زده شده برای هر کلاس، در شکل‌های (۴) تا (۶) آورده شده است. مطابق با جدول (۱)، مقدار واقعی بردار فراوانی برای کلاس اول برابر با $A_1 = [0.6 \ 0.1 \ 0.3]^T$ است. همانطور که در شکل (۴) دیده می‌شود، توزیع احتمال دریا‌های بردار فراوانی در مقادیر بسیار نزدیک به مقدار واقعی دارای پیک تیز می‌باشد. به همین ترتیب برای سایر کلاس‌ها توزیع احتمال پسین در حوالی مقادیر واقعی دارای پیک است. در مورد کلاس سوم به دلیل ترکیب زیاد اعضا، توزیع احتمال کمی پهن‌تر بدست آمده است.

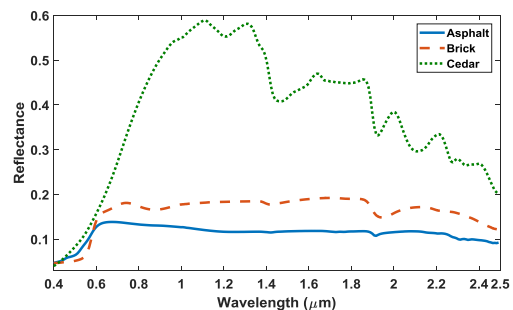


شکل (۴): توزیع احتمال پسین تخمینی الگوریتم پیشنهادی برای فراوانی اعضا در کلاس اول

۵-۱- تصویر شبیه‌سازی شده

در استراتژی اول ارزیابی، سه تصویر ابرطیفی 25×25 پیکسل با $K=3$ کلاس تولید شده‌اند. سه تصویر I_1 ، I_2 و I_3 با سه روش ترکیب مختلف تولید شدند تا بتوان میزان مقاومت الگوریتم پیشنهادی را به مدل ترکیب اعضا مورد ارزیابی قرار داد. روش‌های ترکیب به ترتیب مدل ترکیب خطی، مدل ترکیب bilinear تعمیم یافته و مدل ترکیب چندجمله‌ای پساغیرخطی می‌باشد. تعداد اعضا برابر با $R=3$ فرض شده که برای این کار سه مشخصه طیفی را به طور تصادفی از کتابخانه USGS [26] استخراج کردیم. مشخصه طیفی این مواد در شکل (۱) رسم شده است.

هر کدام از سه کلاس پیکسل‌ها دارای بردار فراوانی مخصوص به خود است که مقدار آن در جدول (۱) نشان داده شده است. پارامتر گاما در مدل ترکیب bilinear تعمیم یافته برابر با $\gamma = [0.5 \ 0.1 \ 0.3]$ فرض شده است. ضریب غیرخطی b نیز در مدل ترکیب چندجمله‌ای پساغیرخطی برابر با $b=0.1$ در نظر گرفته شده است. مقدار واریانس نویز برای هر سه تصویر برابر با $\sigma^2 = 0.001$ در نظر گرفته شده تا SNR تقریبی 15 dB را تضمین نماید.



شکل (۱): مشخصه طیفی سه عضو از کتابخانه USGS [26]

جدول (۱): مقدار واقعی بردار فراوانی هر کلاس تصاویر شبیه‌سازی شده

شماره کلاس k	بردار فراوانی A_k
کلاس ۱	$[0.6 \ 0.1 \ 0.3]^T$
کلاس ۲	$[0.1 \ 0.3 \ 0.6]^T$
کلاس ۳	$[0.3 \ 0.4 \ 0.3]^T$

نقشه کلاس تصادفی سه تصویر با استفاده از میدان تصادفی مارکوف با پارامتر $\beta = 1.1$ و $K=3$ تولید شد. نقشه کلاس تصاویر در شکل (۲) رسم شده است. در هر کلاس، بردار فراوانی یکتا برای تمام

شبهه‌سازی شدند. نتایج این الگوریتم‌ها و الگوریتم پیشنهادی بیزین با استفاده از میدان تصادفی مارکف در جدول (۲) و جدول (۳) لیست شده است.

