

بررسی کارایی توان کانال تداخلی رله چند ورودی-چند خروجی انبوه

مهدی بیانی فرا^۱ سید محمد رضوی زاده^۲

۱- دانشجوی دکتری- دانشکده مهندسی برق- دانشگاه علم و صنعت- تهران- ایران

mahdi_baianifar@elec.iust.ac.ir

۲- استادیار- دانشکده مهندسی برق- دانشگاه علم و صنعت - تهران- ایران

smrazavi@iust.ac.ir

چکیده: در این مقاله به بررسی کارایی توان یک کانال تداخلی رله که در آن چند گره مبدا از طریق چند رله سیگنال خود را به گره‌های مقصد ارسال می‌کنند، پرداخته می‌شود. فرض می‌شود که گره‌های مبدا و مقصد دارای چند آنتن (تعداد محدود) هستند ولی رله‌ها به تعداد بسیار زیاد آنتن مجهز شده‌اند. طرح‌های تقویت-ارسال^۱ و کدگشایی-ارسال^۲ با استفاده از پردازش‌های MRT/MRC^۳ و ZF^۴ در رله‌ها مورد ارزیابی قرار گرفته می‌شوند. کارایی طیفی سیستم محاسبه شده و تاثیر تغییر توان گره‌های مبدا و رله روی آن بررسی می‌شود. نشان خواهیم داد که با استفاده از تعداد زیاد آنتن در رله‌ها، می‌توان ارسالی فرستنده و رله را بطور محسوسی کاهش داد و در عین حال کارایی سیستم را حفظ نمود. همچنین طرح کدگشایی-ارسال نسبت به طرح تقویت-ارسال در حالتی که تعداد آنتن‌های رله کم است، کارایی طیفی بیشتری دارد ولی با افزایش تعداد آنتن‌های رله، گیرنده ی ZF و MRC به یک مقدار ثابت میل می‌کنند. علاوه بر این توان مورد نیاز برای بدست آوردن نرخ ۱ بیت بر ثانیه با استفاده از طرح کدگشایی-ارسال کمتر است.

کلمات کلیدی: سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی (MIMO)، سیستم‌های انبوه آنتنی (Massive MIMO)، رله، کارایی توان

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۴/۰۹/۲۹

تاریخ پذیرش مشروط مقاله: ۱۳۹۵/۰۹/۳۰

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۱۱/۱۰

نام نویسنده‌ی مسئول: دکتر سید محمد رضوی زاده

نشانی نویسنده‌ی مسئول: ایران - تهران - نارمک - دانشگاه علم و صنعت ایران - دانشکده‌ی برق، طبقه چهارم - اتاق ۴۱۸

۱- مقدمه

زیادی آنتن دارد و از پردازش‌های MRC/MRT و ZF استفاده می‌کند، در [۱۲] مطالعه شده است. بازدهی طیفی کانال رله‌ی دو راهه که در آن چندین جفت فرستنده و گیرنده اطلاعات خود را از طریق رله‌ها به هم ارسال می‌کنند مطالعه شده است [۱۳].

با توجه به اهمیت استفاده از رله‌ها در شبکه‌های مخابراتی و مراجع ذکر شده، در این مقاله به بررسی سیستمی می‌پردازیم که در آن چندین گره فرستنده چند آنتنی سیگنال‌های خود را از طریق چندین رله که دارای تعداد زیادی آنتن هستند، ارسال می‌کنند. دو طرح تقویت‌سازی - ارسال و کدگشایی - ارسال که در هر دو حالت مختلف استفاده از پردازش‌های MRC/MRT و ZF در رله‌ها، مورد بررسی قرار گرفته شده است. کارایی طیفی با در نظر گرفتن قوانین کاهش توان در ۳ حالت مختلف فوق، با فرض داشتن اطلاعات کانال فرستنده و گیرنده‌ی معین در هر رله، مورد مطالعه قرار گرفته شده است. مشاهده می‌شود که با استفاده از تعداد زیادی آنتن در رله‌ها، تداخل بین کاربران و تداخل هم‌آنتنی (تداخل ناشی از ارسال همزمان چندین سیگنال از یک فرستنده) بطور کامل حذف می‌شوند. به دلیل اینکه در طرح کدگشایی - ارسال، ابتدا رله سعی در کدگشایی سیگنال‌های ارسال‌شده فرستنده‌ی مشخص را دارد، و بعد از کدگشایی سیگنال‌ها به گره‌های مقصد ارسال می‌کند، تداخل کمتری در سمت گیرنده خواهیم داشت. در نتیجه این طرح در تعداد آنتن‌های پایین نسبت به طرح تقویت - ارسال، کارایی طیفی بهتری را از خود نشان می‌دهد. همچنین مشاهده می‌شود که برای داشتن نرخ ۱ بیت بر ثانیه برای هر کاربر، طرح کدگشایی - ارسال توان کمتری را نسبت به طرح تقویت - ارسال نیاز دارد

ادامه‌ی مقاله بصورت زیر است. در بخش (۲) به بررسی مدل سیستم مد نظر در این مقاله می‌پردازیم. بخش (۳) به بررسی نرخ قابل حصول طرح تقویت - ارسال می‌پردازد. طرح کدگشایی-ارسال در بخش (۴) مورد بررسی قرار گرفته شده است. بررسی نرخ در حالت مجانبی (یعنی حالتی که تعداد زیادی آنتن در سمت رله در نظر گرفته شود) در بخش (۵) انجام شده است. در نهایت بخش (۶) به بررسی نتایج عددی می‌پردازد و بخش (۷) نتیجه‌گیری مقاله را بیان می‌کند.

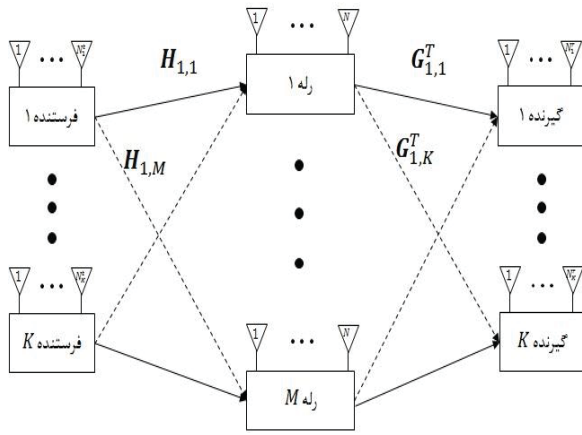
۲- مدل مساله

مدل سیستم مورد بررسی در شکل (۱) نشان داده شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود، در این شبکه، K فرستنده که هر کدام دارای چندین آنتن هستند، از طریق M رله اطلاعات خود را به گیرنده‌ها ارسال می‌کنند. در واقع یک ارتباط کامل بین فرستنده و گیرنده در دو شیار زمانی برقرار می‌شود. همچنین فرض شده است که به دلیل فاصله‌ی زیاد بین فرستنده‌ها و گیرنده‌ها لینک مستقیم بین آنها وجود ندارد. هر رله دارای N آنتن است که $N \gg 1$. همچنین فرستنده i ام و گیرنده i ام به ترتیب به N_i^r و N_i^t آنتن مجهز شده

در سال‌های اخیر، استفاده از سیستم‌های چند ورودی - چند خروجی انبوه^۵ که در آن ایستگاه‌های پایه با تعداد بسیار زیادی آنتن مجهز هستند (ده‌ها یا صدها) و بطور همزمان چندین کاربر را پوشش می‌دهند، مورد توجه بسیاری قرار گرفته شده است. برخی از مزایای سیستم‌های انبوه آنتنی عبارتند از: کاهش تداخل، متوسط‌گیری از فیدینگ مقیاس کوچک و کاهش توان ارسالی حتی با وجود روش‌های پردازش ساده مانند MRC یا ZF [۵-۱].

