

تخمین حالت کاواک کوانتومی تحت ورودی حالت خلأ

ابوالقاسم دائی چیان^۱

۱- استادیار- دانشکده فنی و مهندسی- گروه برق- دانشگاه اراک

a.daeichian@gmail.com a-daeichian@araku.ac.ir

چکیده: سیستم‌های اپتیکی یکی از بسترهای پیاده‌سازی تکنولوژی‌های کوانتومی و کاواک یکی از اجزای اصلی این سیستم‌ها می‌باشد. تخمین حالت نیز به منظور درک رفتار سیستم‌های کوانتومی و کنترل آن‌ها از نقش ویژه‌ای برخوردار است. در این مقاله به استخراج معادلات فیلترینگ کاواک کوانتومی یک طرفه تحت ورودی میدان در حالت خلأ پرداخته شده است. بدین منظور، عملگر تعداد به عنوان مشاهده‌پذیر مناسب برای کاواک انتخاب شده است. سپس روابط تخمین حالت (معادلات اصلی تصادفی) به شرط داشتن مشاهدات بدست آمده از اندازه‌گیری غیرمستقیم میدان خروجی از کاواک با آشکارساز هموداین و آشکارساز فوتون بطور جداگانه استخراج شده است. همچنین اثر تغییر پارامترهای کاواک روی چگونگی رفتار آن مورد بحث قرار گرفته است. در پایان با شبیه‌سازی معادلات اصلی تصادفی بدست آمده و مقایسه نتایج با معادله‌ی اصلی، صحت نتایج تأیید شده است.

واژه‌های کلیدی: کاواک کوانتومی، فیلترینگ کوانتومی، معادله اصلی تصادفی، تخمین حالت کوانتومی، حالت خلأ

نوع مقاله: پژوهشی

DOI: 10.52547/jiaeee.19.3.153

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۹/۷/۲۳

تاریخ پذیرش مشروط مقاله: ۱۳۹۹/۱۱/۱۲

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۱۱/۲۷

نام نویسنده‌ی مسئول: دکتر ابوالقاسم دائی چیان

نشانی نویسنده‌ی مسئول: ایران - اراک - سردشت - دانشگاه اراک - دانشکده فنی و مهندسی - گروه برق

۱- مقدمه

تکنولوژی‌های کوانتومی یکی از آرزوهای بشر بود که تحقق یافته است و با سرعتی باورنکردنی به‌سوی تکامل پیش می‌رود. امروزه تکنولوژی‌های کوانتومی در مخابرات و محاسبات بر روی چندین بستر فیزیکی متفاوت پیاده‌سازی و اجرا شده است [۱-۳]. پیشرفت‌های گسترده در مدارات ابررسانه، اپتیک کوانتومی، مدارات نیمه‌هادی مجتمع و به‌دام‌اندازی اتم‌ها امکان پیاده‌سازی الگوریتم‌های مختلف کنترلی، اندازه‌گیری و آماده‌سازی حالت^۱ را با اطمینان و دقت خوبی مهیا کرده است [۴-۶]. قطعاً گسترش ثنوری و روش‌های عملی پیاده‌سازی الگوریتم‌های مختلف کنترلی پیش‌نیاز ایجاد تکنولوژی‌های مبتنی بر کوانتوم هستند.

کنترل حلقه باز در سیستم‌های کوانتومی از اهمیت بیشتری نسبت به سیستم‌های کلاسیکی برخوردار است ولی با این وجود نمی‌توان مزایای استفاده از فیدبک را نادیده گرفت [۷]. یکی از روش‌های کنترل با فیدبک در سیستم‌های کوانتومی مبتنی بر انجام اندازه‌گیری‌های کلاسیکی است بدین معنی که میدان کوانتومی توسط یک آشکارساز اندازه‌گیری و مقداری متناسب با آن داده می‌شود. گاهی قانون فیدبک تابع ساده‌ای از اندازه‌گیری‌ها و دینامیک سیستم بصورت یک معادله دیفرانسیل به‌نام معادله‌ی اصلی^۲ (ME) در نظر گرفته می‌شود که آن را فیدبک مارکوفی می‌گویند [۸، ۹]. در روش دیگری که فیدبک بی‌زین نامیده می‌شود، در ابتدا تخمین حالتی از سیستم به شرط مقادیر اندازه‌گیری‌شده (مشاهدات) انجام شده و سپس قانون کنترل متناسب با تخمین محاسبه می‌شود [۱۰، ۱۱]. تخمین حالت سیستم‌های کوانتومی که معمولاً تحت عنوان فیلترینگ کوانتومی شناخته می‌شود می‌تواند علاوه بر بهره‌گیری به‌منظور کنترل، به درک چگونگی رفتار سیستم‌های کوانتومی نیز کمک کند [۱۲، ۱۳].

فیلترینگ کوانتومی یک تعمیم ساده از فیلترینگ کلاسیک نیست [۱۴، ۱۵]. در واقع در فیلترینگ کوانتومی اندازه‌گیری‌هایی که از یک سیستم کوانتومی انجام شده است به یک سیستم کلاسیک داده می‌شود تا رفتار یک سیستم کوانتومی را تقلید کند [۱۶، ۱۷]. فیلترینگ کوانتومی در ابتدا توسط بلاوکین مطرح شد [۱۸] و در اپتیک کوانتومی به‌نام معادله‌ی اصلی/اتفاقی^۳ شناخته می‌شود [۱۹]. برخلاف سیستم‌های کلاسیکی، اندازه‌گیری مستقیم از یک سیستم کوانتومی باعث تغییر در حالت آن می‌شود. برای جلوگیری از تخریب حالت توسط اندازه‌گیری، بلاوکین مفهوم اندازه‌گیری غیرمخرب را مطرح کرد که در آن سیستم کوانتومی در برهمکنش با یک میدان قرار گرفته و سپس اندازه‌گیری بر روی میدان انجام می‌شود که تحت عنوان اندازه‌گیری غیرمخرب شناخته می‌شود. بلاوکین به کمک همین مقادیر اندازه‌گیری شده تخمینی برای حالت سیستم کوانتومی ارائه کرد.

نظریه‌ی مسیرهای کوانتومی^۴ که توسط کارمیکائیل [۲۰] ارائه شده نیز از رویکرد دیگری این معادله را استخراج کرده است. معادلات

فیلترینگ برای سیستم کوانتومی تحت میدان‌های حالت خلأ، گوسی، حالت فشرده و حالت همدوس ارائه شده است [۲۱]. همچنین معادلات فیلترینگ در حالتی که سیستم کوانتومی تحت برهمکنش با میدان‌های غیرکلاسیکی مانند تک فوتون [۲۲] و برهم‌نهی حالت‌های همدوس قرار بگیرد نیز استخراج شده است [۲۳، ۲۴]. ایده اصلی در این مقالات استفاده از ایده ساخت یک نویز رنگی با عبور دادن نویز سفید از یک فیلتر در فیزیک کلاسیک است. در این حالت نیز با عبور میدان حالت خلأ از یک سیستم فرضی، حالت غیرکلاسیکی تولید شده و سپس از روابط مربوط به فیلترینگ حالت خلأ استفاده می‌کنند. فیلترینگ دسته خاصی از سیستم‌های کوانتومی غیرخطی نیز مورد توجه قرار گرفته است [۲۵] که در آن یک سیستم کوانتومی تحت تأثیر یک سیگنال کلاسیکی اغتشاش قرار دارد. در آن مقاله سیگنال اغتشاش بصورت یک کاواک مدل شده و سپس دینامیک سیستم هیبرید استخراج و معادله اصلی تصادفی بدست آمده است. چگونگی کاهش بعد و بهینه بودن یک فیلتر کوانتومی نیز در [۱۷] بررسی شده است. در آن مقاله تفاوت بین مسیرهای کوانتومی واقعی و سیستم کاهش بعد داده شده به عنوان یک معیار تعریف شده و سعی شده است تا مینیمم شود. مسأله مشابهی نیز در [۲۶] با استفاده از تجزیه مقادیر استثنایی ارائه شده است که نیاز به دانش قبلی از سیستم نیز ندارد.