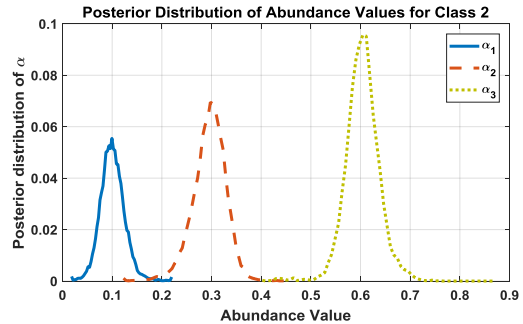
جدول (۲) خطای جذر میانگین مربع خطای بردار فراوانی را برای هر سه مدل تصویر مرکب نشان می‌دهد. همانطور که دیده می‌شود تخمین بردار فراوانی روش پیشنهادی کمتر از سایر روش‌ها بوده است. مقایسه خطای هر دو روش بیزین مدل ترکیب خطی با استفاده از میدان تصادفی مارکف و روش پیشنهادی مؤید این موضوع است که استفاده از اطلاعات مکانی بهبود چشمگیر دقت جداسازی را در پی خواهد داشت. اما در این مقاله با بکارگیری مدل ترکیب غیرخطی، توانستیم به دقتی بالاتر از روش مشابه در ترکیب خطی دست یابیم. نکته جالب توجه اینجاست که الگوریتم غیرخطی پیشنهادی حتی در مورد ترکیب خطی نیز بهتر از الگوریتم خطی متناظر عمل کرده است.

جدول (۲): جذر میانگین مربع خطای تخمین بردار فراوانی

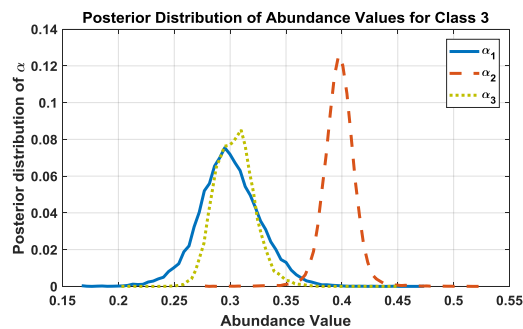
	\hat{I}_1 (LMM)	\hat{I}_2 (GBM)	\hat{I}_3 (PPNMM)
FCLS	0.1477	0.1471	0.1467
LMM (MRF Bayesian)	0.0358	0.0567	0.0615
GBM (Gradient)	0.1474	0.1465	0.1465
CDA-NL	0.1616	0.1475	0.1498
CDA-ME	0.1828	0.1711	0.1722
SUnSal	0.1520	0.1477	0.1495
SUnSal-TV	0.0880	0.0991	0.1025
RSFoBa	0.1843	0.1761	0.1756
PPNMM (Gradient)	0.2023	0.1965	0.1973
PPNMM (Bayesian)	0.1322	0.1370	0.1270
PPNMM (MRF Bayesian)	0.0057	0.0354	0.0470

خطای بازسازی تصویر در جدول (۳)، نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی از نظر خطای بازسازی نیز بسیار بهتر از سایر الگوریتم‌ها عمل کرده است. همانطور که دیده می‌شود، برای هر سه دسته تصویر خطای بازسازی برای تصویر مرکب خطی در حدود یک دهم بهترین الگوریتم پیاده‌سازی شده است. در سایر موارد نیز خطا حداقل یک سوم خطای بهترین الگوریتم است. همانطور که مشاهده می‌شود، روش پیشنهادی به دلیل بهره‌مندی از اطلاعات مکانی و درجه آزادی مدل چندجمله‌ای پساغیرخطی حساسیت چندانی به مدل ترکیب تصویر نداشته و مقدار خطا همواره ناچیز است.

در شکل (۷) تصویر بدون نویز، تصویر نویزی و تصویر بازسازی شده با استفاده از بردار فراوانی تخمینی رسم شده است. ورودی الگوریتم تصویر نویزی می‌باشد. همانطور که دیده می‌شود، تصویر بازسازی از دید بصری نیز بسیار شبیه به تصویر بدون نویز اصلی است.