بازدهی توان سیستم چند ورودی - چند خروجی انبوه چند کاربره در [۳] بررسی شده است. در این مقاله نشان داده شده است که توان کاربران می‌تواند متناسب با تعداد آنتن‌های ایستگاه‌های پایه کاهش یابد. مطالعات مشابهی برای کانال با فیدینگ رایسین^۶ در مرجع [۴] انجام شده است. در آنجا نشان داده شده است که در حالتی که تعداد آنتن‌ها بسیار زیاد باشد، مستقل از داشتن اطلاعات کانال، توان کاربران را می‌توان متناسب با تعداد آنتن‌های ایستگاه‌های پایه، کاهش داد. اختصاص توان بهینه برای سیستم چند ورودی - چند خروجی انبوه با پیش‌کدگذاری^۷ MRT در لینک فرسو در [۴] مورد بررسی قرار گرفته است. پیش‌کدگذاری خطی با پیچیدگی کم بر مبنای چندجمله‌ای ماتریسی در [۷] پیشنهاد شده است. مشاهده می‌شود که پیش‌کدگذار پیشنهادی عملکردی مشابه پیش‌کدگذار RZF^۸ از خود نشان می‌دهد. در [۸] طرح اختصاص توان بهینه که توانماتر سیگنال آموزشی و توان اطلاعات را برای ماکزیمم کردن کارایی طیفی در لینک فرسوی سیستم چند ورودی - چند خروجی انبوه آنتنی چند سلولی، در نظر می‌گیرد، بررسی شده است. نشان داده شده است که در SNRهای بالا توان سیگنال آموزشی باید بیشتر باشد و بالعکس. با توجه به فواید بسیار زیاد استفاده از سیستم‌های چند ورودی - چند خروجی انبوه، ترکیب آن با رله‌های مشارکت^۹ که به عنوان یکی از راه کارهای اصلی در افزایش کارایی انرژی و طیفی شناخته شده است، حائز اهمیت زیادی است [۹]. با در نظر گرفتن یک کانال رله‌ی چند جفتی^{۱۰} که چندین گره مقصد از طریق یک رله‌ی دو سوپه^{۱۱} که تعداد زیادی آنتن دارد، سیگنال‌های خود را به گره‌های مقصد ارسال می‌کنند، مشاهده شده است که توان گره‌های مقصد با افزایش تعداد آنتن‌های رله کاهش می‌یابد [۹]. بازدهی طیفی و نحوه‌ی کاهش توان تحت داشتن اطلاعات کامل یا ناقص کانال در سیستم رله‌ی چند جفتی با رله‌ی مسیو در [۱۰] مطالعه شده است. در این مقاله چگونگی کاهش توان رله بدون کاهش کارایی سیستم ارزیابی شده است. سیستم رله‌ی دو سوپه که در آن فرستنده‌ها از طریق رله‌ی دو سوپه سیگنال خود را به مقصد ارسال می‌کنند، در [۱۱] بررسی شده است. مشاهده شده است که تداخل خودی^{۱۲} با استفاده از تعداد زیادی آنتن در رله، بطور محسوسی کاهش پیدا می‌کند. کارایی انرژی و طیفی رله‌ی چند جفتی دو راهه‌ی یک سوپه، که در آن رله تعداد

آتی بررسی خواهند شد. رله ی l سیگنال $\mathbf{x}_{r,l}$ را با محدودیت توان P_r ارسال می کند. در نتیجه رابطه ی (۳) برقرار است:



شکل (۱): کانال تداخل با رله های چند ورودی - چند خروجی انبوه

$$\mathbb{E}\{\mathbf{x}_{r,l}^H \cdot \mathbf{x}_{r,l}\} = P_r, \quad \forall l = 1, \dots, K \quad (3)$$

در گیرنده ی l ام سیگنال دریافتی بصورت زیر خواهد بود:

$$\mathbf{y}_{d,l} = \sum_{i=1}^M \mathbf{G}_{l,i}^T \cdot \mathbf{x}_{r,i} + \mathbf{n}_{d,l} \quad (4)$$

که ماتریسی $N \times N_l^r$ است که ضرایب کانال بین رله ی i ام و گیرنده ی l ام را نشان می دهد. مشابه $\mathbf{H}_{i,j}$ می توان نوشت: $\mathbf{G}_{l,i} = \mathbf{E}_{l,i} \mathbf{\Gamma}_{l,i}^{1/2}$ که $\mathbf{E}_{l,i}$ و $\mathbf{\Gamma}_{l,i}$ به ترتیب ماتریس های $N \times N_l^r$ و $N_l^r \times N_l^r$ و نشان دهنده ی ضرایب فیدینگ مقیاس کوچک و مقیاس بزرگ بین رله و گیرنده ی l ام هستند که $\mathbf{\Gamma}_{l,i} = \text{diag}\{\gamma_{l,i}^1, \dots, \gamma_{l,i}^{N_l^r}\}$. بطور مشابه فیدینگ مقیاس کوچک بصورت رایلی در نظر گرفته شده است. در نهایت نشان دهنده ی بردار نویز گوسی اضافه شوند در گیرنده ی l ام با ماتریس کواریانس $\sigma^2 \mathbf{I}$ است.

در این مقاله فرض شده است که رله ی i ام ضرایب کانال بین فرستنده-گیرنده ی i و خودش را می داند یا اصطلاحاً اطلاعات کانال فرستنده و گیرنده ی i و خودش، یعنی به ترتیب $\mathbf{H}_{i,i}$ و $\mathbf{G}_{i,i}^T$ را کامل در اختیار دارد. این فرض در عمل یک باند بالایی را برای نرخ قابل حصول خواهد داد چرا که در عمل معمولاً اطلاعات کانال را بطور کامل و دقیق در اختیار نداریم.

در ادامه طرح تقویت و ارسال را مورد بررسی قرار می دهیم و نرخ قابل حصول فرستنده ها را بدست می آوریم.

توجه به این نکته ضروری است که تاخیر ناشی از ارسال سیگنال از رله ها به سمت گیرنده به دلیل پردازشی که در رله ها انجام میگیرد،

اند. بدون از دست دادن کلیت مساله فرض می شود که $N_i^r \geq N_i^t$. در ابتدا فرستنده ها سیگنال خود را به رله ها ارسال می کنند. بعد از آن رله ها با طرح های مختلف (که در این مقاله طرح کدگشایی-ارسال و تقویت-ارسال لحاظ شده است) سیگنال ها را به سمت گیرنده ها ارسال می کنند. فرض می شود که تمامی گره های فرستنده و گیرنده و همچنین رله ها ثابت هستند و تحرکی ندارند. با توجه به شکل سیگنال دریافتی در رله ی i بصورت زیر خواهد بود:

$$\mathbf{y}_{r,i} = \sum_{j=1}^K \mathbf{H}_{i,j} \mathbf{P}_j \mathbf{x}_j + \mathbf{n}_{r,i} \quad \text{for } i = 1, \dots, M \quad (1)$$

که $\mathbf{H}_{i,j}$ ماتریسی $N \times N_j^t$ است که نشان دهنده ی ضرایب کانال بین رله ی i ام و فرستنده j است که شامل ضرایب فیدینگ مقیاس کوچک و بزرگ است. همانطور که در مرجع [۳] در نظر گرفته شده است، می توانیم مولفه ی (m, n) ام $\mathbf{H}_{i,j}$ را بصورت

$$h_{i,j}^{m,n} = d_{i,j}^{m,n} \sqrt{\lambda_{i,j}^n}, \quad m = 1, \dots, N, \quad n = 1, \dots, N_j^t$$

نشان دهیم که در آن $d_{i,j}^{m,n}$ و $\lambda_{i,j}^n$ به ترتیب نشان دهنده ی ضرایب فیدینگ مقیاس کوچک و بزرگ است. فرض می شود که $d_{i,j}^{m,n} \sim \mathcal{CN}(0, 1)$ (یعنی فیدینگ مقیاس کوچک بصورت رایلی در نظر گرفته شده است). می توان نوشت:

$$\mathbf{H}_{i,j} = \mathbf{D}_{i,j} \mathbf{\Lambda}_{i,j}^{1/2} \quad (2)$$

که $\mathbf{D}_{i,j}$ و $\mathbf{\Lambda}_{i,j}$ به ترتیب ماتریس های با ابعاد $N \times N_j^t$ و $N_j^t \times N_j^t$ هستند که نشان دهنده ی ضرایب فیدینگ مقیاس کوچک و مقیاس بزرگ بین رله ی i ام و فرستنده j ام هستند که $\mathbf{\Lambda}_{i,j} = \text{diag}\{\lambda_{i,j}^1, \dots, \lambda_{i,j}^{N_j^t}\}$ همچنین \mathbf{P}_j که ماتریسی $N_j^t \times N_j^t$ و قطری است، نشان دهنده ی توان اختصاص داده شده به سیگنال های ارسالی از فرستنده j ام است یعنی $\mathbf{P}_j = \text{diag}\{\sqrt{P_{1,j}}, \dots, \sqrt{P_{N_j^t,j}}\}$ که $P_{k,j}$ توان اختصاص داده شده برای سیگنال ارسال شده ی آنتن k ام فرستنده j ام است.

همچنین $\mathbf{x}_j = [x_{1,j}, \dots, x_{N_j^t,j}]^T$ که $\mathbb{E}\{\mathbf{x}_j\} = \mathbf{0}$ و $\mathbb{E}\{\mathbf{x}_j \mathbf{x}_j^H\} = \delta_{i,j} \mathbf{I}$ که $\delta_{i,j} = 1$ برای $i = j$ و $\delta_{i,j} = 0$ برای $i \neq j$. نشان دهنده ی یک بردار $N \times 1$ است که معرف نویز سفید گوسی در رله ی i ام است و دارای ماتریس کواریانس $\sigma^2 \mathbf{I}$ است.

رله ی l ام بعد از دریافت سیگنال های از فرستنده ها، می تواند از طرح هایی مانند کدگشایی - ارسال و تقویت - ارسال برای ارسال اطلاعات خود به سمت گیرنده ها، استفاده نماید که در قسمت های

در مدل مساله در نظر گرفته نشده است و به عنوان تحقیقات آتی می تواند مورد بررسی قرار گیرد.