معادلات فیلترینگ در موارد متعدد و برای سیستم‌های مختلف کوانتومی بکار گرفته شده است. به عنوان نمونه معادلات فیلترینگ برای تخمین حالت یک اتم دوسطحی تحت ورودی‌های حالت خلأ، تک فوتون و حالت همدوس به‌کار گرفته شده است [۱۲]. در [۲۷] نیز معادلات فیلترینگ برای شبکه‌ای از اتم‌های دوسطحی با فرض اندازه‌گیری میدان خروجی از تعدادی از آن‌ها بکار رفته است. همچنین استخراج معادلات فیلترینگ با فرض داشتن چندین آشکارساز از یک سیستم استخراج شده و برای حالت اتم دوسطحی شبیه‌سازی شده است [۲۸]. در [۲۹] معادلات فیلترینگ برای یک اتم دوسطحی تحت ورودی میدان دو فوتون استخراج شده است. کاواک یکی از اجزای اصلی در سیستم‌های اپتیک کوانتومی است که انواع آن بکار گرفته شده‌اند [۳۰، ۳۱]. استخراج معادلات فیلترینگ برای یک کاواک تحت ورودی حالت خلأ در تصویر شرودینگر [۳۲] و یا کاواک تحت ورودی تک فوتون [۱۳، ۳۳] نیز انجام شده است. معادلات فیلترینگ برای بررسی رفتار یک اتم دو سطحی در اتصال سری از کاواک اپتومکانیکی و اتم نیز در [۳۴] ارائه شده است. حداقل میدانی که باید در سیستم‌های کوانتومی در نظر گرفته می‌شود ورودی حالت خلأ است که در واقع یک نویز کوانتومی است. وقتی در فضایی تهی و با کمترین انرژی ممکن در حوزه کوانتوم هستیم در واقع یک میدان در حالت خلأ داریم [۳۵]. به همین دلیل بررسی چگونگی رفتار یک کاواک با شرط اولیه مشخص و در فضایی تهی، می‌تواند چگونگی رفتار آن و پراکندگی انرژی آن را نشان دهد.

امکان مشاهده‌ی همزمان دو مشاهده‌پذیر از سیستم امکان‌پذیر نباشد زیرا مشاهده‌ی یکی منجر به خراب شدن اطلاعات موجود از متغیر دیگر می‌گردد. این واقعیتی است که اصل عدم قطعیت هایزنبرگ نیز به آن اشاره می‌کند. همچنین مشاهده‌پذیرها یک فضای خطی حقیقی را می‌سازند که در آن جمع برداری دو مشاهده‌پذیر که تداخل^۶ دارند برابر با جمع ریاضی مقادیر واقعی آن‌ها نمی‌باشد [۳۶]. برای بیان ساده‌تری از تعمیم احتمال کلاسیک، متغیر تصادفی پرتاب یک سکه (f) روی یک فضای احتمال دو بعدی $\{1,2\}$ (متناظر با شیر و خط) و با توزیع احتمال $\{p_1, p_2\}$ را در نظر بگیرید. مقدار چشم‌داشتی^۷ (امید ریاضی) این متغیر تصادفی به سادگی نوشته می‌شود:

$$Ef = p_1 f_1 + p_2 f_2 = [p_1 \quad p_2] \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

رابطه‌ی فوق را به دو صورت زیر می‌توان بازنویسی کرد:

$$Ef = [\sqrt{p_1}e^{-i\theta_1} \quad \sqrt{p_2}e^{-i\theta_2}] \begin{bmatrix} f_1 & 0 \\ 0 & f_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{p_1}e^{-i\theta_1} \\ \sqrt{p_2}e^{-i\theta_2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$= tr \begin{bmatrix} p_1 & 0 \\ 0 & p_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 & 0 \\ 0 & f_2 \end{bmatrix}$$

که در این رابطه tr همان ردّ ماتریس^۸ است و مقادیر θ_1 و θ_2 زوایایی دلخواه هستند. این تعمیم نشان می‌دهد که می‌توان مسأله را در یک فضای 2^2 بعدی با ماتریس‌های مختلط هرمیتی از مرتبه 2 و با استفاده از ضرب اسکالر یا tr توصیف کرد. در واقع تعمیم احتمال کلاسیک و رسیدن به احتمال کوانتومی در نظر گرفتن عملگرهای ماتریسی دلخواه به جای ماتریس‌های قطری در یک فضای هیلبرت است. این تعمیم موجب تعریف کت^۹ $|\psi\rangle = [\sqrt{p_1}e^{-i\theta_1} \quad \sqrt{p_2}e^{-i\theta_2}]'$ (و هرمیتی آن با نام $\langle\psi|$) به عنوان بردار حالت یک سیستم کوانتومی، ماتریس چگالی سیستم کوانتومی $\rho = \begin{bmatrix} p_1 & 0 \\ 0 & p_2 \end{bmatrix} = |\psi\rangle\langle\psi|$ و عملگر مشاهده‌پذیر سیستم $X = \begin{bmatrix} f_1 & 0 \\ 0 & f_2 \end{bmatrix}$ شده است که می‌توانند هر مقدار هرمیتی دلخواهی را داشته باشند. متناظر با مقادیری که می‌توان از یک سیستم اندازه‌گیری کرد، عملگرهای مشاهده‌پذیر تعریف می‌شوند. با این تعاریف مقدار چشم‌داشتی یک مشاهده‌پذیر سیستم کوانتومی را می‌توان بصورت ساده‌ی زیر نوشت:

$$Ef = \langle\psi|X|\psi\rangle = tr[\rho X] \quad (3)$$

دینامیکی که برای یک سیستم کوانتومی در دسترس است دینامیکی است که برای مشاهدات انجام شده روی سیستم بدست آمده است. در نتیجه می‌توان این دینامیک را برای $|\psi\rangle$ ، ρ یا X تصور کرد. توصیف دینامیک سیستم کوانتومی در تصویر شرودینگر دینامیک را برای $\langle\psi(t)|$ یا $\rho(t)$ در نظر گرفته و X را ثابت فرض می‌کند و در تصویر هایزنبرگ دینامیک برای $X(t)$ فرض شده و حالت ثابت است. این دو تصویر را می‌توان در فضای کلاسیک این‌گونه تصور کرد که بردار حالت

در این مقاله در ابتدا مرور مختصری بر فیلترینگ کوانتومی انجام شده است و سپس یک کاواک یک‌طرفه تحت برهمکنش با میدانی در حالت خلأ و در تصویر هایزنبرگ مورد بررسی قرار گرفته است. این کاواک دارای همیلتونینی با پارامتر فرکانس تنظیم Δ و اتصال با میدان با نرخ واپاشی κ می‌باشد. در ابتدا عملگر تعداد به منظور بررسی چگونگی رفتار کاواک انتخاب شده است. همچنین کاواک تحت دو نوع اندازه‌گیری متفاوت از میدان یعنی آشکارسازی هموداین و آشکارسازی فوتون فرض شده است. سپس برای هر نوع آشکارساز، با بهره‌گیری از معادلات فیلترینگ در حالت ورودی خلأ و استفاده از مدل کاواک تخمینی برای عملگر تعداد بدست آمده است. برای حل مدل دینامیکی بدست آمده نیاز به دینامیک عملگرهای دیگری مانند عملگرهای خلق و فنا ی کاواک می‌باشد که آن‌ها نیز محاسبه شده است. همچنین چگونگی تغییر رفتار کاواک تحت تغییر پارامترهای آن بررسی شده است. کلیه‌ی روابط استخراج شده که معادلات اصلی تصادفی هستند شبیه‌سازی شده و با نتایج بدست آمده از معادله اصلی مقایسه گردیده است تا صحت نتایج ارزیابی گردد. بطور خلاصه دستاوردهای این مقاله را می‌توان بدین صورت اشاره کرد:

- ✓ استخراج روابط تخمین حالت برای کاواک کوانتومی تحت ورودی حالت خلأ در دیدگاه هایزنبرگ
 - ✓ روابط فیلترینگ (معادلات اصلی تصادفی) برای عملگرهای تعداد، خلق و فنا محاسبه شده است.
 - ✓ چگونگی رفتار کاواک و پراکندگی انرژی آن برای مقادیر مختلف پارامترهای آن نشان داده شده است.
 - ✓ با در نظر گرفتن فرضیات مشخص و محدود کردن بُعد فضای حالت، شبیه‌سازی مسیره‌های حالت در زمان تحت اندازه‌گیری‌های هموداین و فوتون انجام شده است.
- در بخش دوم نشانه‌گذاری‌های مکانیک کوانتومی با توصیف ساده‌ای از تعمیم احتمال کلاسیک معرفی شده‌اند. بخش سوم به مرور اندازه‌گیری در سیستم‌های کوانتومی و روابط فیلترینگ اختصاص داده شده است. کاواک یک‌طرفه در بخش چهارم معرفی و مدل SLH آن ارائه شده است. بخش پنجم به استخراج روابط فیلترینگ تحت آشکارسازهای مختلف و شبیه‌سازی آن‌ها پرداخته شده است. در نهایت نتیجه‌گیری مقاله در بخش ششم ارائه شده است.

۲- مکانیک کوانتومی از دیدگاه احتمال

با کوچک شدن اندازه‌ی سیستم‌ها قوانین مکانیک کلاسیک کارآیی خود را در تحلیل سیستم‌ها از دست داده و مکانیک کوانتومی پدیدار می‌شود. مکانیک کوانتومی فضایی است که امکان تمایز بین موج و ذره وجود ندارد. در این بنای جدید نیاز به تعمیمی از احتمال کلاسیک است تا بتواند مشاهدات^۵ (اندازه‌گیری‌ها) از یک سیستم کوانتومی را توجیح کند. هر مشاهده از سیستم یک متغیر تصادفی حقیقی مقدار در یک فضای احتمال است. البته در رژیم کوانتومی ممکن است که

بر روی سیستم ثانویه انجام می‌شود. فرض کنیم که سیستم ثانوی توسط تابع حالت $|\phi\rangle$ توصیف شود. بنابراین حالت اولیه‌ی سیستم و دستگاه اندازه‌گیری بصورت $|\psi_0\rangle = |\psi\rangle \otimes |\phi\rangle$ است. سیستم و دستگاه اندازه‌گیری با تحول زمانی یکانی زیر برهمکنش می‌کنند:

$$U = e^{i\mu X \otimes \hat{P}_{app}} \quad (7)$$

که \hat{P}_{app} عملگر مربوط به دستگاه اندازه‌گیری و μ یک ثابت است. اگر مسأله را در تصویر شرودینگر بررسی کنیم که در آن حالت‌ها با زمان تغییر می‌کنند ولی عملگرها ثابت هستند در واقع مشاهده‌پذیر $Y^{in} = I \otimes Y$ را اندازه‌گیری می‌کنیم و اگر مسأله را در تصویر هایزنبرگ که در آن حالت‌ها $|\psi_0\rangle = |\psi\rangle \otimes |\phi\rangle$ ثابت هستند و عملگرها با زمان تغییر می‌کنند نگاه کنیم در واقع عملگر زیر را اندازه‌گیری می‌کنیم:

$$Y^{out} = U^\dagger(I \otimes Y)U = I \otimes Y + \mu U^\dagger(X \otimes I)U \quad (8)$$

علامت \dagger نشان‌دهنده‌ی هرمیتی عملگر می‌باشد. از این رابطه مشخص است که با اندازه‌گیری Y^{out} اطلاعاتی در مورد X بدست می‌آوریم. اندازه‌گیری مشاهده‌پذیر Y^{out} تابعی از سیگنال $U^\dagger(X \otimes I)U$ به همراه نویز Y^{in} است. نویز Y^{in} مستقل از سیگنال و دارای تابع توزیع احتمال مشخص $|\phi(y)|^2$ است. این اندازه‌گیری‌ها غیرمخرب (Non-demolition) هستند یعنی $[Y^{out}(t), Y^{out}(s)] = 0, (t > s)$ بدین مفهوم که اندازه‌گیری‌های جدید باعث نامعتبر شدن اندازه‌گیری‌های قبلی (برخلاف اصل تصویر وان نیومن) نمی‌شود.

۳-۳- فیلترینگ کوانتومی

حالت اولیه سیستم و دستگاه اندازه‌گیری که معمولاً یک میدان است بصورت $|\psi_0\rangle = |\psi\rangle \otimes |\phi\rangle$ فرض می‌شود. ساده‌تر است که مسأله در تصویر هایزنبرگ بررسی شود و در نتیجه این حالت اولیه همیشه ثابت است. مشابه با معادلات دینامیکی تصادفی در فیلترینگ کلاسیک، معادله‌ی هایزنبرگ-لانگوین را در کوانتوم داریم [۲۳]:

$$dj_t(X) = j_t(LX) \otimes dt + j_t(S^\dagger[X, L]) \otimes dB(t)^\dagger + j_t([L^\dagger, X]S) \otimes dB(t) + j_t(S^\dagger XS - X)d\Lambda(t) \quad (9)$$

که $LX = \frac{1}{2}[L^\dagger, X]L + \frac{1}{2}L^\dagger[X, L] - i[X, H]$ در این معادله $B(t)^\dagger$ و $B(t)$ و $\Lambda(t)$ به ترتیب فرآیندهای خلق، فنا و پراکندگی مربوط به میدان و S ، L و H به ترتیب عملگرهای پراکندگی، کوپلینگ و همیلتونی مربوط به سیستم هستند. همچنین $j_t(X) = X(t)$ و همیلتونی $U^\dagger(t)(X \otimes I)U(t)$ تعریف شده است.

اگر از آشکارساز هموداین برای اندازه‌گیری میدان استفاده کنیم عملگر $Q(t) = B(t) + B(t)^\dagger$ مورد مشاهده قرار گرفته است و چیزی که در خروجی آشکارساز خواهیم داشت برابر است با:

$$Y^{out}(t) = U(t)^\dagger(I \otimes Q(t))U(t) = B^{out}(t) + B^{out}(t)^\dagger \quad (10)$$

در یک دستگاه مختصات با زمان تغییر کند و یا بردار ثابت بوده و پایه‌های دستگاه مختصات با زمان تغییر کنند.

۳- فیلترینگ کوانتومی

۳-۱- فیلترینگ کلاسیک

فرض کنید سیستمی داریم که با فرآیند $\{X(t): t \geq 0\}$ توصیف می‌شود. هدف آن است که با مشاهده‌ی فرآیند مرتبطی مانند $\{Y(t): t \geq 0\}$ اطلاعاتی از سیستم بدست آوریم. دینامیک تصادفی سیستم و دینامیک مشاهدات نویزی را بصورت زیر فرض کنید:

$$dX = v(X)dt + \sigma(X)dW \quad (4)$$

$$dY = h(X)dt + dZ \quad (5)$$

همچنین فرض می‌کنیم که نویز دینامیک سیستم و نویز مشاهدات فرآیندهای مستقل وینر هستند. لازم به ذکر است که دیفرانسیل شبیه به دیفرانسیلی که ما انتظار داریم عمل نمی‌کند زیرا مجذور آن قابل صرفنظر کردن نیست و $dW(t)dW(t) = dt$ است. این نوع دیفرانسیل تحت نام ایتو^{۱۱} شناخته می‌شود. تابع فیلتر f از $X(t)$ بصورت زیر داده شده است:

$$d\pi_t(f) = \pi_t(\mathcal{L}f)dt + \{\pi_t(fh) - \pi_t(f)\pi_t(h)\}dI(t) \quad (6)$$

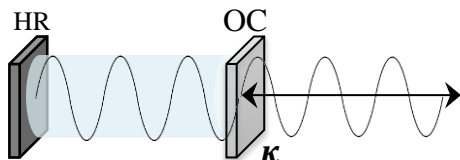
که عملگر $\mathcal{L} = v(X)\frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{2}\sigma(x)^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ و $dI(t) = dY(t) - \pi_t(h)dt$ مقدار $dI(t)$ تفاضل مقدار تغییرات مشاهده شده از تغییرات مورد انتظار در مشاهدات است.