شکل (۵): توزیع احتمال پسین تخمینی الگوریتم پیشنهادی برای فراوانی اعضا در کلاس دوم



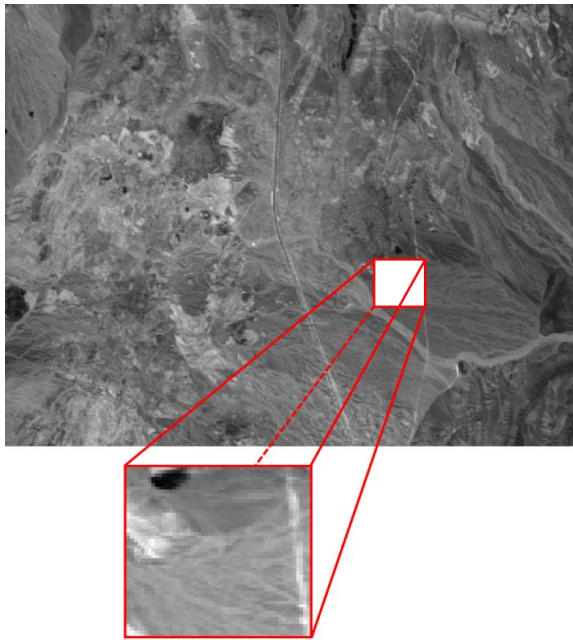
شکل (۶): توزیع احتمال پسین تخمینی الگوریتم پیشنهادی برای فراوانی اعضا در کلاس سوم

برای ارزیابی کمی دقت جداسازی، از معیار جذر میانگین مربع خطا^۷ برای محاسبه خطای تخمین بردار فراوانی و خطای بازسازی^۸ برای محاسبه خطای تصویر بازسازی شده استفاده شده است. خطای تخمین بردار فراوانی مطابق با رابطه (۲۶) و خطای بازسازی مطابق با رابطه (۲۷) بدست می‌آید.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \|\hat{A}_p - A_p\|^2} \quad (26)$$

$$RE = \sqrt{\frac{1}{PL} \sum_{p=1}^P \|\hat{Y}_p - Y_p\|^2} \quad (27)$$

الگوریتم‌هایی که برای مقایسه با روش پیشنهادی پیاده‌سازی شدند، شامل دو الگوریتم FCLS [۸] و الگوریتم بیزین با استفاده از میدان تصادفی مارکف است که برای مدل ترکیب خطی ارائه شدند [۲۲]. برای مدل bilinear تعمیم یافته، الگوریتم مبتنی بر زیر-گرادیان [۷] و همچنین برای مدل ترکیب چندجمله‌ای پساغیرخطی نیز دو روش مبتنی بر زیر-گرادیان و حل بیزین بکار گرفته شدند [۱۲]. دو الگوریتم CDA [۲۷] برای مدل‌سازی ترکیب غیرخطی و خطاهای مدل‌سازی، الگوریتم‌های مبتنی بر تنکی بردار فراوانی و استفاده از همبستگی مکانی [۲۸] و [۲۹] نیز برای مقایسه نتایج

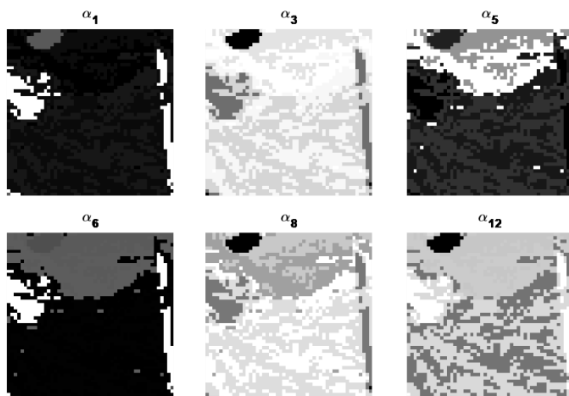


شکل (۸): داده ابرطیفی واقعی Cuprite تصویربرداری شده توسط AVIRIS و ناحیه مطلوب انتخابی