۳- نرخ قابل حصول تقویت - ارسال

در این طرح، رله بعد از دریافت سیگنال از سمت فرستنده ها، سیگنال $\mathbf{x}_{r,k}$ که بصورت زیر است را ارسال می کند:

$$\mathbf{x}_{r,k} = \alpha_k \mathbf{W}_k \mathbf{y}_{r,k} \quad (5)$$

که برای α_k برای برقراری رابطه ی محدودیت توان که در رابطه ی (۳) ذکر شد، استفاده شده است. همچنین \mathbf{W}_k ماتریسی $N \times N$ است که ماتریس تقویت - ارسال رله ی k ام را نشان می دهد. با استفاده از محدودیت توان رله، رابطه ی زیر را برای α_k می توان بدست آورد:

$$\alpha_k^2 \mathbb{E} \left\{ \text{Tr} \left\{ \mathbf{x}_{r,k} \mathbf{x}_{r,k}^H \right\} \right\} = P_r$$

$$\alpha_k = \frac{\sqrt{P_r}}{\sqrt{\text{Tr} \left\{ \sum_{j=1}^K \mathbf{W}_k \mathbf{H}_{k,j} \mathbf{P}_j \mathbf{H}_{k,j}^H \mathbf{W}_k^H + \sigma^2 \mathbf{W}_k \mathbf{W}_k^H \right\}}}$$

(۶)

که از این حقیقت استفاده شده است که $\mathbf{x}_{r,k}$ ها متغیرهای تصادفی مستقل با میانگین صفر هستند. در نتیجه با جایگذاری روابط (۵) و (۱) در رابطه ی (۴) سیگنال دریافتی در گیرنده ی l ام بصورت زیر خواهد بود:

$$\mathbf{y}_{d,l} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^K \alpha_i \mathbf{G}_{l,i}^T \mathbf{W}_i \mathbf{H}_{i,j} \mathbf{P}_j \mathbf{x}_j + \sum_{i=1}^M \alpha_i \mathbf{G}_{l,i}^T \mathbf{W}_i \mathbf{n}_{r,i} + \mathbf{n}_{d,l} \quad (7)$$

در نتیجه می توانیم سیگنال آنتن k ام گیرنده ی l را بصورت (۸) بیان کنیم:

که $\mathbf{g}_{ll,k}$ ، $\mathbf{h}_{lj,k}$ به ترتیب نشان دهنده ی ستون k ام ماتریس های $\mathbf{G}_{l,l}$ ، $\mathbf{H}_{l,j}$ است. به علاوه منظور از تداخل هم آنتن و تداخل ناشی از سایر فرستنده ها، به ترتیب تداخل ایجاد شده ناشی از ارسال سیگنال از همان فرستنده ولی از آنتن های مختلف و تداخل ایجاد شده ناشی از ارسال سیگنال توسط فرستنده ها دیگر است. در نتیجه می توانیم SINR این سیگنال را بصورت (۹) بیان کنیم:

$$y_{d,l}^k = \underbrace{\alpha_l \mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{W}_l \mathbf{h}_{ll,k} \sqrt{P_{k,l}} x_{k,l}}_{\text{سیگنال مطلوب}} + \underbrace{\sum_{\substack{n=1, \\ n \neq k}}^{N_l^i} \alpha_l \mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{W}_l \mathbf{h}_{ll,n} \sqrt{P_{n,l}} x_{n,l}}_{\text{تداخل هم آنتن}} + \underbrace{\sum_{\substack{j=1, \\ j \neq l}}^K \alpha_l \mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{W}_l \sum_{n=1}^{N_j^i} \mathbf{h}_{lj,n} \sqrt{P_{n,j}} x_{n,j}}_{\text{تداخل ناشی از سایر فرستنده ها}} + \underbrace{\sum_{\substack{i=1, \\ i \neq l}}^M \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq l}}^K \alpha_i \mathbf{g}_{li,k}^T \mathbf{W}_i \sum_{n=1}^{N_j^i} \mathbf{h}_{ij,n} \sqrt{P_{n,j}} x_{n,j}}_{\text{تداخل ناشی از سایر فرستنده ها}} + \underbrace{\sum_{i=1}^M \alpha_i \mathbf{g}_{li,k}^T \mathbf{W}_i \mathbf{n}_{r,i} + n_{d,l}^k}_{\text{نویز مودر}}$$

$$\gamma_l^k = \frac{P_{k,l} \alpha_l^2 \|\mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{W}_l \mathbf{h}_{ll,k}\|^2}{Y_l^k} \quad (9)$$

که در آن

$$Y_l^k = \sum_{\substack{n=1, \\ n \neq k}}^{N_l^i} P_{n,l} \alpha_l^2 \|\mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{W}_l \mathbf{h}_{ll,n}\|^2 + \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq l}}^K \sum_{n=1}^{N_j^i} \alpha_l^2 P_{n,j} \|\mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{W}_l \mathbf{h}_{lj,n}\|^2 + \sum_{\substack{i=1, \\ i \neq l}}^M \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq l}}^K \sum_{n=1}^{N_j^i} P_{n,j} \alpha_i^2 \|\mathbf{g}_{li,k}^T \mathbf{W}_i \mathbf{h}_{ij,n}\|^2 + \sum_{i=1}^M \sigma^2 \alpha_i^2 \|\mathbf{g}_{li,k}^T \mathbf{W}_i\|^2 + \sigma^2$$

است. در ادامه حالت هایی را در نظر می گیریم که رله ها از پردازش های MRC یا ZF استفاده می کنند.

۳-۱- استفاده از پردازش MRT/MRC در رله ها

در این حالت رله ی l ام از پیش کدگذاری زیر استفاده می کند:

$$\mathbf{W}_l = \mathbf{G}_{l,l}^* \mathbf{H}_{l,l}^H \quad (10)$$

در نتیجه با جایگذاری رابطه ی (۱۰) در رابطه ی (۶) داریم:

$$\alpha_l^{\text{MR}} = \frac{\sqrt{P_r}}{\sqrt{\text{Tr} \left\{ \sum_{j=1}^K \mathbf{G}_{l,l}^* \mathbf{H}_{l,l}^H \mathbf{H}_{l,j} \mathbf{P}_j \mathbf{H}_{l,j}^H \mathbf{H}_{l,l} \mathbf{G}_{l,l}^T + \sigma^2 \mathbf{G}_{l,l}^* \mathbf{H}_{l,l}^H \mathbf{H}_{l,l} \mathbf{G}_{l,l}^T \right\}}}$$

(۱۱)

در نهایت با جایگذاری (۱۰) در رابطه ی (۸) داریم:

۳-۲- استفاده از پردازش ZF در رله ها

در این حالت رله ی l ام از ماتریس پیش کدگذاری زیر برای ارسال اطلاعات به گیرنده ی l ام استفاده می کند:

$$\mathbf{W}_l = \mathbf{G}_{l,l}^* \left(\mathbf{G}_{l,l}^T \mathbf{G}_{l,l}^* \right)^{-1} \left(\mathbf{H}_{l,l}^H \mathbf{H}_{l,l} \right)^{-1} \mathbf{H}_{l,l}^H \quad (15)$$

در نتیجه با جایگذاری (۱۵) در رابطه ی (۶) بطور مشابه رابطه ی (۱۱) می توانیم α_l^{ZF} را بدست آوریم. به علاوه با جایگذاری معادله ی (۱۵) در معادله ی (۸) می توانیم عبارت مشابهی را برای سیگنال k ام گیرنده ی l ام بدست آوریم. در نهایت SINR مشابه رابطه ی (۱۳) بدست می آید و از روی آن به سادگی می توان نرخ قابل حصول را بدست آورد که به دلیل تشابه محاسبات در اینجا آورده نمی شود.

۴- نرخ قابل حصول کدگشایی - ارسال

در این بخش حالتی را در نظر میگیریم که رله ها ابتدا سیگنال ارسالی از فرستنده ها را کدگشایی می کنند و بعد از آن، با پیش کدگذاری مناسب آنها به سمت گیرنده ها ارسال می کنند. در این حالت رله ی l برای بازیابی سیگنال ارسالی از فرستنده l ام بصورت زیر عمل می کند:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_l &= \mathbf{W}_l^H \mathbf{y}_{r,l} \\ &= \mathbf{W}_l^H \left(\sum_{j=1}^K \mathbf{H}_{l,j} \mathbf{P}_j \mathbf{x}_j + \mathbf{n}_{r,l} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

تخمین k امین جریان داده ی فرستنده l ام در گره l ام را می توانیم بصورت زیر بیان کنیم:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k,l} &= \sqrt{P_{k,l}} \mathbf{w}_{l,k}^H \mathbf{h}_{l,k} x_{k,l} + \sum_{\substack{n=1, \\ n \neq k}}^{N_l^t} \sqrt{P_{n,l}} \mathbf{w}_{l,k}^H \mathbf{h}_{l,n} x_{n,l} \\ &+ \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq l}}^K \sum_{n=1}^{N_j^t} \sqrt{P_{n,j}} \mathbf{w}_{l,k}^H \mathbf{h}_{l,j,n} x_{n,j} + \mathbf{w}_{l,k}^H \mathbf{n}_{r,l} \end{aligned} \quad (17)$$

در نتیجه SINR این جریان داده بصورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \gamma_{l,k}^{sr} &= \frac{P_{k,l} \|\mathbf{w}_{l,k}^H \mathbf{h}_{l,k}\|^2}{\sum_{\substack{n=1, \\ n \neq k}}^{N_l^t} P_{n,l} \|\mathbf{w}_{l,k}^H \mathbf{h}_{l,n}\|^2 + \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq l}}^K \sum_{n=1}^{N_j^t} P_{n,j} \|\mathbf{w}_{l,k}^H \mathbf{h}_{l,j,n}\|^2 + \sigma^2 \|\mathbf{w}_{l,k}\|^2} \end{aligned} \quad (18)$$