۳-۲- اندازه‌گیری غیرمخرب کوانتومی

یکی از تفاوت‌های سیستم‌های کلاسیکی با سیستم‌های کوانتومی اثری است که اندازه‌گیری یک مشاهده‌پذیر از سیستم بر روی حالت‌های سیستم باقی می‌گذارد. این اثر تحت عنوان اصل تصویر وان نیومن شناخته می‌شود. اگر یک سیستم کوانتومی در حالت $|\psi\rangle$ باشد و یک اندازه‌گیری از مشاهده‌پذیر X منجر به مقدار x شود (که یک مقدار ویژه‌ی X است)، آنگاه حالت سیستم بلافاصله بعد از اندازه‌گیری برابر است با $|\psi_x\rangle = \frac{1}{\sqrt{p_x}}P_x|\psi\rangle$ که به نوعی تخریب حالت سیستم توسط اندازه‌گیری را نشان می‌دهد. P_x یک عملگر هرمیتی است که زیرفضایی از X متناظر با مقدار ویژه‌ی x را تشکیل می‌دهد و $p_x = \langle \psi | P_x | \psi \rangle$ برای نرمالیزه کردن حالت استفاده شده است.

با توجه به اصل تصویر وان نیومن تلاش شده است تا اطلاعات را بطور غیرمستقیم از یک سیستم کوانتومی بدست آورند. بدین منظور سیستم کوانتومی ثانویه‌ای، که آن را دستگاه اندازه‌گیری می‌گویند و معمولاً یک میدان است، در برهمکنش با سیستم اولیه قرار گرفته و اندازه‌گیری‌ها

می شوند. آینه‌ها می‌توانند دارای انعکاس خیلی بالا (HR) نزدیک ۱۰۰٪ و یا به منظور استفاده در کوپل‌های خروجی (OC) دارای حدّ مشخصی از انعکاس باشند. چیدمان دو آینه در مقابل یکدیگر معمول‌ترین ساختار کاواک است که در میکروکاواک‌ها و لیزرهای نیمه‌هادی استفاده می‌شود. یک کاواک یک‌طرفه از یک آینه HR و یک آینه‌ی OC با نرخ واپاشی κ (Decay rate) تشکیل شده است (شکل ۱).



شکل (۱): کاواک یک طرفه با نرخ واپاشی κ

میدان کوانتیزه شده در کاواک دارای عملگرهای خلق a^\dagger و عملگرهای فنا a است که جابه‌جاپذیر نیستند و در رابطه‌ی جابه‌جایی صدق می‌کنند که $[a, a^\dagger] = aa^\dagger - a^\dagger a = I$ عملگر واحد است. تعداد حالت‌های بوزونی یا انرژی درون یک کاواک با کت $|n\rangle$ نشان داده می‌شود. اگر عملگرهای خلق و فنا روی حالت‌های انرژی عمل کنند داریم $a^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle$ و $a|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle$ و به همین دلیل آنها را عملگرهای خلق و فنا نامیده‌اند. این عملگرها در

بیان ماتریسی بصورت زیر هستند:

$$a = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{1} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}, \quad a^\dagger = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots \\ \sqrt{1} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

همامیلتونی میدان درون کاواک بصورت $H = \Delta a^\dagger a$ است که Δ فرکانس تنظیم است. اگر پراکندگی در کاواک نداشته باشیم در نهایت مدل کاواک برحسب پارامترهای پراکندگی S ، عملگر کوپلینگ L و همامیلتونی H در چارچوب SLH بصورت زیر است [۳۱]:

$$G = (S, L, H) = (I, \sqrt{\kappa}a, \Delta a^\dagger a) \quad (17)$$

۵- تخمین حالت کاواک تحت ورودی خلأ

اکنون می‌توانیم با بکارگیری معادلات فیلترینگ و مدل کاواک، رفتار یک کاواک را تحت ورودی میدان در حالت خلأ مورد بررسی قرار داده و معادلات فیلترینگ مربوط به آن را استخراج و شبیه‌سازی کنیم. از آنجا که مسیرهای حالت سیستم‌های کوانتومی به دلیل اصل تصویر وان‌نیومن در دسترس ما نیستند بنابراین مناسب‌ترین راه برای تحلیل رفتار یک سیستم کوانتومی بررسی به کمک مشاهده‌پذیرها می‌باشد. مشاهده‌ی تعداد فوتون‌های درون یک کاواک می‌تواند گزینه‌ی مناسبی برای تحلیل رفتار یک کاواک باشد. تعداد فوتون‌های درون کاواک به کمک گرفتن ردّ از عملگر تعداد $a^\dagger a = n$ بصورت $\text{tr}\{\rho(t)n\}$ در تصویر شرودینگر و یا $\text{tr}\{\rho(0)n(t)\}$ در تصویر هایزنبرگ بدست

می‌توان نشان داد که معادله فیلتر مشاهده‌پذیر X از سیستم به شرط داشتن مشاهدات $Y^{\text{out}}(t)$ تحت آشکارساز هموداین یعنی $\pi_t(X)$ بصورت زیر است [۲۳]:

$$d\pi_t(X) = \{\pi_t(LX)\}dt + \{\pi_t(XL + L^\dagger X) - \pi_t(X)\pi_t(L + L^\dagger)\}dW(t) \quad (11)$$

که نموّ $dW(t) = dY^{\text{out}}(t) - \pi_t(L + L^*)dt$ است و برای میدان درحالت خلأ داریم که $W(t)$ یک فرآیند وینر است. این رابطه الگویی شبیه به فیلترینگ حالت کلاسیک دارد. این رابطه‌ی فیلتر را می‌توان به سادگی و با توجه به این‌که $\text{tr}\{\rho(t)X\} = \text{tr}\{\rho X(t)\}$ برای عملگر چگالی استخراج کرد:

$$d\rho(t) = \{L^* \rho(t)\}dt + \{(L + L^\dagger)\rho(t) - \text{tr}\{(L + L^\dagger)\rho(t)\}\rho(t)\}dW(t) \quad (12)$$

که $L^* \rho = L\rho L^\dagger - \frac{1}{2}(L^\dagger L\rho + \rho L^\dagger L) - i[H, \rho]$ رابطه‌ی فیلترینگ برای حالت $|\psi\rangle$ نیز ارائه شده است [۱۳]:

$$d|\psi\rangle = \left\{ -iH + \langle L^\dagger \rangle L - \frac{L^\dagger L}{2} - \frac{\langle L^\dagger \rangle \langle L \rangle}{2} \right\} |\psi\rangle dt + \{L - \langle L \rangle\} |\psi\rangle dW(t) \quad (13)$$

اگر از آشکارساز فوتون استفاده کنیم داریم $Y^{\text{out}}(t) = U(t)^\dagger \Lambda(t) U(t)$ در این مورد معادلات فیلترینگ بصورت زیر می‌شوند [۱۳، ۲۳]:

$$d\pi_t(X) = \{\pi_t(LX)\}dt + \left\{ \frac{\pi_t(L^\dagger XL)}{\pi_t(L^\dagger L)} - \pi_t(X) \right\} dN(t) \quad (14)$$

$$d\rho(t) = \{L^* \rho(t)\}dt + \left\{ \frac{L\rho(t)L^\dagger}{\text{tr}\{\rho(t)L^\dagger L\}} - \rho(t) \right\} dN(t) \quad (15)$$

$$d|\psi\rangle = \left\{ -iH + \frac{\langle L^\dagger L \rangle}{2} - \frac{L^\dagger L}{2} \right\} |\psi\rangle dt + \left\{ \frac{L}{\sqrt{L^\dagger L}} - 1 \right\} |\psi\rangle dN(t) \quad (16)$$

که نموّ $dN(t) = dY^{\text{out}}(t) - \text{tr}\{\rho(t)L^\dagger L\}dt$ است و برای میدان درحالت خلأ یک فرآیند پواسون می‌باشد.