جدول (۴): بردار فراوانی تخمین زده شده از ۶ ماده مؤثر تر در

هر کلاس تصویر واقعی Cuprite

شماره کلاس k	بردار فراوانی A_k
کلاس ۱	$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{14} & a_{13} & a_9 & a_{10} & a_6 \end{bmatrix}^T$ [0.20 0.18 0.14 0.13 0.09 0.08]
کلاس ۲	$\begin{bmatrix} a_{12} & a_3 & a_8 & a_6 & a_5 & a_{13} \end{bmatrix}^T$ [0.29 0.26 0.16 0.09 0.05 0.02]
کلاس ۳	$\begin{bmatrix} a_{12} & a_3 & a_8 & a_2 & a_7 & a_5 \end{bmatrix}^T$ [0.32 0.24 0.18 0.14 0.08 0.03]
کلاس ۴	$\begin{bmatrix} a_{12} & a_3 & a_5 & a_8 & a_6 & a_{13} \end{bmatrix}^T$ [0.30 0.29 0.14 0.13 0.09 0.02]
کلاس ۵	$\begin{bmatrix} a_3 & a_8 & a_2 & a_{12} & a_7 & a_5 \end{bmatrix}^T$ [0.28 0.20 0.19 0.18 0.12 0.01]
کلاس ۶	$\begin{bmatrix} a_{12} & a_6 & a_3 & a_8 & a_1 & a_{10} \end{bmatrix}^T$ [0.37 0.25 0.13 0.10 0.10 0.03]



شکل (۹): نقشه فراوانی تخمین زده شده توسط الگوریتم برای شش ماده مؤثر تر

جدول (۳): خطای بازسازی تصاویر شبیه‌سازی شده

	ϵ_1 (LMM)	ϵ_2 (GBM)	ϵ_3 (PPNMM)
FCLS	0.0028	0.0037	0.0027
LMM (MRF Bayesian)	0.0021	0.0022	0.0077
GBM (Gradient)	0.0028	0.0038	0.0027
CDA-NL	0.0056	0.0598	0.0027
CDA-ME	0.0041	0.0598	0.0033
SUnSal	0.0028	0.0598	0.0028
SUnSal-TV	0.0026	0.0598	0.0027
RSFoBa	0.0034	0.0032	0.0033
PPNMM (Gradient)	0.0035	0.0043	0.0034
PPNMM (Bayesian)	0.0066	0.0076	0.0090
PPNMM (MRF Bayesian)	0.0003	0.0006	0.0006

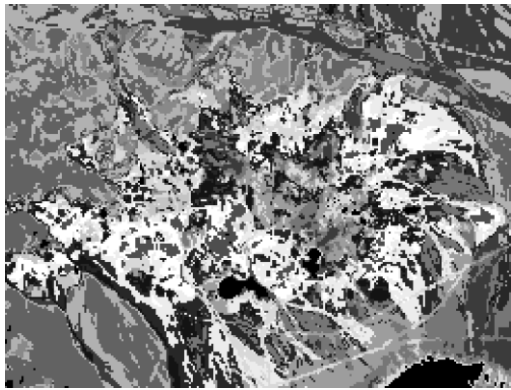


شکل (۱۰): (الف) تصویر اصلی بدون نویز ، (ب) تصویر اصلی نویزی، (ج) تصویر بازسازی شده الگوریتم پیشنهادی

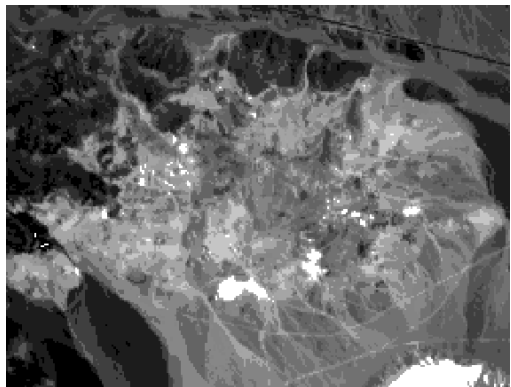
۵-۲- تصویر واقعی

بخش دوم ارزیابی با استفاده از تصویر ابرطیفی واقعی انجام شد. این تصویر با استفاده از ماهواره AVIRIS بر فراز Cuprite آمریکا تهیه شده است که دارای ۲۲۴ باند فرکانسی است [۳۰]. پس از حذف باندهای جذب آب، تعداد باندها به $L=189$ باند کاهش یافت. یک پنجره 50×50 پیکسل از تصویر انتخاب و به عنوان ناحیه مطلوب به الگوریتم داده شد. تصویر کلی و پنجره مطلوب در شکل (۸) نشان داده شده است. اعضای کتابخانه با استفاده از الگوریتم استخراج اعضای VCA [۳۱] با $R=14$ محاسبه شدند. تعداد کلاس‌ها برای یک پنجره کوچک از تصویر برابر با $K=6$ فرض شده است [۲۲].