بنابراین نرخ قابل حصول برای اینکه رله بتواند این جریان داده را بدرستی کدگشایی کند، بصورت زیر بیان نمود:

$$R_l^k \leq 0.5 \log_2 (1 + \gamma_{l,k}^{sr}) \quad (19)$$

$$\begin{aligned} y_{d,l}^k &= \underbrace{\alpha_l \mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{G}_{l,l}^* \mathbf{H}_{l,l}^H \mathbf{h}_{ll,k}}_{\text{سیگنال مطلوب}} \sqrt{P_{k,l}} x_{k,l} \\ &+ \underbrace{\sum_{\substack{n=1, \\ n \neq k}}^{N_l^t} \alpha_l \mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{G}_{l,l}^* \mathbf{H}_{l,l}^H \mathbf{h}_{ll,n}}_{\text{داخل هم اندازی}} \sqrt{P_{n,l}} x_{n,l} \\ &+ \underbrace{\sum_{\substack{j=1, \\ j \neq l}}^K \alpha_l \mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{G}_{l,l}^* \mathbf{H}_{l,l}^H \sum_{n=1}^{N_j^t} \mathbf{h}_{lj,n}}_{\text{رله فرستنده ها ساطع تاخاقل ناشی}} \sqrt{P_{n,j}} x_{n,j} \\ &+ \underbrace{\sum_{\substack{i=1, \\ i \neq l}}^M \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq l}}^K \alpha_i \mathbf{g}_{li,k}^T \mathbf{G}_{i,i}^* \mathbf{H}_{i,i}^H \sum_{n=1}^{N_i^t} \mathbf{h}_{ij,n}}_{\text{داخل ناشی از سایر رله فرستنده}} \sqrt{P_{n,j}} x_{n,j} \\ &+ \underbrace{\sum_{i=1}^M \alpha_i \mathbf{g}_{li,k}^T \mathbf{G}_{i,i}^* \mathbf{H}_{i,i}^H \mathbf{n}_{r,i}}_{\text{نویز موزر}} + n_{d,l}^k \end{aligned} \quad (12)$$

در نتیجه نسبت سیگنال به توان نویز را برای این سیگنال می توان بصورت زیر بیان کرد:

$$\gamma_l^k = \frac{P_{k,l} \alpha_l^2}{Y_l^k} \quad (13)$$

که

$$\begin{aligned} Y_l^k &= \sum_{\substack{n=1, \\ n \neq k}}^{N_l^t} P_{n,l} \alpha_l^2 \|\mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{G}_{l,l}^* \mathbf{H}_{l,l}^H \mathbf{h}_{ll,n}\|^2 + \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq l}}^K \sum_{n=1}^{N_j^t} \alpha_l^2 P_{n,j} \|\mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{G}_{l,l}^* \mathbf{H}_{l,l}^H \mathbf{h}_{lj,n}\|^2 + \sum_{\substack{i=1, \\ i \neq l}}^M \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq l}}^K \sum_{n=1}^{N_i^t} P_{n,j} \alpha_i^2 \|\mathbf{g}_{li,k}^T \mathbf{G}_{i,i}^* \mathbf{H}_{i,i}^H \mathbf{h}_{ij,n}\|^2 + \sum_{i=1}^M \sigma^2 \alpha_i^2 \|\mathbf{g}_{li,k}^T \mathbf{G}_{i,i}^* \mathbf{H}_{i,i}^H \mathbf{h}_{ll,k}\|^2 + \frac{\sigma^2}{\|\mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{G}_{l,l}^* \mathbf{H}_{l,l}^H \mathbf{h}_{ll,k}\|^2} \end{aligned}$$

در نتیجه نرخ قابل حصول بصورت زیر خواهد بود:

$$R_{l,k} = 0.5 \log_2 (1 + \gamma_l^k) \quad (14)$$

در نهایت با توجه به تعریف، نرخ قابل حصول برای فرستنده l ام

برابر $R_l = \sum_{k=1}^{N_l^t} R_{l,k}$ خواهد بود (توجه شود که در حالت کلی بجای N_l^t ، مقدار $\min(N_l^t, N_l^r)$ خواهد بود).

بعد از بازیابی \mathbf{x}_l در رله l ام، این رله سیگنال زیر را ارسال می کند:

$$\mathbf{x}_l^r = \alpha_l \mathbf{B}_l \mathbf{x}_l \quad (20)$$

که α_l برای برقراری رابطه‌ی محدودیت توان در رله در نظر گرفته شده است:

$$\alpha_l = \frac{\sqrt{P_r}}{\sqrt{\text{Tr}\{\mathbf{B}_l \mathbf{B}_l^H\}}}$$

در نتیجه سیگنال دریافتی در گیرنده l ام بصورت زیر خواهد بود:

$$\mathbf{y}_{r,l} = \sum_{i=1}^M \alpha_i \mathbf{G}_{l,i}^T \mathbf{B}_i \mathbf{x}_i^r + \mathbf{n}_{d,l} \quad (21)$$

که داریم:

$$\begin{aligned} y_{r,l}^k &= \alpha_l \mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{b}_{ll,k} x_{k,l}^r + \sum_{\substack{n=1, \\ n \neq k}}^{N_l^i} \alpha_l \mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{b}_{ll,n} x_{n,l}^r \\ &+ \sum_{\substack{i=1, \\ i \neq l}}^M \sum_{n=1}^{N_i^i} \alpha_i \mathbf{g}_{li,n}^T \mathbf{b}_{li,n} x_{n,i}^r + n_{d,l}^k \end{aligned} \quad (22)$$

در نتیجه SINR به طور مشابه برای جریان داده k بصورت زیر خواهد بود:

$$\gamma_{l,k}^{rd} = \frac{\alpha_l^2 \|\mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{b}_{ll,k}\|^2}{\sum_{\substack{n=1, \\ n \neq k}}^{N_l^i} \alpha_l^2 \|\mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{b}_{ll,n}\|^2 + \sum_{\substack{i=1, \\ i \neq l}}^M \sum_{n=1}^{N_i^i} \alpha_i^2 \|\mathbf{g}_{li,n}^T \mathbf{b}_{li,n}\|^2 + \sigma^2} \quad (23)$$

در نتیجه برای بازیابی صحیح باید داشته باشیم:

$$R_l^k \leq 0.5 \log_2 (1 + \gamma_{l,k}^{rd}) \quad (24)$$

در نتیجه برای طرح کدگشایی - ارسال، نرخ قابل حصول با استفاده از معادله های (19) و (24) بصورت زیر خواهد بود:

$$R_l^k \leq \min(0.5 \log_2 (1 + \gamma_{l,k}^{sr}), 0.5 \log_2 (1 + \gamma_{l,k}^{rd})) \quad (25)$$

در ادامه به بررسی پردازش های MRC و ZF در رله ها می پردازیم.

۴-۱- استفاده از MRC و MRT در رله ها

رله l ام ابتدا از MRC برای کدگشایی سیگنال فرستنده l استفاده می کند یعنی $\mathbf{W}_l = \mathbf{H}_{ll}$ قرار می دهد. در نتیجه تخمین جریان داده k ام سیگنال در رله l ام بصورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k,l} &= \sqrt{P_{k,l}} \mathbf{h}_{ll,k}^H \mathbf{h}_{ll,k} x_{k,l} + \sum_{\substack{n=1, \\ n \neq k}}^{N_l^i} \sqrt{P_{n,l}} \mathbf{h}_{ll,k}^H \mathbf{h}_{ll,n} x_{n,l} \\ &+ \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq l}}^K \sum_{n=1}^{N_j^i} \sqrt{P_{n,j}} \mathbf{h}_{ll,k}^H \mathbf{h}_{jj,n} x_{n,j} + \mathbf{h}_{ll,k}^H \mathbf{n}_{r,l} \end{aligned} \quad (26)$$

بعد از آن رله از MRT برای ارسال سیگنال به گیرنده l ام استفاده می کند یعنی قرار می دهد: $\mathbf{B} = \mathbf{G}_{ll}^*$. در نتیجه در گیرنده l ام خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} y_{r,l}^k &= \alpha_l \mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{g}_{ll,k}^* x_{k,l} + \sum_{\substack{n=1, \\ n \neq M}}^{N_l^i} \alpha_l \mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{g}_{ll,n}^* x_{n,l} \\ &+ \sum_{\substack{i=1, \\ i \neq l}}^M \sum_{n=1}^{N_i^i} \alpha_i \mathbf{g}_{li,n}^T \mathbf{g}_{ii,n}^* x_{n,i} + \mathbf{n}_{d,l}^k \end{aligned} \quad (27)$$

همچنین نرخ قابل حصول برای جریان داده k ام بصورت زیر خواهد بود:

$$R_l^k \leq \min(0.5 \log_2 (1 + \gamma_{l,k}^{sr,mc}), 0.5 \log_2 (1 + \gamma_{l,k}^{rd,mc})) \quad (28)$$

که

$$\gamma_{l,k}^{sr,mc} = \frac{P_{k,l} \|\mathbf{h}_{ll,k}^H \mathbf{h}_{ll,k}\|^2}{\sum_{\substack{n=1, \\ n \neq k}}^{N_l^i} P_{n,l} \|\mathbf{h}_{ll,n}^H \mathbf{h}_{ll,n}\|^2 + \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq l}}^M \sum_{n=1}^{N_j^i} P_{n,j} \|\mathbf{h}_{jj,n}^H \mathbf{h}_{jj,n}\|^2 + \sigma^2 \|\mathbf{h}_{ll,k}\|^2}$$

و

$$\gamma_{l,k}^{rd,mc} = \frac{\alpha_l^2 \|\mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{g}_{ll,k}^*\|^2}{\sum_{\substack{n=1, \\ n \neq k}}^{N_l^i} \alpha_l^2 \|\mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{g}_{ll,n}^*\|^2 + \sum_{\substack{i=1, \\ i \neq l}}^M \sum_{n=1}^{N_i^i} \alpha_i^2 \|\mathbf{g}_{li,n}^T \mathbf{g}_{ii,n}^*\|^2 + \sigma^2}$$

در ادامه به بررسی استفاده از پردازش ZF در رله ها می پردازیم.