لازم به ذکر است که میانگین نمونه‌های معادلات SME که در بالا ارائه شدند باید با معادله‌ی اصلی ME که بطور معمول در فیزیک مطرح است مطابقت داشته باشد. با توجه به این‌که نویزها دارای میانگین صفر هستند، میانگین‌گیری موجب حذف بخش مربوط به نویز معادلات می‌شود. معادله‌ی اصلی می‌تواند به عنوان معیاری برای صحت‌سنجی معادلات تصادفی استفاده گردد.

۴- مدل کاواک

کاواک نوری (کاواک تشدیدکننده) یکی از اجزای اصلی در سیستم‌های اپتیکی می‌باشد. یک کاواک حداقل شامل دو آینه است که یک موج ایستا را تشکیل می‌دهند. آینه‌ها می‌توانند تخت، محدب یا مقعر باشند که معمولاً از N-BK7 یا سیلیس گدازیده (Fused silica) ساخته

به معنای وجود دو فوتون است که با توجه به فرضیات گفته شده غیرممکن است و در نتیجه این عملگر قابل صرف نظر کردن می‌باشد. دینامیک عملگر a مشابه قضیه فوق بدست می‌آید:

قضیه ۲: دینامیک عملگر فنا برای کاواک (۱۷) تحت ورودی میدان در حالت خلأ و آشکار سازی هموداین بصورت زیر است:

$$d\pi_t(a) = \left\{ -\left(i\Delta + \frac{\kappa}{2}\right)\pi_t(a) \right\} dt + \sqrt{\kappa}\{\pi_t(a^2 + n) - \pi_t(a)\pi_t(a + a^\dagger)\}dW(t) \quad (19)$$

اثبات: مشابه قضیه‌ی قبل و با فرض $X = a$ به سادگی بدست می‌آید. ■

نکته‌ی دوم آن است که معادلات (۱۸) و (۱۹) معادلات دیفرانسیلی ایتو هستند درحالی‌که انتگرال‌گیری متداول بصورت عددی به فرم استراتونویچ است. بنابراین باید قبل از شبیه‌سازی معادلات تصادفی مذکور، آن‌ها را به فرم استراتونویچ تبدیل کنیم و یا از توابعی که انتگرال ایتو را محاسبه می‌کنند استفاده کنیم.

گزاره ۱: معادله‌ی دیفرانسیلی ایتو به فرم $dX^i = \mathcal{L}^i X dt + \sum_{j=1}^M \mathcal{H}^{ij} X dW^j$ برای $i = 1, \dots, N$ و $j = 1, \dots, M$ بصورت زیر به فرم استراتونویچ تبدیل می‌شود [۳۷]:

$$dX^i = \left\{ \mathcal{L}^i X - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^M \mathcal{H}^{kj} X \frac{\partial \mathcal{H}^{ij} X}{\partial X^k} \right\} dt + \sum_{j=1}^M \mathcal{H}^{ij} X \circ dW^j \quad (20)$$

که نشانه‌ی \circ بیانگر دیفرانسیل استراتونویچ است. حال با در نظر گرفتن دو نکته فوق، فرض کنید کاواکی با یک فوتون درون آن داریم. همچنین $\Delta = 1$ و $\kappa = 0.1$ باشد. به ازای هر مشاهده از سیستم یک مسیر تصادفی W خواهیم داشت که به کمک معادلات (۱۸) و (۱۹) حالت سیستم تخمین زده می‌شود. در شکل (۲) نمونه‌ای از مسیر تصادفی بدست آمده از مشاهدات انجام شده روی کاواک به همراه تخمین حالت مربوطه نمایش داده شده است. در تخمین حالت مشخص است که در ابتدا یک فوتون در کاواک وجود دارد و به دلیل واپاشی به مرور زمان انرژی فوتون از کاواک خارج شده و در نهایت هیچ فوتونی در کاواک باقی نمی‌ماند.

اکنون اگر این آزمایش را به تعداد زیاد تکرار کنیم، تعداد زیادی مسیر تصادفی ناشی از مشاهدات روی سیستم خواهیم داشت که در شکل (۳-الف) با خطوط خاکستری نشان داده شده است. همانگونه که گفته شد انتظار داریم که این مسیرها یک فرآیند وینر با میانگین صفر باشند. میانگین مسیرهای بدست آمده با خط ضخیم قرمز رسم شده است که با انتظار ما مطابقت دارد. متناظر با هر مسیر بدست آمده حالت‌های کاواک تخمین زده شده است (خطوط نازک خاکستری در شکل (۳-ب)). همچنین در این شکل دینامیک کاواک به کمک ME نیز با خط چین آبی رنگ رسم شده است که تطابق با میانگین ۱۰۰ مسیر تصادفی بدست آمده از SME که با خط ضخیم قرمز نشان داده شده را به خوبی نمایان می‌کند. این مورد می‌توان تأییدی در صحت نتایج بدست آمده باشد.

می‌آید. میدان حالت خلأ میدانی با کمترین انرژی ممکن و در دمای صفر مطلق است [۳۵] و در نتیجه هیچ فوتونی ندارد. بنابراین فرض می‌کنیم که کاواک دارای یک تعداد فوتون اولیه درون خود می‌باشد و با این فرض معادلات فیلترینگ استخراج و سپس بعد فضای حالت متناظر با سیستم را محدود و شبیه‌سازی می‌نماییم.

۵-۱- فیلترینگ با آشکار سازی هموداین

در ابتدا فرض می‌کنیم که میدان خروجی به کمک یک آشکار ساز هموداین اندازه‌گیری می‌شود.

قضیه ۱ (معادلات فیلترینگ تحت آشکار ساز هموداین): دینامیک عملگر تعداد برای کاواک (۱۷) تحت ورودی میدان در حالت خلأ و آشکار سازی هموداین بصورت زیر است:

$$d\pi_t(n) = \{-\kappa\pi_t(n)\}dt + \sqrt{\kappa}\{\pi_t(na + a^\dagger n) - \pi_t(n)\pi_t(a + a^\dagger)\}dW(t) \quad (18)$$

اثبات: با فرض $X = n$ در رابطه‌ی (۱۱) و همچنین جایگذاری مقادیر SLH از مدل کاواک داریم:

$$d\pi_t(n) = \left\{ \pi_t \left(-in\Delta a^\dagger a + i\Delta a^\dagger a n + \sqrt{\kappa} a^\dagger n \sqrt{\kappa} a - \frac{1}{2} \sqrt{\kappa} a^\dagger \sqrt{\kappa} a n - \frac{1}{2} n \sqrt{\kappa} a^\dagger \sqrt{\kappa} a \right) \right\} dt + \left\{ \pi_t(n\sqrt{\kappa} a + \sqrt{\kappa} a^\dagger n) - \pi_t(n)\pi_t(\sqrt{\kappa} a + \sqrt{\kappa} a^\dagger) \right\} dW(t)$$