مقدار فراوانی تخمین زده شده برای ۶ ماده مؤثرتر در هر کلاس در جدول (۴) لیست شده است. نقشه فراوانی برای ۶ ماده در شکل (۹) و نقشه کلاس پیکسل‌ها در شکل (۱۰) رسم شده است.



شکل (۱۲): نقشه کلاس تخمین زده شده توسط الگوریتم پیشنهادی



شکل (۱۳): تصویر بازسازی شده توسط الگوریتم پیشنهادی

۶- نتیجه گیری

در این مقاله روشی برای جداسازی ابرطیفی با نظارت ارائه شد که مبتنی بر مدل غیرخطی بوده و از مزایای همبستگی مکانی برای بهبود دقت جداسازی استفاده می‌کند. روش حل مساله، با استفاده از ساختار بی‌زین بوده و مدل‌سازی ترکیب با چندجمله‌ای پساغیرخطی انجام شده است. نوآوری مقاله استفاده از میدان تصادفی مارکف در مدل غیرخطی و استخراج توابع توزیع پسین متناسب با مساله می‌باشد. نتایج حاکی از آن بوده که استفاده از چنین مدلی، بهبود توأم دقت جداسازی و طبقه‌بندی را به طور همزمان در پی داشته است. برای ادامه کار می‌توان روش حل را به کاربردهای بدون نظارت تعمیم داد.

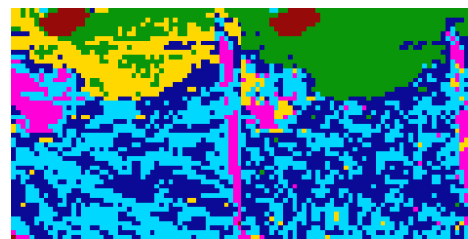
مراجع

- [1] Keshava, N., Mustard, J. F., "Spectral unmixing," IEEE Signal Processing Magazine, vol. 29, no. 1, pp. 44-57, 2002.
- [2] Liu, J., and Zhang, J., "Spectral Unmixing via Compressive Sensing," IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., vol. 52, pp. 7099-7110, 2014.
- [3] Heinz, D. C., and Chang, C.-I., "Fully constrained least-squares linear spectral mixture analysis method for material quantification in hyperspectral imagery," IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., vol. 39, no. 3, pp. 529-545, 2001.
- [4] Fu, X., Ma, W. K., Bioucas-Dias, J. M., and Chan, T. H., "Semiblind Hyperspectral Unmixing in the Presence of Spectral Library Mismatches," IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., vol. 54, no. 9, pp. 5171-5184, 2016.

برای مقایسه عملکرد الگوریتم، نقشه کلاس پیکسل بدست آمده از [۲۲] نیز در شکل (۱۰) رسم شده است. همانطور که در شکل (۱۰) دیده می‌شود، الگوریتم پیشنهادی توانسته در نیمه پایینی، کلاس پیکسل‌ها را همگن‌تر از [۲۲] تخمین بزند. بامقایسه خطای بازسازی تصویر که در جدول (۵) نشان داده شده، ادعای برتری الگوریتم پیشنهادی تأیید می‌شود.

جدول (۵): خطای بازسازی تصویر واقعی Cuprite

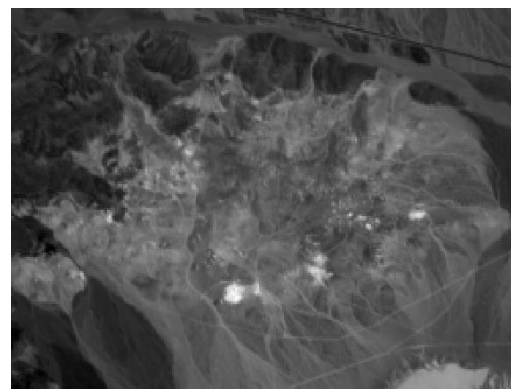
PPNMM (MRF Bayesian)	LMM (MRF Bayesian)	خطای RE
0.0182	0.0242	