۴-۲- استفاده از ZF در رله ها

در این حالت رله l ام، از $\mathbf{W}_l^H = (\mathbf{H}_{ll}^H \mathbf{H}_{ll})^{-1} \mathbf{H}_{ll}^H$ و $\mathbf{B}_l = \mathbf{G}_{ll}^* (\mathbf{G}_{ll}^T \mathbf{G}_{ll}^*)^{-1}$ به ترتیب برای دریافت و ارسال استفاده

$$\frac{\mathbf{H}_{l,l}^H \mathbf{H}_{l,j}}{N} = \begin{cases} \mathbf{D}_{l,l} & l = j \\ \mathbf{0} & l \neq j \end{cases}$$

و همچنین:

$$\frac{\mathbf{G}_{l,l}^H \mathbf{G}_{l,j}}{N} = \begin{cases} \mathbf{\Gamma}_{l,l} & l = j \\ \mathbf{0} & l \neq j \end{cases}$$

همچنین با در نظر گرفتن رابطه ی (۱۲)، عبارت اول $\frac{y_{d,l}^k}{\sqrt{N}}$ بصورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} & N \alpha_l \sqrt{E_s} \frac{\mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{G}_{l,l}^* \mathbf{H}_{l,l}^H \mathbf{h}_{ll,k}}{N^2} x_{k,l} \\ &= N \alpha_l \sqrt{E_s} \sum_{i=1}^{N_l^i} \frac{\mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{g}_{ll,i}^* \mathbf{h}_{ll,i}^H \mathbf{h}_{ll,k}}{N^2} x_{k,l} \\ &= \frac{\sqrt{E_r E_s}}{\sqrt{\text{Tr}\{E_s (\mathbf{\Lambda}_{l,l} \mathbf{\Gamma}_{l,l} \mathbf{\Lambda}_{l,l}) + \sigma^2 \mathbf{\Gamma}_{l,l} \mathbf{\Lambda}_{l,l}\}}} \gamma_{l,l}^k \lambda_{l,l}^k x_{k,l} \end{aligned} \quad (32)$$

که از رابطه ی (۳۱) و این حقیقت که:

$$\frac{\mathbf{w}_{ll,k}^T \mathbf{w}_{ll,i}^*}{N} = \begin{cases} \zeta_{l,l}^k & k = i \\ 0 & k \neq i \end{cases} \quad (33)$$

برای $\mathbf{w} = \mathbf{g}$, $\zeta_{l,l}^k = \gamma_{l,l}^k$ و $\mathbf{w} = \mathbf{h}$, $\zeta_{l,l}^k = \lambda_{l,l}^k$

استفاده شده است. با در نظر گرفتن ترم دوم رابطه ی $\frac{y_{d,l}^k}{\sqrt{N}}$ داریم:

$$\sqrt{E_s} N \alpha_l \sum_{\substack{n=1, \\ n \neq k}}^{N_l^i} \frac{\mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{G}_{l,l}^* \mathbf{H}_{l,l}^H \mathbf{h}_{ll,n}}{N^2} x_{n,l} \rightarrow 0 \quad (34)$$

که اثبات آنهم مشابه رابطه ی اول خواهد بود. همچنین به سادگی مشاهده می شود که ترم سوم و چهارم رابطه ی $\frac{y_{d,l}^k}{\sqrt{N}}$ با افزایش N به سمت صفر میل می کنند. در نهایت ترم آخر را در نظر بگیریم:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{N_l^i} N \alpha_i \frac{\mathbf{g}_{li,k}^T \mathbf{G}_{l,i}^* \mathbf{H}_{l,i}^H \mathbf{n}_{r,i}}{N \sqrt{N}} + \frac{n_{d,l}^k}{\sqrt{N}} \\ & \xrightarrow{d} \frac{\sqrt{E_r}}{\sqrt{\text{Tr}\{E_s (\mathbf{\Lambda}_{l,l} \mathbf{\Gamma}_{l,l} \mathbf{\Lambda}_{l,l}) + \sigma^2 \mathbf{\Gamma}_{l,l} \mathbf{\Lambda}_{l,l}\}}} \gamma_{l,l}^k \tilde{n}_{k,l} \end{aligned} \quad (35)$$

که $\tilde{n}_{k,l} \sim \mathcal{CN}(0, \lambda_{l,l}^k \sigma^2)$ در واقع از رابطه ی (۳۳) و قضیه ی حد مرکزی Lindeberg-Le'vy استفاده شده است. حالت دوم: $P_{k,l} = E_s$, $P_r = E_r$, N در این حالت داریم:

می کند. نرخ قابل حصول در این حالت می تواند از طریق جاگذاری در روابط (۱۷) و (۱۸) مشابه حالت استفاده از MRC و MRT در رله بدست آید که به دلیل تشابه زیاد در این قسمت حذف می شود. در ادامه به بررسی کارایی انرژی سیستم با استفاده از استراتژی های تقویت-ارسال و کدگذاری - ارسال در رله ها در حالی که N خیلی بزرگ است می پردازیم.

۵- بررسی حالت مجانبی

در این بخش با در نظر گرفتن N بزرگ به ساده سازی روابط به دست آمده برای SINRها در روابط (۹)، (۱۸) و (۲۳) می پردازیم که منجر به عبارت های ساده شده برای کارایی طیفی سیستم می شود که این عبارات نشان دهنده ی برخی جنبه های قابل توجه در نرخ قابل حصول و کارایی توان هستند. در این بخش فرض می شود که $N \gg N_l^i, N \gg N_r^i$ برای تمامی $i = 1, 2, \dots, K$ در ادامه ی این بخش، ۳ حالت را در نظر خواهیم گرفت:

$$\begin{aligned} P_{k,l} = P_s = E_s / N, P_r = E_r, \\ P_{k,l} = P_s = E_s, P_r = E_r / N \\ P_{k,l} = P_s = E_s / N, P_r = E_r / N. \end{aligned} \quad \text{و}$$

۵-۱- تقویت - ارسال با پردازش MRC/MRT

حالت اول: $P_{k,l} = E_s / N, P_r = E_r$. در این حالت داریم:

$$\begin{aligned} & \frac{y_{d,l}^k}{\sqrt{N}} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{d} \frac{\sqrt{E_s E_r}}{\sqrt{\text{Tr}\{E_s \mathbf{\Lambda}_{l,l} \mathbf{\Gamma}_{l,l} \mathbf{\Lambda}_{l,l} + \sigma^2 \mathbf{\Gamma}_{l,l} \mathbf{\Lambda}_{l,l}\}}} x_{k,l} \\ & + \frac{\sqrt{E_r}}{\sqrt{\text{Tr}\{E_s \mathbf{\Lambda}_{l,l} \mathbf{\Gamma}_{l,l} \mathbf{\Lambda}_{l,l} + \sigma^2 \mathbf{\Gamma}_{l,l} \mathbf{\Lambda}_{l,l}\}}} \gamma_{l,l}^k \tilde{n}_{k,l} \end{aligned} \quad (29)$$

که $\tilde{n}_{k,l} \sim \mathcal{CN}(0, \lambda_{l,l}^k \sigma^2)$ بنابراین خواهیم داشت:

$$\gamma_l^k \xrightarrow{a.s} \frac{E_s \gamma_{l,l}^k}{\sigma^2} \quad (30)$$

اثبات: معادله ی (۱۱) را در نظر بگیرید، داریم:

$$\begin{aligned} N \alpha_l = & \frac{\sqrt{E_r}}{\sqrt{\text{Tr}\left\{\sum_{j=1}^K \frac{E_s}{N^3} \mathbf{G}_{l,j}^* \mathbf{H}_{l,j}^H \mathbf{H}_{l,j} \mathbf{H}_{l,j}^H \mathbf{G}_{l,j}^T + \frac{\sigma^2}{N^2} \mathbf{G}_{l,l}^* \mathbf{H}_{l,l}^H \mathbf{H}_{l,l} \mathbf{G}_{l,l}^T\right\}}} \\ & = \frac{\sqrt{E_r}}{\sqrt{\text{Tr}\{E_s (\mathbf{\Lambda}_{l,l} \mathbf{\Gamma}_{l,l} \mathbf{\Lambda}_{l,l}) + \sigma^2 \mathbf{\Gamma}_{l,l} \mathbf{\Lambda}_{l,l}\}}} \end{aligned} \quad (31)$$

چرا که داریم:

حالت اول: $P_{k,l} = E_s / N, P_r = E_r, N$ در این حالت

داریم:

$$\frac{y_{d,l}^k}{\sqrt{N}} \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{d} \frac{\sqrt{E_r E_s}}{\sqrt{\text{Tr}\{E_s (\Gamma_{l,l})^{-1} + \sigma^2 (\Lambda_{l,l} \Gamma_{l,l})^{-1}\}}} x_{k,l}$$

$$+ \frac{\sqrt{E_r E_s}}{\sqrt{\text{Tr}\{E_s (\Gamma_{l,l})^{-1} + \sigma^2 (\Lambda_{l,l} \Gamma_{l,l})^{-1}\}}} \tilde{n}_{k,l}^k \lambda_{l,l}^k \quad (42)$$

که $\tilde{n}_{k,l} \sim \mathcal{CN}(\cdot, \lambda_{l,l}^k \sigma^2)$ در نتیجه خواهیم داشت:

$$\gamma_l^k \xrightarrow{a.s.} \frac{E_s \lambda_{l,l}^k}{\sigma^2} \quad (43)$$

اثبات: ابتدا توجه داشته باشید که در این حالت داریم:

$$\frac{\alpha_l}{N} \xrightarrow{a.s.} \frac{\sqrt{E_r}}{\sqrt{\text{Tr}\{E_s (\Gamma_{l,l})^{-1} + \sigma^2 (\Lambda_{l,l} \Gamma_{l,l})^{-1}\}}} \quad (44)$$

و روند اثبات مشابه حالت های قبل است و در اینجا صرف نظر شده است.

حالت دوم: $P_{k,l} = E_s, P_r = E_r, N$ در این حالت داریم:

$$y_{d,l}^k \xrightarrow{a.s.} \frac{\sqrt{E_s E_r}}{\sqrt{\text{Tr}\{E_s (\Gamma_{ll})^{-1}\}}} x_{k,l} + n_{d,l}^k \quad (45)$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\gamma_l^k \xrightarrow{a.s.} \frac{E_r}{\sigma^2 \text{Tr}\{(\Gamma_{ll})^{-1}\}} \quad (46)$$

برای اثبات توجه شود که داریم:

$$\alpha_l \xrightarrow{a.s.} \frac{\sqrt{E_r}}{\sqrt{\text{Tr}\{E_s (\Gamma_{ll})^{-1}\}}} \quad (47)$$

و در ادامه روند مشابه اثبات های قبل نتایج بدست می آید. نتیجه ی جالب توجه در این قسمت این است که SINR وابسته به E_s نیست.

حالت سوم: $P_{k,l} = E_s / N, P_r = E_r, N$ در این حالت

داریم:

$$y_{d,l}^k \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{d} \frac{\sqrt{E_r E_s}}{\sqrt{\text{Tr}\{E_s (\Lambda_{l,l} \Gamma_{l,l} \Lambda_{l,l})\}}} \lambda_{l,l}^k \gamma_{l,l}^k x_{k,l} + n_{d,l}^k \quad (36)$$

در نتیجه:

$$\gamma_l^k \xrightarrow{a.s.} \frac{E_s E_r (\lambda_{l,l}^k \gamma_{l,l}^k)^2}{\sigma^2 \text{Tr}\{E_s (\Lambda_{l,l} \Gamma_{l,l} \Lambda_{l,l})\}} \quad (37)$$

اثبات: مشابه حالت اول است، در این حالت داریم:

$$N^2 \alpha_l = \frac{\sqrt{E_r}}{\sqrt{\text{Tr}\{E_s (\Lambda_{l,l} \Gamma_{l,l} \Lambda_{l,l})\}}} \quad (38)$$

همچنین اولین ترم معادله ی (۱۲) مشابه رویکرد قبلی بصورت

زیر خواهد بود:

$$\sqrt{E_s} N^2 \alpha_l \frac{\mathbf{g}_{ll,k}^T \mathbf{G}_{l,l}^* \cdot \mathbf{H}_{l,l}^H \mathbf{h}_{ll,k}}{N^2} x_{k,l} \xrightarrow{a.s.} \frac{\sqrt{E_s E_r}}{\sqrt{\text{Tr}\{E_s (\Lambda_{l,l} \Gamma_{l,l} \Lambda_{l,l})\}}} \gamma_{l,l}^k \lambda_{l,l}^k x_{k,l} \quad (39)$$

با روش مشابه مشاهده می شود که برای N های بزرگ بقیه ی

ترم ها صفر خواهد شد و تنها ترم $n_{d,l}^k$ باقی خواهد ماند.

حالت سوم: $P_{k,l} = E_s / N, P_r = E_r, N$ در این حالت

داریم:

$$y_{d,l}^k \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{d} \frac{\sqrt{E_r E_s}}{\sqrt{\text{Tr}\{E_s (\Lambda_{l,l} \Gamma_{l,l} \Lambda_{l,l}) + \sigma^2 \Gamma_{l,l} \Lambda_{l,l}\}}} \lambda_{l,l}^k \gamma_{l,l}^k x_{k,l} + \frac{\sqrt{E_r}}{\sqrt{\text{Tr}\{E_s (\Lambda_{l,l} \Gamma_{l,l} \Lambda_{l,l}) + \sigma^2 \Gamma_{l,l} \Lambda_{l,l}\}}} \gamma_{l,l}^k \tilde{n}_{d,l}^k + n_{k,l} \quad (40)$$

که $\tilde{n}_{k,l} \sim \mathcal{CN}(\cdot, \lambda_{l,l}^k \sigma^2)$ در نتیجه داریم:

$$\gamma_l^k \xrightarrow{a.s.} \frac{E_s E_r (\lambda_{l,l}^k \gamma_{l,l}^k)^2}{\text{Tr}\{E_s (\Lambda_{l,l} \Gamma_{l,l} \Lambda_{l,l}) + \sigma^2 \Gamma_{l,l} \Lambda_{l,l}\}} \frac{E_r \sigma^2 (\gamma_{l,l}^k)^2 \lambda_{l,l}^k}{\text{Tr}\{E_s (\Lambda_{l,l} \Gamma_{l,l} \Lambda_{l,l}) + \sigma^2 \Gamma_{l,l} \Lambda_{l,l}\}} + \sigma^2 \quad (41)$$

در اینحال اثبات مشابه حالت های قبل است و در این قسمت

حذف شده است.

۵-۲- تقویت - ارسال با استفاده از پردازش ZF

در این قسمت روابط برای حالتی که رله ها از طرح تقویت-ارسال و ZF استفاده می کنند، بدست آمده است.

$$R_l^k = 0.5 \log_2 \left(1 + \frac{E_s \gamma_{l,l}^k}{\sigma^2} \right) \quad (54) \quad y_{d,l}^k \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{d} \frac{\sqrt{E_s E_r}}{\sqrt{\text{Tr} \{ E_s (\Gamma_{ll})^{-1} + \sigma^2 (\Lambda_{l,l} \Gamma_{l,l})^{-1} \}}} x_{k,l}$$

حالت دوم: $P_{k,l} = E_s$ $P_r = E_r$ N در این حالت داریم:

$$\frac{\hat{x}_l^k}{N} \xrightarrow{a.s.} \sqrt{E_s} \lambda_{l,l}^k x_{k,l} \quad (55) \quad + \frac{\sqrt{E_r}}{\sqrt{\text{Tr} \{ E_s (\Gamma_{ll})^{-1} + \sigma^2 (\Lambda_{l,l} \Gamma_{l,l})^{-1} \}}} \frac{1}{\lambda_{l,l}^k} \tilde{n}_{k,l} + n_{d,l}^k$$

مشاهده می شود که در این نویز حذف شده است و می توانیم با هر نرخی ارسال کنیم. همچنین داریم:

$$y_{r,l}^k \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{d} \frac{\sqrt{E_r}}{\sqrt{\text{Tr} \{ \Gamma_{l,l} \}}} \gamma_{l,l}^k x_{k,l} + n_{d,l}^k \quad (56) \quad \gamma_l^k \xrightarrow{a.s.} \frac{\frac{E_s E_r}{\text{Tr} \{ E_s (\Gamma_{ll})^{-1} + \sigma^2 (\Lambda_{l,l} \Gamma_{l,l})^{-1} \}}}{\frac{E_r}{\text{Tr} \{ E_s (\Gamma_{ll})^{-1} + \sigma^2 (\Lambda_{l,l} \Gamma_{l,l})^{-1} \}} \lambda_{l,l}^k + \sigma^2}$$

که از این حقیقت استفاده شده است که

$$N \alpha_l = \frac{\sqrt{E_r}}{\sqrt{\text{Tr} \{ \Gamma_{l,l} \}}} \quad \text{در نتیجه خواهیم داشت:}$$

$$R_l^k = 0.5 \log_2 \left(1 + \frac{E_r (\gamma_{l,l}^k)^2}{\text{Tr} \{ \Gamma_{l,l} \} \sigma^2} \right) \quad (57) \quad \frac{\alpha_l}{\sqrt{N}} \xrightarrow{a.s.} \frac{\sqrt{E_r}}{\sqrt{\text{Tr} \{ E_s (\Gamma_{ll})^{-1} + \sigma^2 (\Lambda_{l,l} \Gamma_{l,l})^{-1} \}}}$$

اثبات: توجه شود که داریم:

حالت سوم: $P_{k,l} = E_s / N$ $P_r = E_r$ N در این حالت داریم:

$$\frac{\hat{x}_l^k}{\sqrt{N}} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{d} \sqrt{E_s} \lambda_{l,l}^k x_{k,l} + \tilde{n}_{r,k} \quad (58)$$