با جایگذاری $n = a^\dagger a$ داریم:

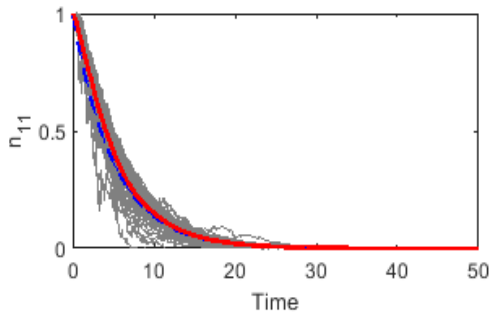
$$d\pi_t(n) = \{i\Delta(a^\dagger a a^\dagger a - a^\dagger a a^\dagger a) + \kappa\pi_t(a^\dagger a^\dagger a a - a^\dagger a a^\dagger a)\}dt + \sqrt{\kappa}\{\pi_t(na + a^\dagger n) - \pi_t(n)\pi_t(a + a^\dagger)\}dW(t) \\ = \{-\kappa\pi_t(a^\dagger(aa^\dagger - a^\dagger a)a)\}dt + \sqrt{\kappa}\{\pi_t(na + a^\dagger n) - \pi_t(n)\pi_t(a + a^\dagger)\}dW(t)$$

با ساده‌سازی به کمک رابطه‌ی جابه‌جایی $[a, a^\dagger] = I$ داریم:

$$d\pi_t(n) = \{-\kappa\pi_t(a^\dagger a)\}dt + \sqrt{\kappa}\{\pi_t(na + a^\dagger n) - \pi_t(n)\pi_t(a + a^\dagger)\}dW(t)$$

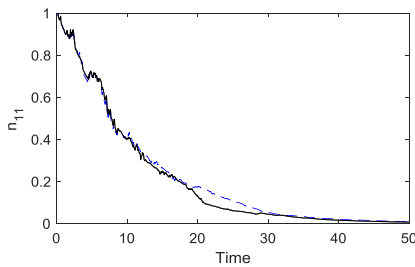
که همان رابطه‌ی مورد نظر می‌باشد. ■ برای شبیه‌سازی این رابطه و تخمین حالت کاواک توجه به دو نکته‌ی زیر ضروری است:

نکته‌ی اول آن که برای شبیه‌سازی معادله‌ی (۱۸) نیاز به دینامیک مرتبه اول و بالاتر از عملگرهای a و a^\dagger داریم. هرچقدر مرتبه‌ی دینامیک عملگر مورد نیاز بالاتر برود پیچیدگی معادله‌ی تصادفی آن نیز بیشتر می‌شود. در نتیجه سعی می‌کنیم تا با فرضیات منطقی دینامیک‌های مرتبه‌ی بالا را حذف کنیم. به عنوان مثال اگر فرض کنیم که در ابتدا فقط یک فوتون در کاواک وجود دارد و با توجه به این که ورودی نیز در حالت خلأ بوده و شامل فوتونی نمی‌باشد، بنابراین هیچگاه بیشتر از یک فوتون در سیستم وجود ندارد و در نتیجه عملگرهایی که بیشتر از یک فوتون را ایجاد می‌کنند قابل صرف نظر کردن هستند؛ مثلاً اگر عملگر $a^\dagger n$ روی حالت $|1\rangle$ (یعنی یک فوتون در کاواک) عمل کند داریم: $a^\dagger n|1\rangle = a^\dagger a^\dagger a|1\rangle = \sqrt{2}|2\rangle$



شکل (۴): تخمین حالت کاواک با یک فوتون اولیه و $\kappa = 1$, $\Delta = 0.2$ خطوط خاکستری: تخمین حالت‌ها متناظر با هر مسیر تصادفی، خط قرمز: میانگین تخمین‌ها، خط چین: ME

تغییر Δ تأثیر مستقیمی روی دینامیک n ندارد بلکه بطور غیرمستقیم و با تغییر روی دینامیک a باعث تغییر در دینامیک عملگر تعداد می‌شود. بنابراین با تغییر Δ انتظاری برای تغییر در میانگین تکرارهای زیاد نداریم بلکه انتظار داریم که تغییرات جزئی در تخمین حالت برای یک مسیر تصادفی مشاهده شده رخ دهد. به عنوان مثال در شکل ۵ تخمین حالت برای دو مقدار $\Delta = 1$ و $\Delta = 0.8$ نشان داده شده است.



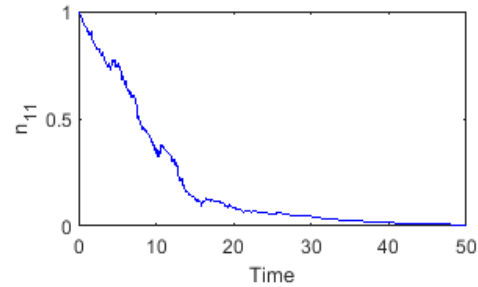
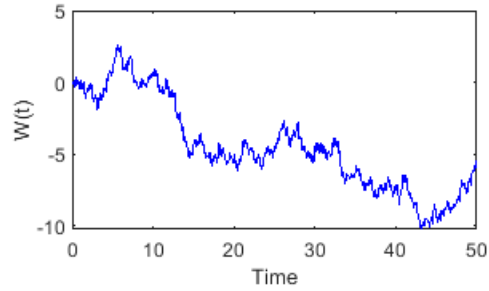
شکل (۵): تخمین حالت کاواک با یک فوتون اولیه و $\kappa = 0.1$. خط مشکی: $\Delta = 0.8$, خط چین: $\Delta = 1$

۵-۲- فیلترینگ با آشکارسازی فوتون

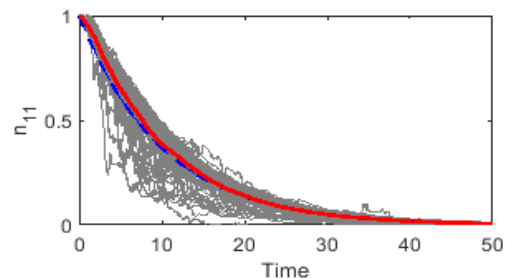
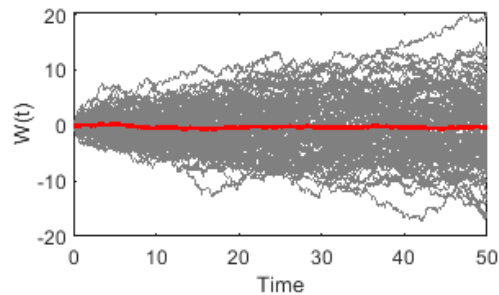
اکنون میدان خروجی کاواک را تحت آشکارساز فوتون قرار داده و با توجه به مشاهدات بدست آمده فیلترینگ انجام می‌شود. آشکارساز فوتون آشکارسازی است که می‌تواند وجود یک فوتون را تشخیص دهد. قضیه ۳ (معادلات فیلترینگ تحت آشکارساز فوتون): دینامیک عملگر تعداد برای کاواک (۱۷) تحت ورودی میدان در حالت خلأ و آشکارساز فوتون بصورت زیر است:

$$d\pi_t(n) = \{-\kappa\pi_t(n)\}dt + \left\{ \frac{\pi_t(a^\dagger na)}{\pi_t(n)} - \pi_t(n) \right\} dN(t) \quad (21)$$

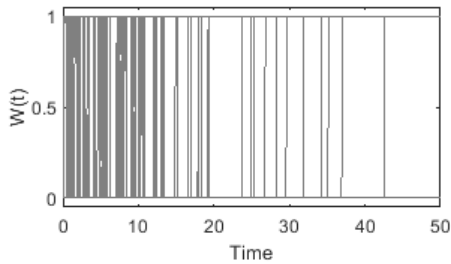
اثبات: با فرض $X = n$ در رابطه‌ی (۱۴) و همچنین جایگذاری مقادیر SLH از مدل کاواک داریم:



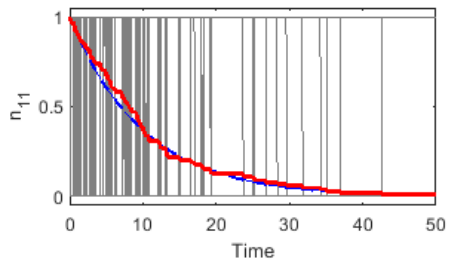
شکل (۲): (الف) نمونه‌ای از مسیر تصادفی بدست آمده از مشاهدات انجام شده با آشکارساز هموداین. (ب) تخمین حالت متناظر کاواک مشابهی را با نرخ واپاشی $\kappa = 0.2$ در نظر بگیرید. نتایج تخمین حالت برای ۱۰۰ مسیر متفاوت در شکل (۴) نشان داده شده است. با توجه به این که نرخ واپاشی بیشتر شده است انتظار داریم که انرژی موجود در کاواک زودتر از بین برود. همانگونه که مشاهده می‌شود ثابت زمانی از بین رفتن فوتون کاهش یافته و سریع‌تر به صفر رسیده است.



شکل (۳): کاواکی با یک فوتون اولیه و $\kappa = 0.1$, $\Delta = 1$ (الف) ۱۰۰ مسیر تصادفی بدست آمده از آشکارساز هموداین. خطوط خاکستری: مسیرهای تصادفی، خط قرمز: میانگین مسیرهای تصادفی. (ب) تخمین حالت‌های متناظر. خطوط خاکستری: تخمین حالت‌ها متناظر با هر مسیر تصادفی، خط قرمز: میانگین تخمین‌ها، خط چین (آبی): ME



(الف)



(ب)

شکل (۷): کاواکی با یک فوتون اولیه و $\Delta = 1, \kappa = 0.1$ (الف) ۱۰۰ مسیر تصادفی بدست آمده از آشکارساز فوتون. (ب) تخمین حالت‌های متناظر. خطوط خاکستری: تخمین حالت‌ها متناظر با هر مسیر تصادفی، خط قرمز: میانگین تخمین‌ها، خط چین (آبی): ME

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله فیلترینگ کاواک تحت ورودی میدان در حالت خلأ مورد بررسی قرار گرفت. برای استخراج معادلات تخمین حالت از عملگر تعداد که بیانگر تعداد فوتون‌های داخل کاواک می‌باشد استفاده شد. سپس با در نظر گرفتن اندازه‌گیری هموداین و همچنین آشکارساز فوتون، معادلات فیلترینگ استخراج گردید. شبیه‌سازی معادلات اصلی تصادفی استخراج شده نشان داد که اگر از آشکارساز هموداین برای اندازه‌گیری میدان خروجی استفاده شود، حالت‌های تخمین زده شده به سمت صفر میل خواهند کرد. سرعت همگرا شدن به صفر نیز به ضریب واپاشی کاواک بستگی دارد. هرچه قدر نرخ واپاشی بیشتر باشد فوتون‌های موجود با سرعت بیشتری از کاواک خارج می‌شوند. اگر از آشکارساز فوتون استفاده شود، حالت‌های تخمین زده شده در لحظه‌ی آشکار شدن یک فوتون در آشکارساز تغییر وضعیت داده و به صفر می‌روند. در این حالت تغییرات لحظه‌ای را در حالت کاواک خواهیم داشت. در هر دو حالت بین میانگین مسیرهای حالت تخمین زده شده برای تکرارهای زیاد آزمایش با معادله‌ی اصلی تطابق وجود دارد. حالت‌های تخمین زده شده می‌توانند برای کنترل کاواک مورد استفاده قرار گیرند.

تشکر و قدردانی

برخود لازم می‌دانم تا از معاونت پژوهشی و فناوری دانشگاه اراک به دلیل پشتیبانی مالی و معنوی از این پروژه تحت قرارداد شماره ۹۶/۱۵۵۸۲ تشکر و قدردانی نمایم.

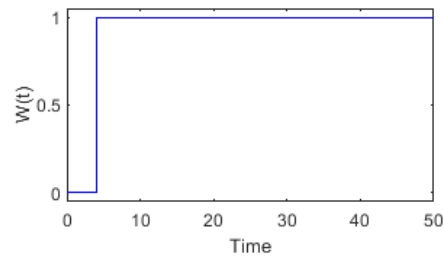
$$d\pi_t(n) = \left\{ \pi_t \left(-in\Delta a^\dagger a + i\Delta a^\dagger an + \sqrt{\kappa} a^\dagger n \sqrt{\kappa} a - \frac{1}{2} \sqrt{\kappa} a^\dagger \sqrt{\kappa} a n - \frac{1}{2} n \sqrt{\kappa} a^\dagger \sqrt{\kappa} a \right) dt + \left\{ \frac{\pi_t(\sqrt{\kappa} a^\dagger n \sqrt{\kappa} a)}{\pi_t(\sqrt{\kappa} a^\dagger \sqrt{\kappa} a)} - \pi_t(n) \right\} dN(t) \right.$$

با جایگذاری $n = a^\dagger a$ و رابطه‌ی جابه‌جایی $[a, a^\dagger] = I$ معادله‌ی (۲۱) به سادگی بدست می‌آید. ■

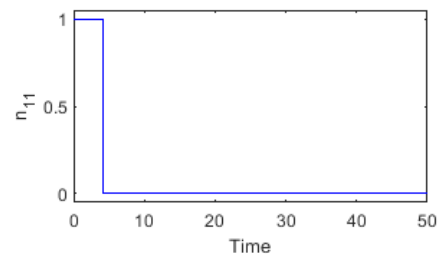
قضیه ۴: دینامیک عملگر فنا برای کاواک (۱۷) تحت ورودی میدان در حالت خلأ و آشکارساز فوتون بصورت زیر است:

$$d\pi_t(a) = \left\{ - \left(i\Delta + \frac{\kappa}{2} \right) \pi_t(a) \right\} dt + \left\{ \frac{\pi_t(a^\dagger a^2)}{\pi_t(a)} - \pi_t(a) \right\} dN(t) \quad (22)$$

اثبات: مشابه قضیه‌ی ۳ و با فرض $X = a$ به سادگی بدست می‌آید. ■ کاواک با یک فوتون اولیه و $\Delta = 1$ و $\kappa = 0.1$ را در نظر بگیرید. با توجه به این که یک فوتون اولیه داریم و میدان نیز در حالت خلأ است می‌توان از دینامیک‌های مرتبه بالا صرف‌نظر کرد. آشکارساز فوتون در لحظه‌ی t یک فوتون را آشکار می‌کند (شکل ۶-الف $t = 4.1$) و ما انتظار داریم که تخمین حالت نیز در همان لحظه از ۱ به صفر برود که در شکل (۶-ب) مشاهده می‌شود. لحظه‌ای که فوتون در آن آشکار خواهد شد دارای یک توزیع پواسون است. حال اگر به تعداد زیاد (مثلاً ۱۰۰ بار) این آزمایش تکرار شود در هر بار تکرار آزمایش، یک فوتون در لحظه‌ای مانند t آشکار خواهد شد (خطوط خاکستری در شکل ۷-الف) و تخمین حالت متناظر را خواهیم داشت (خطوط خاکستری در شکل ۷-ب). میانگین تکرارهای زیاد از SME باید با دینامیک ME تطابق داشته باشد که در شکل (۷-ب) نشان داده شده است.