(الف) (ب)

شکل (۱۰): نقشه کلاس پیکسل بدست آمده توسط (الف) الگوریتم پیشنهادی، (ب) الگوریتم [۲۰]

در پایان روی بخش دیگری از تصویر Cuprite مطابق با [۲۲]، الگوریتم جداسازی پیشنهادی اعمال شد. تصویر اصلی، نقشه کلاس پیکسل‌ها و تصویر بازسازی شده با استفاده از الگوریتم پیشنهادی، به ترتیب در شکل‌های (۱۳)، (۱۴) و (۱۵) رسم شده است. برای این ارزیابی طبق پیشنهاد [۲۲]، تعداد کلاس‌ها $K=14$ در نظر گرفته شده است.



شکل (۱۱): کل تصویر Cuprite [30]

- Bayesian Framework," IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. vol. 54, no. 2, pp. 805 - 816, 2016.
- [21] Eches, O., Benediktsson, J. A., Dobigeon, N., Tourneret, J. Y., "Adaptive Markov Random Fields for Joint Unmixing and Segmentation of Hyperspectral Images," IEEE Trans. Image Process., vol. 22, no. 1, pp. 5-16, 2013.
- [22] Eches, O., Dobigeon, N., Tourneret, J. Y., "Enhancing Hyperspectral Image Unmixing With Spatial Correlations," IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., vol. 49, no. 11, pp. 4239-4247, 2011.
- [23] Chen, P., Nelson, J. D. B., Tourneret, J. Y., "Towards a Sparse Bayesian Markov Random Field Approach to Hyperspectral Unmixing and Classification," IEEE Trans. Image Process., vol. 26, no. 1, pp. 426-438, 2017.
- [24] Robert, C. P., and Casella, G., Monte Carlo Statistical Methods, 2nd ed., Springer Verlag, New York, 2004.
- [25] Roberts, G. O., "Markov chain concepts related to sampling algorithms," in Markov Chain Monte Carlo in Practice, W. R. Gilks, S. Richardson, and D. J. Spiegelhalter, Eds. London, U.K.: Chapman & Hall, pp. 259-273, 1996.
- [26] Clark, R., Swayze, G., Wise, R., Livo, E., Hoefen, T., Kokaly, R., and Sutley, S., 2007. USGS digital spectral library splib06a: U.S. Geological Survey, Digital Data Series 231. [Online]. Available: http://speclab.cr.usgs.gov/spectral_lib06
- [27] Halimi, A., Honeine, P., Bioucas-Dias, J. M., "Hyperspectral Unmixing in Presence of Endmember Variability, Nonlinearity or Mismodelling Effects", IEEE Trans. Image Process., vol. 25, no. 10, pp. 4565-4579, 2016.
- [28] Iordache, M. D., Bioucas-Dias, J. M., and Plaza, A., "Total Variation Spatial Regularization for Sparse Hyperspectral Unmixing," IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., vol. 50, no. 11, pp. 4484-4502, 2012.
- [29] Tang, W., Shi, Zh., and Wu, Y., "Regularized Simultaneous Forward-backward Greedy Algorithm for Sparse Unmixing of Hyperspectral Data," IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., vol. 52, no. 9, pp. 5271 - 5288, 2014.
- [30] Vane, G., Green, R., Chrien, T., Enmark, H., Hansen, E., and Porter, W., "The airborne visible/infrared imaging spectrometer (AVIRIS)," Remote Sens. Environ., vol. 44, pp. 127-143, 1993. Available: https://aviris.jpl.nasa.gov/data/free_data.html.
- [31] Nascimento, J. M., and Bioucas-Dias J. M., "Vertex component analysis: A fast algorithm to unmix hyperspectral data," IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., vol. 43, no. 4, pp. 898-910, Apr. 2005.
- [5] Akhtar, N., Mian, A., "RCMF: Robust Constrained Matrix Factorization for Hyperspectral Unmixing," IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., vol. 55, no. 6, pp. 3354-3366, 2017.