که $\tilde{n}_{r,k} \sim \mathcal{CN}(\cdot, \lambda_{l,l}^k \sigma^2)$ در نتیجه داریم:

$$y_{r,l}^k \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{d} \frac{\sqrt{E_r}}{\sqrt{\text{Tr} \{ \Lambda_{l,l} \}}} \gamma_{l,l}^k x_{k,l} + n_{d,l}^k \quad (59)$$

در نتیجه نرخ قابل حصول بصورت زیر خواهد بود:

$$R_l^k = 0.5 \log_2 \left(1 + \min \left(\frac{E_s \lambda_{l,l}^k}{\sigma^2}, \frac{E_r (\gamma_{l,l}^k)^2}{\text{Tr} \{ \Gamma_{l,l} \} \sigma^2} \right) \right) \quad (60)$$

۵-۴- کدگذاری و ارسال با استفاده از ZF

حالت اول: $P_{k,l} = E_s / N$ $P_r = E_r$ با در نظر گرفتن توضیحات داده شده در بخش (۴-۲) داریم:

$$\sqrt{N} \hat{x}_l^k \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{d} \sqrt{E_s} x_{k,l} + \frac{1}{\lambda_{l,l}^k} \tilde{n}_{k,l} \quad (61)$$

که در آن $\tilde{n}_{k,l} \sim \mathcal{CN}(\cdot, \lambda_{l,l}^k \sigma^2)$ همچنین داریم:

۵-۳- کدگذاری و ارسال با استفاده از پردازش MRT و MRC

حالت اول: $P_{k,l} = E_s / N$ $P_r = E_r$ با در نظر گرفتن رابطه ی (۲۶) داریم:

$$\frac{\hat{x}_l^k}{\sqrt{N}} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{d} \sqrt{E_s} \lambda_{l,l}^k x_{k,l} + \tilde{n}_{r,k} \quad (51)$$

که $\tilde{n}_{r,k} \sim \mathcal{CN}(\cdot, \lambda_{l,l}^k \sigma^2)$ در نتیجه خواهیم داشت:

$$\gamma_{l,k}^{sr,mrc} \xrightarrow{a.s.} \frac{E_s \lambda_{l,l}^k}{\sigma^2} \quad (52)$$

همچنین با در نظر گرفتن رابطه ی (۲۷) داریم:

$$\frac{y_{r,l}^k}{\sqrt{N}} \xrightarrow{a.s.} \frac{\sqrt{E_r}}{\sqrt{\text{Tr} \{ \Gamma_{l,l} \}}} \gamma_{l,l}^k x_{k,l} \quad (53)$$

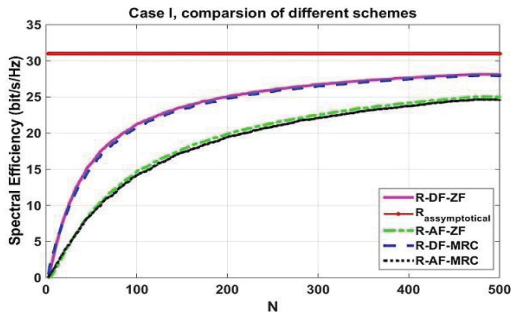
که از این حقیقت استفاده کردیم که

$$\sqrt{N} \alpha_l = \frac{\sqrt{E_r}}{\sqrt{\text{Tr} \{ \Gamma_{l,l} \}}}$$

است و می توانیم سیگنال را با هر نرخی ارسال کنیم. در نتیجه در این حالت داریم:

همانطور که از حالت اول در تمامی موارد مشخص است در حالی که فیدینگ بزرگ مقیاس نادیده گرفته شود، نرخ مجانبی قابل حصول برای هر 4 حالت (یعنی AF-MRC, AF-ZF, DF-MRC, DF-ZF) مقدار یکسانی خواهد بود.

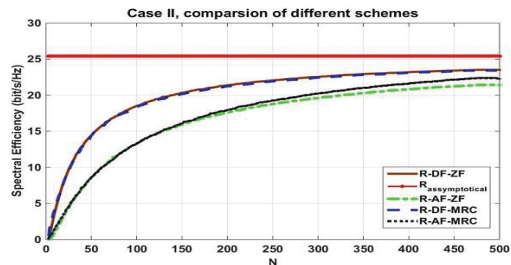
مشاهده می شود که با افزایش N هر 4 بازده طیفی به مقدار مطلوب همگرا می شود ولی حالت کدگشایی و ارسال در N های پایین تر جواب بهتری نسبت به حالت تقویت و ارسال می دهد. دلیل این مساله این است که در حالت کدگشایی و ارسال، به دلیل اینکه ابتدا سیگنال ارسالی در رله ها کدگشایی می شود، در نهایت سیگنال مطلوب در گیرنده، تداخل کمتری را احساس می کند و در نتیجه N های کمتری برای حذف این تداخل نیاز است.



شکل (۲): کارایی طیفی بر حسب تعداد آنتن های رله در حالت اول:

$$P_s = E_s / N \quad P_r = E_r \quad E_s = 7 \text{ dB} \quad E_r = 0 \text{ dB}$$

شکل (۳) نشان دهنده ی کارایی طیفی بر حسب تعداد آنتن های رله در حالت دوم برای طرح های بررسی شده است. در این قسمت هم با توجه به نادیده گرفتن فیدینگ مقیاس کوچک، با توجه به حالت دوم در طرح های مورد بررسی، مشاهده می شود که نرخ مجانبی برای هر 4 طرح مورد بررسی نتیجه ی یکسانی خواهد داشت. بازهم مشاهده می شود که طرح کدگشایی و ارسال در مقادیر پایین تر N ، نتیجه ی بهتری را می دهد.



شکل (۳): کارایی طیفی بر حسب تعداد آنتن های رله در حالت دوم:

$$P_s = E_s \quad P_r = E_r \quad N \quad E_s = 0 \text{ dB} \quad E_r = 10 \text{ dB}$$

در نهایت شکل (۴) نشان دهنده ی کارایی طیفی بر حسب تعداد آنتن های رله، در حالت سوم است. مشاهده می شود که در این حالت با توجه به حالت سوم در طرح های مختلف مورد بررسی، نرخ مجانبی

$$y_{r,l}^k \xrightarrow{a.s} \frac{\sqrt{E_r}}{\sqrt{\text{Tr}\{\Gamma_{l,l}^{-1}\}}} x_{k,l} \quad (62)$$

در نتیجه نرخ قابل حصول در این حالت بصورت زیر خواهد بود:

$$R_l^k = 0.5 \log_2 \left(1 + \frac{E_s \lambda_{l,l}^k}{\sigma^2} \right) \quad (63)$$

حالت دوم: $P_{k,l} = E_s \quad P_r = E_r \quad N$ در این حالت داریم:

$$\hat{x}_l^k \xrightarrow{a.s} \sqrt{E_s} x_{k,l} \quad (64)$$

همچنین در این حالت داریم:

$$y_{r,l}^k \xrightarrow{d} \frac{\sqrt{E_r}}{\sqrt{\text{Tr}\{\Gamma_{l,l}^{-1}\}}} x_{k,l} + n_{d,l}^k \quad (65)$$

در نتیجه نرخ قابل حصول در این حالت بصورت زیر خواهد بود:

$$R_l^k = 0.5 \log_2 \left(1 + \frac{E_r}{\sigma^2 \text{Tr}\{\Gamma_{l,l}^{-1}\}} \right) \quad (66)$$

حالت سوم: $P_{k,l} = E_s / N \quad P_r = E_r \quad N$ در این حالت

داریم:

$$\sqrt{N} \hat{x}_l^k \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \sqrt{E_s} x_{k,l} + \frac{1}{\lambda_{l,l}^k} \tilde{n}_{k,l} \quad (67)$$

با رویکردی مشابه داریم:

$$y_{r,l}^k \xrightarrow{d} \frac{\sqrt{E_r}}{\sqrt{\text{Tr}\{\Gamma_{l,l}^{-1}\}}} x_{k,l} + n_{d,l}^k \quad (68)$$

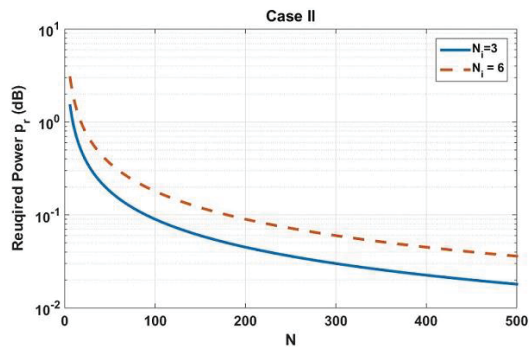
در نتیجه نرخ قابل حصول در این حالت بصورت زیر خواهد بود::

$$R_l^k = 0.5 \log_2 \left(1 + \min \left(\frac{E_s \lambda_{l,l}^k}{\sigma^2}, \frac{E_r}{\sigma^2 \text{Tr}\{\Gamma_{l,l}^{-1}\}} \right) \right) \quad (69)$$

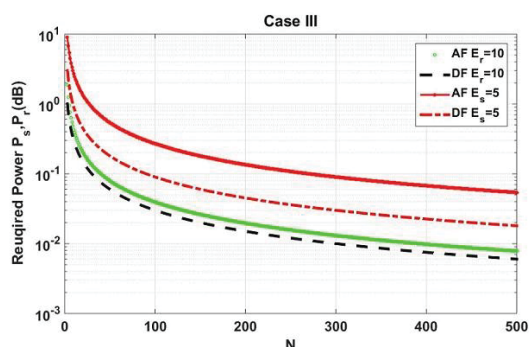
۶- نتایج عددی

در این بخش برخی نتایج عددی برای بررسی عملکرد روش پیشنهادی آورده می شود. در شبیه سازی ها فرض شده است که فیدینگ مقیاس بزرگ برابر واحد است و تنها اثر فیدینگ مقیاس کوچک را برای مقایسه ی بهتر آورده شده است. همچنین تعداد فرستنده و گیرنده ها و رله ها، $K = M = 8$ در نظر گرفته شده است و تعداد آنتن های فرستنده و گیرنده ها $N_i^t = N_i^r = 3$ در نظر گرفته شده است. شکل (۲) نشان دهنده ی کارایی طیفی بر حسب تعداد آنتن های رله در حالت اول برای طرح های بررسی شده است.