(الف)



(ب)

شکل (۶): (الف) نمونه‌ای از آشکارسازی فوتون در $t = 4.1$. (ب) تخمین حالت متناظر

- controllability," *Journal of Control*, vol. 5, no. 4, pp. 20-31, 2012.
- [20] H. Carmichael, *An open systems approach to quantum optics: lectures presented at the Université Libre de Bruxelles*, October 28 to November 4, 1991. Springer Science & Business Media, 2009.
- [21] H. M. Wiseman and G. J. Milburn, *Quantum Measurement And Control* Cambridge University Press, 2010.
- [22] G. Zhang, "Single-photon coherent feedback control and filtering," *Encyclopedia of Systems and Control*. Springer, London, 2020.
- [23] J. E. Gough, M. R. James, H. I. Nurdin, and J. Combes, "Quantum filtering for systems driven by fields in single-photon states or superposition of coherent states," *Physical Review A*, vol. 86, no. 4, p. 043819, 2012.
- [24] J. E. Gough, M. R. James, and H. I. Nurdin, "Quantum filtering for systems driven by fields in single photon states and superposition of coherent states using non-Markovian embeddings," *Quantum information processing*, vol. 12, no. 3, pp. 1469-1499, 2013.
- [25] Q. Yu, D. Dong, and I. R. Petersen, "Hybrid filtering for a class of nonlinear quantum systems subject to classical stochastic disturbances," *IEEE Transactions on Cybernetics*, pp. 1-13, 2020.
- [26] P. Zhang, Q. Gao, J. Lv, and D. Dong, "Design of a Linear Quantum Projection Filter," in *2020 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence (SSCI)*, 2020: IEEE, pp. 876-881.
- [27] Q. Yu, Y. Wang, D. Dong, I. R. Petersen, and G.-Y. Xiang, "Generation of accessible sets in the dynamical modelling of quantum network systems," *arXiv preprint arXiv:2004.14663*, 2020.
- [28] Z. Dong, G. Zhang, and N. H. Amini, "Single-photon quantum filtering with multiple measurements," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 32, no. 3, pp. 528-546, 2018.
- [29] Z. Dong, G. Zhang, and N. H. Amini, "Quantum filtering for a two-level atom driven by two counter-propagating photons," *Quantum Information Processing*, vol. 18, no. 5, pp. 1-27, 2019.
- [30] W. Wieczorek, S. G. Hofer, J. Hoelscher-Obermaier, R. Riedinger, K. Hammerer, and M. Aspelmeyer, "Optimal state estimation for cavity optomechanical systems," *Physical review letters*, vol. 114, no. 22, p. 223601, 2015.
- [31] J. Combes, J. Kerckhoff, and M. Sarovar, "The SLH framework for modeling quantum input-output networks," *Advances in Physics: X*, vol. 2, no. 3, pp. 784-888, 2017.
- [32] A. Daeichian and S. Aghaei, "Estimating the state of a One-sided quantum Cavity Driven by Vacuum field in Schrödinger Picture," presented at the 7th international conference on Control, Instrumentation and Automation (ICCIA), Tabriz, Iran, 2021.
- [33] A. Daeichian, "State Estimation Of a Quantum Cavity Driven by single-photon," presented at the 6th international conference on Control, Instrumentation and Automation (ICCIA 2019), Sanandaj, Iran, 2019.
- [34] D. Mansouri, B. Rezaie, A. Ranjbar N., and A. Daeichian, "The Dynamic of a Quantum Optomechanical Cavity Cascaded with a Two-level Atom," presented at the 7th international conference on Control, Instrumentation and Automation (ICCIA), Tabriz, Iran, 2021.
- [1] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press, 2010.
- [2] S. Sadeghzadeh, H. Aghababa, and M. Koochakzadeh, "Quantum Controlled Teleportation of three-qubit GHZ states using Ten-Qubit Channel," *Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers*, vol. 17, no. 1, pp. 103-114, 2020.
- [3] S. Olyaei and A. Mohebzadeh-Bahabady, "Design of Photonic Crystal Biosensor Based on Nano-Resonator," *Journal of Iranian Association of Electrical and Electronics Engineers*, vol. 13, no. 4, pp. 81-88, 2017.
- [4] T. Ladd, F. Jelezko, R. Laflamme, Y. Nakamura, C. Monroe, and J. O'Brien, "Quantum computers," *Nature*, vol. 464, no. 7285, pp. 45-53, 2010.
- [5] X. Qiang et al., "Large-scale silicon quantum photonics implementing arbitrary two-qubit processing," *Nature photonics*, vol. 12, no. 9, p. 534, 2018.
- [6] C. Ballance et al., "Networking Trapped-ion Quantum Computers," in *Quantum Information and Measurement, 2019: Optical Society of America*, p. S2D. 1.
- [7] B. Qi and L. Guo, "Is measurement-based feedback still better for quantum control systems?," *Systems & Control Letters*, vol. 59, no. 6, pp. 333-339, 2010, doi: 10.1016/j.sysconle.2010.03.008.
- [8] H. Wiseman, "Quantum theory of continuous feedback," *Physical Review A*, vol. 49, no. 3, p. 2133, 1994.
- [9] J. Wang and H. M. Wiseman, "Feedback-stabilization of an arbitrary pure state of a two-level atom," *Physical Review A*, vol. 64, no. 6, p. 063810, 2001.
- [10] V. P. Belavkin, "Measurement, filtering and control in quantum open dynamical systems," *Reports on Mathematical Physics*, vol. 43, no. 3, pp. 405-425, 1999.
- [11] V. Belavkin, "Towards the theory of control in observable quantum systems," *Arxiv preprint quant-ph/0408003*, 2004.
- [12] A. Daeichian and F. Sheikholeslam, "Behaviour of two-level quantum system driven by non-classical inputs," *IET Control Theory & Applications*, vol. 7, no. 15, pp. 1877-1887, 2013.
- [13] A. Carvalho, M. Hush, and M. James, "Cavity driven by a single photon: Conditional dynamics and nonlinear phase shift," *Physical Review A*, vol. 86, no. 2, p. 023806, 2012.
- [14] J. E. Gough, "An Introduction to Quantum Filtering," *arXiv preprint arXiv:1804.09086*, 2018.
- [15] L. Bouten, R. Van Handel, and M. R. James, "An introduction to quantum filtering," *Siam Journal on Control and Optimization*, vol. 46, no. 6, pp. 2199-2241, 2007, doi: 10.1137/060651239.
- [16] J. Zhang, Y.-x. Liu, R.-B. Wu, K. Jacobs, and F. Nori, "Quantum feedback: theory, experiments, and applications," *Physics Reports*, vol. 679, pp. 1-60, 2017.
- [17] Q. Gao, G. Zhang, and I. R. Petersen, "An improved quantum projection filter," *Automatica*, vol. 112, p. 108716, 2020.
- [18] V. P. Belavkin, "Nondemolition measurements, nonlinear filtering and dynamic programming of quantum stochastic processes," in *Modeling and Control of Systems*: Springer, 1989, pp. 245-265.
- [19] A. Daeichian and F. Sheikholeslam, "Survey and comparison of quantum systems: modeling, stability and

- [35] A. Lambrecht, "Observing mechanical dissipation in the quantum vacuum: an experimental challenge," in *Laser physics at the limits*: Springer, 2002, pp. 197-207.
- [36] K. R. Parthasarathy, *An introduction to quantum stochastic calculus*. Birkhäuser Basel, 1992.
- [37] J. Gough, "Quantum Stratonovich calculus and the quantum Wong-Zakai theorem," *Journal of Mathematical Physics*, vol. 47, no. 11, Nov 2006, doi: 11350910.1063/1.2354331.

زیر نویس ها

- 1 State preparation
- 2 Master equation (ME)
- 3 Stochastic Master Equation (SME)
- 4 Quantum trajectories
- 5 Observables
- 6 Interference
- 7 Expectation
- 8 Trace
- 9 Ket
- 10 Bra
- 11 Ito