- [6] Imbiriba, T., Bermudez, J. C., Richard, C. and Tourneret, J.-Y., "Nonparametric Detection of Nonlinearly Mixed Pixels and Endmember Estimation in Hyperspectral Images," IEEE Trans. Image Process., vol. 25, no. 3, pp. 1136-1151, 2016.
- [7] Halimi, A., Altmann, Y., Dobigeon, N., and Tourneret, J.-Y., "Nonlinear unmixing of hyperspectral images using a generalized bilinear model," IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., vol. 49, no. 11, pp. 4153-4162, 2011.
- [8] Yang, B., Wang, B., Wu, Z., "Nonlinear Hyperspectral Unmixing Based on Geometric Characteristics of Bilinear Mixture Models," IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., vol. 56, no. 2, pp. 694 - 714, 2018.
- [9] Hapke, B. W., "Bidirectional reflectance spectroscopy. I. Theory," J. Geophys. Res., vol. 86, pp. 3039-3054, 1981.
- [10] Ammanouil, R., Ferrari, A., Richard, C., Mathieu, S., "Nonlinear Unmixing of Hyperspectral Data with Vector-Valued Kernel Functions," IEEE Trans. Image Process., vol. 26, no. 1, pp. 340 - 354, 2017.
- [11] Palsson, B., Sigurdsson, J., Sveinsson, J. R., Ulfarsson, M. O., "Hyperspectral Unmixing Using a Neural Network Autoencoder," IEEE Access, vol. 6, pp. 25646 - 25656, 2018.
- [12] Altmann, Y., Halimi, A., Dobigeon, N., Tourneret, J., "Supervised nonlinear spectral unmixing using a postnonlinear mixing model for hyperspectral imagery," IEEE Trans. Image Process., vol. 21, no. 6, pp. 3017-3025, 2012.
- [13] Babaie-Zadeh, M., Jutten, C., Nayebi, K., "Separating convolutive post non-linear mixtures," in Proc. 3rd ICA Workshop, San Diego, CA, pp. 138-143, 2001.
- [14] Altmann, Y., Dobigeon, N., Tourneret, J.-Y., "Unsupervised Post-Nonlinear Unmixing of Hyperspectral Images Using a Hamiltonian Monte Carlo Algorithm," IEEE Trans. Image Process., vol. 23, no. 6, pp. 2663-2675, 2014.
- [15] Heylen, R., Burazerovic, D., and Scheunders, P., "Non-linear spectral unmixing by geodesic simplex volume maximization," IEEE J. Sel. Topics Signal Process., vol. 5, no. 3, pp. 534-542, Jun. 2011.
- [16] Kowkabi, F., Ghassemian, H., Keshavarz, A., "Enhancing Hyperspectral Endmember Extraction Using Clustering and Oversegmentation-Based Preprocessing," IEEE J. Sel. Topics Applied Earth Observ. Remote Sens. vol. 9, no. 6, pp. 2400 - 2413, 2016
- [17] Zhang, X., Gao, Z., Jiao, L., Zhou, H., "Multifeature Hyperspectral Image Classification With Local and Nonlocal Spatial Information via Markov Random Field in Semantic Space," IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. vol. 56, no. 3, pp. 1409 - 1424, 2018.

زیر نویس ها

¹Endmember

²Markov Chain Monte Carlo

³Polynomial Postnonlinear Mixing Model

⁴Granularity

⁵Indicator

⁶Gaussian Random Walk

⁷Root Mean Square Error

⁸Reconstruction Error

[۱۸] ایمانی، م.، قاسمیان، ح.، "جاسازی خط ویژگی وزندار برای استخراج ویژگی تصاویر ابرطیفی،" مجله مهندسی برق و الکترونیک ایران، ۱۳ (۲)، ۱۱۵-۱۳۲، ۱۳۹۵.

[۱۹] مرجان مزروعی، مهدی سعادت مند طرزجان، " یک الگوریتم جدید برای تشخیص نواحی پوشش گیاهی و سایه در تصاویر هوایی/ماهواره‌ای با تفکیک مکانی بالا بر اساس روش تحلیل مولفه‌های اصلی،" مجله مهندسی برق و الکترونیک ایران، ۱۵ (۲)، ۲۵-۴۳، ۱۳۹۷.

[20] Golipour, M., Ghassemian, H., Mirzapour, F., "Integrating Hierarchical Segmentation Maps With MRF Prior for Classification of Hyperspectral Images in a