برای کدگذاری و ارسال بیشتر از تقویت و ارسال می شود که در شکل نیز این مساله قابل رویت است.



شکل (۶): توان مورد نیاز برای نرخ ۱ بیت بر ثانیه برای هر کاربر در حالت دوم



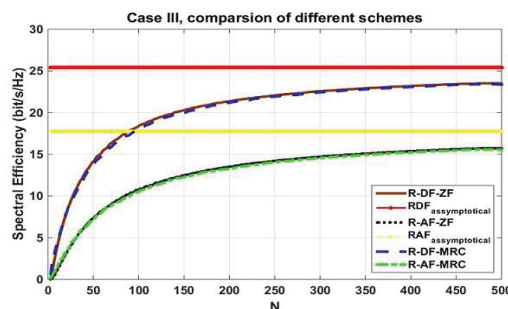
شکل (۷): توان مورد نیاز برای نرخ ۱ بیت بر ثانیه برای هر کاربر در حالت سوم

۷- نتیجه گیری

در این مقاله به بررسی کانال تداخل با رله های مسیو پرداختیم. نرخ قابل حصول در حالتی که رله ها از طرح های تقویت - ارسال و کدگذاری - ارسال استفاده می کنند، بدست آورده شد. همچنین برای حالتی که تعداد آنتن های رله بسیار زیاد است، نرخ در حالتی که رله از پردازش های ZF و MRT استفاده می کند، بدست آمد. سه حالت برای بررسی کارایی توان بررسی شد. مشاهده شد که با استفاده از تعداد زیاد آنتن در رله می توان توان فرستنده ها و گیرنده ها را بصورت قابل توجهی کم کرد، بدون آنکه کارایی سیستم دچار افت شود. همچنین مشاهده شد که طرح کدگذاری و ارسال بهتر از تقویت و ارسال عمل می کند و در تعداد آنتن های کمتر هم عملکردی بهتر از خود نشان می دهد. همچنین مشاهده شد که توان مورد نیاز برای داشتن نرخ ۱ بیت بر ثانیه برای هر کاربر با استفاده از کدگذاری - ارسال به نسبت با تقویت - ارسال، کمتر است.

مراجع

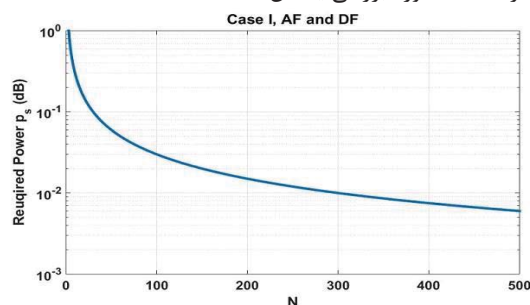
- [1] T. Marzetta, "Noncooperative cellular wireless with unlimited numbers of base station antennas," IEEE Trans.



شکل (۴): کارایی طیفی بر حسب تعداد آنتن های رله در حالت دوم:

$$P_s = E_s N \quad P_r = E_r N \quad E_s = 7 \text{ dB} \quad E_r = 10 \text{ dB}$$

توان مورد نیاز برای بدست آوردن نرخ 1 بیت بر ثانیه برای هر کاربر برای طرح های مختلف مورد بررسی قرار گرفته شده است. شکل (۵) نشان دهنده ی توان مورد نیاز برای حالت اول است. در این حالت با توجه به عدم وابستگی کارایی طیفی به توان رله، کاهش توان فرستنده ها مورد بررسی قرار می گیرد. واضح است که با افزایش N توان مورد نیاز کاهش پیدا می کند (با توجه به مطالب ذکر شده نتیجه برای هر ۴ حالت مورد بررسی یکسان است).



شکل (۵): توان مورد نیاز برای نرخ ۱ بیت بر ثانیه برای هر کاربر در حالت اول

شکل (۶) نشان دهنده ی نتایج برای حالت دوم است. در این حالت با توجه به اینکه کارایی طیفی وابسته به توان فرستنده ها نیست، کاهش توان رله ها مورد بررسی قرار گرفته شده اند. مشاهده می شود که با افزایش تعداد آنتن ها توان مورد نیاز کاهش پیدا می کند و همچنین با افزایش تعداد آنتن های فرستنده و گیرنده، توان مورد نیاز افزایش پیدا می کند. در نهایت شکل (۷) نشان دهنده ی توان مورد نیاز در حالت سوم است. در این حالت با توجه به اینکه کارایی طیفی وابسته به توان فرستنده ها و رله ها است، حالتی که توان رله یا توان فرستنده ثابت باشد، در نظر گرفته شده است. مشاهده می شود که کدگذاری و ارسال نسبت به تقویت و ارسال نیاز به توان ارسالی کمتری دارد.

-
- ⁹ Cooperative Relay
 - ¹⁰ Multi-pair
 - ¹¹ Full Duplex
 - ¹² Self-Interference

- Wireless Commun., vol.9, pp.3590–3600, November 2010.
- [2] E. Larsson, O. Edfors, F. Tufvesson, and T. Marzetta, “Massive MIMO for next generation wireless systems,” *IEEE Commun. Mag.*, vol.52, pp.186–195, February 2014.
 - [3] H. Q. Ngo, E. Larsson, and T. Marzetta, “Energy and spectral efficiency of very large multiuser MIMO systems,” *IEEE Trans. Commun.*, vol.61, pp.1436–1449, April 2013.
 - [4] Q. Zhang, S. Jin, K.-K. Wong, H. Zhu, and M. Matthaiou, “Power scaling of uplink massive mimo systems with arbitrary-rank channel means,” *IEEE J. Sel. Topics Signal Process.*, vol.8, pp.966–981, Oct 2014.
 - [5] H. Pirzadeh, S. M. Razavizadeh, and E. Björnson, “Subverting massive MIMO by smart jamming,” *IEEE Wireless Commun. Lett.*, vol.5, pp.20–23, Feb 2016.
 - [6] L. Zhao, H. Zhao, F. Hu, K. Zheng, and J. Zhang, “Energy efficient power allocation algorithm for downlink massive MIMO with MRT precoding,” in *Proc. IEEE VTC*, pp.1–5, Sept 2013.
 - [7] S. Zarei, W. Gerstacker, and R. Schober, “A low-complexity linear precoding and power allocation scheme for downlink massive MIMO systems,” in *proc. of Asilomar Conf. on Signals, Systems and Computers*, pp.285–290, Nov 2013.
 - [8] H. Q. Ngo, M. Matthaiou, and E. Larsson, “Massive MIMO with optimal power and training duration allocation,” *IEEE Wireless Commun. Lett.*, vol.3, pp.605–608, Dec 2014.
 - [9] H. Q. Ngo, H. Suraweera, M. Matthaiou, and E. Larsson, “Multipair massive MIMO full-duplex relaying with MRC/MRT processing,” in *Proc. IEEE ICC*, pp.4807–4813, June 2014.
 - [10] T. V. T. Le and Y. H. Kim, “Power and spectral efficiency of multi-pair massive antenna relaying systems with zeroforcing relay beamforming,” *IEEE Commun. Lett.*, vol.19, pp.243–246, Feb 2015.
 - [11] H. Q. Ngo, H. Suraweera, M. Matthaiou, and E. Larsson, “Multipair full-duplex relaying with massive arrays and linear processing,” *IEEE J. Sel. Topics Signal Process.*, vol.32, pp.1721–1737, Sept 2014.
 - [12] H. Cui, L. Song, and B. Jiao, “Multi-pair two-way amplify-and-forward relaying with very large number of relay antennas,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol.13, pp.2636–2645, May 2014.
 - [13] H. Ngo and E. Larsson, “Spectral efficiency of the multipair two-way relay channel with massive arrays,” in *Proc. IEEE ASILOMAR*, Pacific Grove, USA, pp.275–279, Nov 2013.

زیر نویس ها

-
- ¹ Amplify and Forward (AF)
 - ² Decode and Forwards (DF)
 - ³ Maximum Ratio Transmission/Combining
 - ⁴ Zero Forcing
 - ⁵ Massive MIMO
 - ⁶ Rician Fading
 - ⁷ Precoding
 - ⁸ Regularized ZF

